

با سلام خدمت شما بچه‌های خوب رشته انسانی

چون ما، یعنی شخص خودم و مجموعه گاج، بچه‌های انسانی رو خیلی خیلی دوست داریم همیشه سعی می‌کنیم کتابای خوب و به درد بخور براتون بنویسیم. نمونش همین کتابیه که الان دستتونه.

اولاً: تمام مطالب کتابی درسی رو پوشش دادیم و کلی سؤال مشابه مسائل، مثال‌ها و فعالیت‌های کتاب درسی براتون شبیه‌سازی کردیم؛ یعنی محاله سؤالی در امتحان مطرح بشه که در این کتاب خودش رو یا شبیهش رو ندیده باشین.

ثانیاً: حجم کتاب رو الکی زیاد نکردیم.

ثالثاً: چند دوره امتحان نهایی و تألیفی در آخر کتاب براتون آوردیم که بتونید سؤالاً رو به صورت ترکیبی و یک‌جا ببینید.

ویژگی مهم و خیلی باحال این کتاب اینه که فیلم‌های آموزشی مخصوص امتحانات تشریحی بهش اضافه شده؛ یعنی شما دیگه لازم نیست هزینه‌ای بابت معلم خصوصی پرداخت کنید.

پس حالا که من و گاج این همه زحمت کشیدیم و یک کتاب خاص براتون گردآوری کردیم، شما هم سعی کنید با خوب خوندن این کتاب و گرفتن نمره کامل ما رو خوشحال کنید. ضمناً اگه اشتباه یا خطایی در کتاب دیدین لطفاً با اینجانب در فضای مجازی مطرح کنید.

@Amir_Zarandooz_2

به امید رسیدن شما به هرچی آرزوی خوبه

امیر زاراندوز

فهرست

FILM	پاسخ	درسنامه و سوالات
110 min	۹۲	۶ تا ۳۲
72 min	۱۰۴	۳۳ تا ۵۷
45 min	۱۱۶	۵۸ تا ۷۵
18 min	۱۲۴	۷۶ تا ۹۰

فصل اول: معادله درجه دوم

فصل دوم: تابع

فصل سوم: کار با داده‌های آماری

فصل چهارم: نمایش داده‌ها

بارم‌بندی درس ریاضی و آمار ۱

نوبت دوم	نوبت اول	شماره فصل	
۵	۱۰	اول	
۶	۱۰	تا صفحه ۶۲	دوم
	-	صفحه ۶۲ به بعد	
۵	-	سوم	
۴	-	چهارم	

امتحان نهایی



۱۳۲	آزمون ۱
۱۳۳	آزمون ۲
۱۳۴	آزمون ۳
۱۳۶	آزمون ۴: خرداد ماه ۱۴۰۳
۱۳۸	پاسخ‌نامه تشریحی آزمون ۱ تا ۴

۱

بخش



درستامه

و سوالات تشریحی

فصل اول

معادله درجه دوم

۱

ریاضی و آمار دهم

فصل اول ریاضی و آمار ۱، در امتحان نوبت اول، ۱۰ نمره و در نوبت دوم ۵ نمره دارد. در این فصل مباحثی چون معادله درجه اول، معادله درجه دوم، معادلات شامل عبارتهای گویا و کاربردهای آنها در حل مسائل توصیفی مطرح شده است.

بسته ۴

بسته ۳

بسته ۲

بسته ۱

برای استفاده از فیلمهای آموزشی شب امتحان هر بسته QR-code های مقابل را اسکن کنید.

فیلم
شب
امتحان

یادآوری (اتحادها، تجزیه، عبارتهای گویا)

بسته صفر



الف اتحادهای جبری

- اتحاد مربع مجموع دوجمله‌ای $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- اتحاد مربع تفاضل دوجمله‌ای $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- اتحاد مزدوج $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
- اتحاد جمله مشترک $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

یادآوری بجهه‌های عزیز، اتحادها و تجزیه عبارتهای جبری را در سال‌های قبل خوانده‌اید، ولی چون در بعضی از قسمت‌ها به آنها نیاز داریم مجدداً آنها را یادآوری می‌کنیم.

سؤال حاصل عبارات زیر را به کمک اتحادها به دست آورید.

۴ $(10x + 1)(10x + 6)$

۳ $(x - 3)(x + 8)$

۲ $(\frac{\sqrt{y}}{2} - 4)(\frac{\sqrt{y}}{2} + 4)$

۱ $(\sqrt{5}x - \frac{3}{\sqrt{5}}y)^2$

پاسخ

$$(\sqrt{5}x - \frac{3}{\sqrt{5}}y)^2 = (\sqrt{5}x)^2 - 2(\sqrt{5}x)(\frac{3}{\sqrt{5}}y) + (\frac{3}{\sqrt{5}}y)^2 = 5x^2 - 6xy + \frac{9}{5}y^2$$

توجه کنید که در عبارتهای $(\sqrt{5}x)^2$ و $(\frac{3}{\sqrt{5}}y)^2$ توان ۲ را به تمام اجزاء داخل پرانتزها می‌دهیم، ضمناً رادیکال‌ها فرجه ۲ دارند پس وقتی به توان ۲ می‌رسند از بین می‌روند:

$$(\sqrt{5}x)^2 = (\sqrt{5})^2 \cdot (x)^2 = 5x^2$$

$$(\frac{3}{\sqrt{5}}y)^2 = \frac{3^2}{\sqrt{5}^2} \times y^2 = \frac{9}{5}y^2$$

در عبارت $(\sqrt{5}x)(\frac{3}{\sqrt{5}}y)$ عدد $\sqrt{5}$ در صورت و مخرج را باهم خط می‌زنیم:

$$2(\sqrt{5}x)(\frac{3}{\sqrt{5}}y) = 2 \times 3 \times x \times y = 6xy$$

$$\left(\frac{\sqrt{7}}{2} - 4\right)\left(\frac{\sqrt{7}}{2} + 4\right) = \left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2 - 4^2 = \frac{7}{4} - 16 = \frac{-57}{4}$$

۲

جمله مشترک

$$(x-3)(x+8) = x^2 + (-3+8)x + (-3)(8) = x^2 + 5x - 24$$

۳

$$(1 \cdot x + 1)(1 \cdot x + 6) = (1 \cdot x)^2 + (1+6)(1 \cdot x) + (1)(6) = 1 \cdot x^2 + 7 \cdot x + 6$$

۴

$$A = (x^2 - 3x)^2 - (x^2 + 3x)^2$$

سؤال حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

پاسخ حاصل تک تک پرانتزها را به کمک اتحادهای مربع دو جمله حساب کرده و سپس جوابها را از هم کم می‌کنیم:

$$(x^2 - 3x)^2 = (x^2)^2 - 2(x^2)(3x) + (3x)^2 = x^4 - 6x^3 + 9x^2$$

در عبارت $(3x)(x^2)$ ابتدا ۲ را در ۳ ضرب می‌کنیم که می‌شود ۶ و سپس x^2 را در x ضرب می‌کنیم که می‌شود x^3 پس جواب عبارت برابر $6x^3$ شد.

$$(x^2 + 3x)^2 = (x^2)^2 + 2(x^2)(3x) + (3x)^2 = x^4 + 6x^3 + 9x^2$$

$$\Rightarrow A = (x^4 - 6x^3 + 9x^2) - (x^4 + 6x^3 + 9x^2) = x^4 - 6x^3 + 9x^2 - x^4 - 6x^3 - 9x^2 = -12x^3$$

ب تجزیه عبارت‌های جبری

مفهوم تجزیه: منظور از تجزیه یک عبارت جبری این است که آن عبارت را به حاصل ضرب دو یا چند عبارت دیگر با درجه کم‌تر تبدیل کنیم. این کار را به کمک فاکتورگیری، اتحادها و ... انجام می‌دهیم. به هر یک از جملات حاصل از تجزیه، یک عامل یا مقسوم‌علیه عبارت اصلی می‌گوییم. مثلاً وقتی می‌نویسیم $x^2 - 5x = x(x - 5)$ به عبارت‌های x و $x - 5$ عوامل (مقسوم‌علیه‌های) $x^2 - 5x$ می‌گوییم. یعنی $(x^2 - 5x)$ هم بر x و هم بر $x - 5$ بخش پذیر است. به کمک روش‌های زیر، عبارت‌های جبری را تجزیه می‌کنیم:

روش فاکتورگیری

اگر دو یا چند جمله که بین آن‌ها علامت جمع یا تفریق وجود دارد دارای عامل مشترکی باشند، آن عامل را از دل آن جملات بیرون می‌کشیم. توجه کنید اگر دو عدد مثل ۲۰ و ۱۰ دیدیم از عدد ۱۰ فاکتور می‌گیریم چون ۲۰ بر ۱۰ بخش پذیر است یا اگر دو عبارت مثل x^2 و x^3 دیدیم از x^2 فاکتور می‌گیریم چون توانش کوچک‌تر است. به مثال‌های زیر دقت کنید:

مثال ۱ $4ab^5 - 18a^2b = 2ab(2b^4 - 9a)$

$$\frac{4ab^5}{2ab} = 2b^4 \quad \frac{18a^2b}{2ab} = 9a$$

عامل مشترک

مثال ۲ $(x - 6y)^2 - 7(x - 6y) = (x - 6y)[(x - 6y) - 7]$

عامل مشترک

مثال ۳ $12x^4(x^2 - 5)^2 + 3x^3(x^2 - 5)^2 = 3x^3(x^2 - 5)^2[4x + (x^2 - 5)]$

عامل مشترک

استار در مثال اول من نفهمیدم چرا از $2ab$ فاکتور گرفتین. میشه یه کوپولو توضیح برین لطفاً!



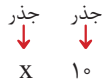
اول به عددها نگاه کن ۱۸ و ۴ هر دو تا شون بر ۲ بخش پذیرن پس از ۲ فاکتور می‌گیریم حالا به سراغ حروف میریم بین a^2 و a از a فاکتور می‌گیریم چون توانش کمتره در مورد b و b^5 به همین شکل عمل می‌کنیم یعنی از b فاکتور می‌گیریم لذا در کل از $2ab$ فاکتور گرفته ایم.



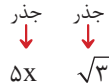
تجزیه به کمک اتحاد مزدوج

اگر بین دو جمله (که معمولاً مربع کامل هستند) علامت منفی وجود داشته باشد، از رابطه $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ برای تجزیه عبارت استفاده می‌کنیم:

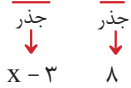
مثال ۱ $x^2 - 100 = (x - 10)(x + 10)$



مثال ۲ $25x^2 - 3 = (\Delta x - \sqrt{3})(\Delta x + \sqrt{3})$



مثال ۳ $(x - 3)^2 - 64 = [(x - 3) - 8][(x - 3) + 8] = (x - 11)(x + 5)$



سؤال عبارت $x^5 - 81x$ به کدام عبارت زیر بخش پذیر نیست؟

$x^2 - 3$ ۴

$x - 3$ ۳

$x^2 + 9$ ۲

x ۱

پاسخ گزینه «۴». عبارت $(x^5 - 81x)$ را تا حد امکان تجزیه می‌کنیم و بررسی می‌کنیم که عبارت موجود در کدام گزینه، در تجزیه شده آن مشاهده نمی‌شود.

$$x^5 - 81x = x(x^4 - 81) = x(x^2 - 9)(x^2 + 9) = x(x - 3)(x + 3)(x^2 + 9)$$

فاکتور از x اتحاد مزدوج اتحاد مزدوج

پس از بین عبارت‌های داده شده، جواب مورد نظر، عبارت $(x^2 - 3)$ است، چون در عوامل تجزیه $(x^5 - 81x)$ عامل $(x^2 - 3)$ مشاهده نمی‌شود.

تجزیه به کمک اتحاد جمله مشترک

از این اتحاد وقتی استفاده می‌کنیم که ۳ جمله داشته باشیم و حداقل یکی از آن‌ها مربع کامل باشد. این اتحاد به صورت زیر است:

$$x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$$

شکل کلی‌تر این اتحاد $(b + \text{جمله مشترک})(a + \text{جمله مشترک}) + a \times b = (a + \text{جمله مشترک})(b + \text{جمله مشترک})$

به عنوان مثال می‌خواهیم $(x^2 + 2x - 35)$ را تجزیه کنیم. جمله مشترک x است چون x و x^2 وجود دارد. اکنون به دنبال دو عدد a و b می‌گردیم به طوری که ضربشان ۳۵ و جمع یا تفریقشان ۲ شود (فعالاً به علامت‌ها فکر نکنید)، دو عدد مورد نظر عبارتند از ۷ و ۵ چون ضربشان ۳۵ و تفریقشان ۲ می‌شود:

$$x^2 + 2x - 35 = (x + 7)(x - 5)$$

تذکر همیشه حواستان باشد که عدد بزرگ‌تر را در پرانتز اول قرار دهید.

مثال ۱ هر پرانتز، خودش اتحاد مزدوج است $x^4 - 5x^2 + 4 = (x^2)^2 - 5x^2 + 4 = (x^2 - 4)(x^2 - 1) = (x - 2)(x + 2)(x - 1)(x + 1)$ عبارت

جمله مشترک x^2 است، چون x^2 و x^4 وجود دارد.

مثال ۲ $x^3 - 10x^2 + 24x = x(x^2 - 10x + 24) = x(x - 6)(x - 4)$

تجزیه به با جمله مشترک فاکتور از x

نکته گاهی اوقات یک سه جمله‌ای به ماداده می‌شود که در آن ضرب x^2 عددی مربع کامل به جز یک است (مثل ۴، ۹، ۱۶، ۲۵ و...)، در این موارد برای تجزیه

این سه جمله‌ای، کافی است از جمله شامل x^2 جذر گرفته تا جمله مشترک معلوم شود، سپس این جمله مشترک را از درون جمله دیگر که شامل x است، بیرون می‌کشیم. به عنوان مثال می‌خواهیم عبارت $9x^2 + 18x + 8$ را تجزیه کنیم؛ ۹ مربع کامل است، حال می‌گوییم جذر $9x^2$ می‌شود $3x$ ، پس $3x$ جمله مشترک است و باید $18x$ را نیز طوری بنویسیم که در آن $3x$ مشاهده شود، یعنی $18x = 6(3x)$ ، حالا به کمک اتحاد جمله مشترک خواهیم داشت:

$$9x^2 + 18x + 8 = (3x)^2 + 6(3x) + 8 = (3x + 4)(3x + 2)$$

استار زرانروز آفرشو همیشه یکم بیشتر باز کنیر!

پرا که نه، ببین شاگرد فوبم جمله مشترک که $3x$ شد پس اونو توی پرانتزها نوشتیم حالا دو تا عدد می فوایم که ضربشون بشه ۸ و جمع یا تفریقشون بشه ۶ که این دو عدد ۴ و ۲ هستن پس این طوری نوشتیم:

$$\text{عبارت} = (3x + 4)(3x + 2)$$

سؤال عبارت $25x^2 + 30x - 7$ را تجزیه کنید.

پاسخ ضرب x^2 یعنی ۲۵ مربع کامل است جذر $25x^2$ برابر می شود با $5x$ پس متوجه می شویم که $5x$ باید جمله مشترک باشد، لذا $x \cdot 30$ را به صورت

$6(5x)$ می نویسیم تا $5x$ را دوباره تکرار کرده باشیم:

$$25x^2 + 30x - 7 = (5x)^2 + 6(5x) - 7 = (5x + 7)(5x - 1)$$

ملاحظه می کنید که ضرب $+7$ و -1 می شود -7 و جمع $+7$ و -1 می شود 6 .

تجزیه به کمک اتحادهای مربع دو جمله ای

اگر سه جمله ای ما به شکل $a^2 + 2ab + b^2$ بود، تجزیه شده اش برابر با $(a + b)^2$ و اگر به شکل $a^2 - 2ab + b^2$ بود، تجزیه شده اش به صورت $(a - b)^2$ خواهد بود. به عبارت دیگر اگر سه جمله داشتیم که دو تای آن ها مربع کامل بودند و سومی، ۲ برابر ضرب جذرهای دو جمله مربع کامل بود، از اتحادهای مربع دو جمله ای استفاده می کنیم. البته همیشه می توانید به جای استفاده از این دو اتحاد، از اتحاد جمله مشترک برای تجزیه سه جمله ای ها استفاده کنید.

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2, \quad a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

جذر آخری (جذر اولی) $2 = 2 \times x \times 5 = 10x$

مثال ۱ $x^2 - 10x + 25 = (x - 5)^2$

جذر x جذر 5

جذر آخری (جذر اولی) $2 = 2(2t)(3z) = 12tz$

مثال ۲ $4t^2 + 12tz + 9z^2 = (2t + 3z)^2$

جذر $2t$ جذر $3z$

سؤال عبارت $9x^4 - 6x^3 + x^2$ پس از تجزیه به شکل $x^k(mx - n)^f$ تبدیل شده است، مقادیر m, n, f و k را به دست آورید.

پاسخ همیشه قبل از این که سراغ اتحادها بروید دقت کنید که آیا می توانیم از فاکتورگیری استفاده کنیم یا نه:

$$9x^4 - 6x^3 + x^2 = x^2(9x^2 - 6x + 1) = x^2(3x - 1)^2 = x^k(mx - n)^f \Rightarrow k = 2, m = 3, n = 1, f = 2$$

فاکتور از x^2

تجزیه با اتحاد مربع دو جمله ای

دو طرف را مقایسه می کنیم

تک تک اجزاء باید با هم مساوی باشند.

محاسبه ک.م.م عبارت های جبری

برای این منظور ابتدا عبارت ها را تا حد امکان تجزیه می کنیم. ک.م.م آن ها عبارت است از حاصل ضرب عامل های مشترک با توان بیش تر در عامل های غیرمشترک. به عنوان نمونه به عبارت های روبه رو توجه کنید:

$$A = 2 \times x^3 \times (x - 5)$$

$$B = 2^4 \times x^2 \times (x + 6)$$

عوامل مشترک A و B عبارتند از x و ۲ ولی باید توان های بزرگ تر آنها را انتخاب کنیم یعنی فعلاً $x^3 \times 2^4$ را انتخاب می کنیم.

عوامل غیرمشترک A و B عبارتند از $(x - 5)$ و $(x + 6)$ پس ضرب آنها یعنی $(x + 6)(x - 5)$ را انتخاب می کنیم.

حالا ک.م.م برابر می شود با:

$$B \text{ و } A \text{ ک.م.م} = 2^4 \times x^3 \times (x + 6)(x - 5)$$

$$\text{مخرج} = 0 \Rightarrow 3t - 2 = 0 \Rightarrow 3t = 2 \Rightarrow t = \frac{2}{3}$$

پاسخ ۱

۲ مخرج اصلاً متغیری ندارد. پس کسر مورد نظر، همیشه تعریف شده است.

$$\text{مخرج} = 0 \Rightarrow k^2 - 25 = 0 \Rightarrow k^2 = 25 \xrightarrow{\text{جذر}} k = \pm 5 \text{ (یاد تون نره) می‌گیرید علامت‌های } \pm \text{ یادتون نره}$$

۳

$$\text{مخرج} = 0 \Rightarrow x^2 + 4 = 0 \Rightarrow x^2 = -4 \Rightarrow \text{کسر داده شده، همواره تعریف شده است.}$$

۴

این معادله جواب ندارد، چون حاصل x^2 نمی‌تواند منفی شود. (یا همیشه گفت از عدد -4 همیشه بزرگ‌تره)

$$\text{مخرج} = 0 \Rightarrow (x-1)(x-2) = 0 \xrightarrow{\text{تک تک پرازنرها را مساوی صفر قرار می‌دهیم.}} \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ x-2=0 \Rightarrow x=2 \end{cases}$$

۵

ساده کردن عبارات‌های گویا

برای این کار، صورت و مخرج را تا حد امکان به کمک فاکتورگیری و یا اتحادها تجزیه کرده، سپس عامل یا عامل‌های مشترک صورت و مخرج را خط می‌زنیم.

سؤال عبارات‌های گویای زیر را تا حد امکان ساده کنید.

$$\frac{x^3 - 2x^2 - 35x}{(x^2 - 25)(x^2 - 49)} \quad ۳$$

$$\frac{x^2 - 5x}{x^2 - 3x - 10} \quad ۲$$

$$\frac{x^2 - 14x + 49}{x^2 - 49} \quad ۱$$

پاسخ

تجزیه با اتحاد مربع دو جمله‌ای

$$\frac{x^2 - 14x + 49}{x^2 - 49} = \frac{(x-7)^2}{(x-7)(x+7)} = \frac{x-7}{x+7}$$

۱

تجزیه با اتحاد مزدوج

$$\frac{x^2 - 5x}{x^2 - 3x - 10} = \frac{x(x-5)}{(x-5)(x+2)} = \frac{x}{x+2}$$

۲

تجزیه با اتحاد جمله مشترک

$$\frac{x^3 - 2x^2 - 35x}{(x^2 - 25)(x^2 - 49)} = \frac{x(x^2 - 2x - 35)}{(x-5)(x+5)(x-7)(x+7)} = \frac{x(x-7)(x+5)}{(x-5)(x+5)(x-7)(x+7)} = \frac{x}{(x-5)(x+7)}$$

۳

ضرب و تقسیم عبارات‌های گویا

برای انجام ضرب یا تقسیم عبارات‌های گویا، ابتدا تمام صورت و مخرج‌ها را تا حد امکان تجزیه می‌کنیم، سپس عامل یا عامل‌های مشترک را از صورت و مخرج‌ها ساده می‌کنیم، ضمناً همیشه عمل تقسیم را به ضرب تبدیل می‌کنیم:

$$\frac{A}{B} \div \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \times \frac{D}{C}$$

$$\text{مثال ۱} \quad \frac{x^2 - 16}{3x + 6} \times \frac{x^2 + x - 2}{x - 4} = \frac{(x-4)(x+4)}{3(x+2)} \times \frac{(x+2)(x-1)}{x-4} = \frac{(x+4)(x-1)}{3}$$

$$\text{مثال ۲} \quad \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 2x} \div \frac{x^2 + x - 2}{2x^2 + 4x} = \frac{(x-2)(x-1)}{x(x-2)} \times \frac{2x(x+2)}{(x+2)(x-1)} = 2$$

$$\text{مثال ۳} \quad \frac{x^2 - 9}{x^2 - 4} \times \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3} \times \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 4x + 3} = \frac{(x-3)(x+3)}{(x-2)(x+2)} \times \frac{(x-2)(x-1)}{(x-2)(x-1)} \times \frac{(x+2)(x-1)}{(x+3)(x+1)} = \frac{x-1}{x+1}$$

جمع و تفریق عبارت‌های گویا

برای این منظور، ابتدا در صورت امکان هر کسر را جداگانه ساده می‌کنیم (همه صورت و مخرج‌ها را تجزیه کرده، عامل یا عوامل مشترک را در هر کسر، جداگانه ساده می‌کنیم)، سپس بین تمام کسرها مخرج مشترک می‌گیریم (مخرج مشترک همان ک.م.م است).

مثال ۱
$$\frac{x-3}{x^2-9} + \frac{x+7}{x^2+10x+21} = \frac{\cancel{x-3}}{(x-3)(x+3)} + \frac{\cancel{x+7}}{(x+7)(x+3)} = \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+3} = \frac{2}{x+3}$$

مثال ۲
$$\frac{x-2}{x-3} - \frac{x+1}{x+2} = \frac{(x-2)(x+2) - (x+1)(x-3)}{(x-3)(x+2)} = \frac{x^2-4 - (x^2-2x-3)}{(x-3)(x+2)} = \frac{x^2-4-x^2+2x+3}{(x-3)(x+2)} = \frac{2x-1}{(x-3)(x+2)}$$

مخرج‌ها $(x-3)$ و $(x+2)$ هستند که قابل تجزیه نیستند و هیچ عامل مشترکی هم ندارند پس ک.م.م آن‌ها برابر با ضربشان شده است.

مثال ۳
$$\frac{4}{x^2+x} + \frac{x}{x^2-1} = \frac{4}{x(x+1)} + \frac{x}{(x-1)(x+1)} = \frac{4(x-1) + x \cdot x}{x(x-1)(x+1)} = \frac{4x-4+x^2}{x(x-1)(x+1)} = \frac{x^2+4x-4}{x(x-1)(x+1)}$$

سؤال کدام عبارت گویا را از $\frac{2}{x-2}$ کم کنیم تا حاصل برابر با $\frac{2x}{x^2-4}$ شود؟

پاسخ اگر عبارت خواسته شده را A بنامیم، خواهیم داشت:

$$\frac{2}{x-2} - A = \frac{2x}{x^2-4} \Rightarrow \frac{2}{x-2} - \frac{2x}{x^2-4} = A \Rightarrow \frac{2}{x-2} - \frac{2x}{(x-2)(x+2)} = A$$

مخرج مشترک می‌گیریم $\rightarrow \frac{2(x+2) - 2x}{(x-2)(x+2)} = A \Rightarrow A = \frac{2x+4-2x}{(x-2)(x+2)} = \frac{4}{(x-2)(x+2)}$

سؤال حاصل عبارت مقابل را به ساده‌ترین شکل به دست آورید.

$$A = \frac{1}{1+x} + \frac{x}{1-x}$$

$$A = \frac{1}{1-x} - \frac{x}{1+x}$$

پاسخ یک خط کسری بزرگ مشاهده می‌کنیم که در صورت و مخرج آن، کسرها ی کوچک تری وجود دارند که بین آن‌ها جمع و تفریق می‌بینیم پس اول این جمع و تفریق‌ها را حساب کرده سپس، کسر حاصل را ساده می‌کنیم:

$$A = \frac{1-x+x(1+x)}{(1+x)(1-x)} = \frac{1-x+x(1+x)}{1+x-x(1-x)} = \frac{1-x+x+x^2}{1+x-x+x^2} = \frac{1+x^2}{1+x^2} = 1$$

استاد در ابتدای حل، شما پیوری اون دوتا عبارت رو باهم فط زدن! مگه میشه؟

بله که میشه، در کسرها دقت کن که میشه کارهای زیر رو کرد:

$$\frac{A}{B} = \frac{A}{B} \quad , \quad \frac{A}{B} = \frac{C}{C}$$

در واقع شما آگه قاعده دور در دور، نزدیک در نزدیک رو انجام بدی به همین نتایج میرسی.

معادله درجه اول و کاربرد آن در مسائل توصیفی

صفحه ۱۰ تا ۱۸ کتاب درسی

بسته اول

الف معادله درجه اول

تعریف هر معادله که پس از ساده شدن به شکل $ax + b = 0$ تبدیل شود، یک معادله درجه اول نام دارد. جواب این معادله از رابطه $x = -\frac{b}{a}$ به دست می‌آید (a و b دو عدد حقیقی اند و $a \neq 0$ است). مثلاً معادلات $7x - 3 = 0$ و $\frac{2x-1}{5} = x+2$ درجه اول هستند. ولی معادله $\frac{1}{x} - 3 = 2x$ درجه اول نیست چون x در مخرج وجود دارد یا معادله $2x = \sqrt{x-1}$ درجه اول نیست چون x زیر رادیکال است. با حل معادله درجه اول، در سال‌های قبل آشنا شده‌اید و می‌دانید مجهول‌ها را به یک طرف معادله و اعداد را هم به طرف دیگر می‌بریم پس از ساده کردن دو طرف، عدد معلوم را بر ضریب مجهول تقسیم می‌کنیم. پس فقط به ذکر چند مثال می‌پردازیم:

مثال ۱
$$\frac{\text{ضرب می‌کنیم}}{(x-3)(x+2)} = x^2 - 8x + 6$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x - 3x - 6 = x^2 - 8x + 6 \Rightarrow -x + 8x = 6 + 6 \Rightarrow 7x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{7}$$

مثال ۲ $\frac{x}{3} - \frac{x+1}{2} = 5$ $\xrightarrow{\text{مخرج مشترک در سمت چپ}} \frac{2x - 3(x+1)}{6} = 5$

$\Rightarrow \frac{2x - 3x - 3}{6} = 5 \Rightarrow \frac{-x - 3}{6} = 5$ $\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} -x - 3 = 30 \Rightarrow -x = 30 + 3 \Rightarrow -x = 33 \Rightarrow x = -33$

استار من اومدم به پای مفرج مشترک گرفتن، تمام جملات رو در ۶ ضرب کردم تا مفرجها از بین برن روش من درسته یا نه؟



بله درسته و اتفاقاً روش خوبی هم هست:

ضرب و ساده می‌کنیم

$$6 \left(\frac{x}{3} - \frac{x+1}{2} = 5 \right) \Rightarrow \cancel{2} \left(\frac{x}{\cancel{3}} \right) - \cancel{3} \left(\frac{x+1}{\cancel{2}} \right) = 6(5)$$

$\Rightarrow 2x - 3(x+1) = 30 \Rightarrow 2x - 3x - 3 = 30 \Rightarrow -x = 33 \Rightarrow x = -33$

$\frac{2x+1}{5} - \frac{x}{10} = 2$

سؤال معادله درجه اول مقابل را حل کنید.

پاسخ از روش مخرج مشترک هم می‌توان استفاده کرد ولی بهتر است تمام جملات را در ۱۰ ضرب کنیم تا مخرج‌ها ناپدید شوند (هالا به نفر آکه بگه که همه جملات رو در ۱۰ ضرب می‌کنم اونم درسته ولی چون ۱۰ بر ۵ بخش‌پذیره بهتره که همه رو در ۱۰ ضرب کنیم):

$10 \left(\frac{2x+1}{5} - \frac{x}{10} = 2 \right) \Rightarrow 2 \left(\frac{2x+1}{5} \right) - 1 \left(\frac{x}{10} \right) = 10(2)$

$\Rightarrow 2(2x+1) - x = 20 \Rightarrow 4x + 2 - x = 20 \Rightarrow 3x = 18 \Rightarrow x = \frac{18}{3} = 6$

استار می‌روم که روش بالا بهتره ولی همیشه با مفرج مشترک گرفتن هم این سؤال رو حل کنید! من با اون بیشتر حال می‌کنم.



باشه به اون روش هم حل می‌کنم که فالشو بیری!

$\frac{2x+1}{5} - \frac{x}{10} = 2 \Rightarrow \frac{2(2x+1) - x}{10} = 2 \Rightarrow \frac{4x+2-x}{10} = 2 \Rightarrow \frac{3x+2}{10} = 2$

$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 3x+2 = 20 \Rightarrow 3x = 18 \Rightarrow x = \frac{18}{3} = 6$

ب کاربرد معادله درجه اول در حل مسائل توصیفی

در بسیاری از مواقع، معادله درجه اول به صورت ریاضی به ما داده نمی‌شود بلکه توضیحی فارسی در مورد مجهول داده می‌شود که باید یک معادله درجه اول مناسب برای آن نوشته و حل کنیم. فقط پس از حل معادله باید ببینیم آیا جواب به دست آمده، در شرایط اولیه مسئله صدق می‌کند یا خیر. مثلاً اگر در متن سؤال گفته شود عدد مطلوب، طبیعی است و جواب معادله $x = -5$ به دست آید، نباید آن را قبول کنیم.

سؤال عددی را بیابید که دو برابر آن، به علاوه عدد ۴ برابر با سه برابر همان عدد، منهای ۵ باشد.

پاسخ عدد مورد نظر را x فرض کرده با توجه به توضیحات مسئله، خواهیم نوشت:

$2x + 4 = 3x - 5 \Rightarrow 2x - 3x = -5 - 4 \Rightarrow -x = -9 \Rightarrow x = 9$

سؤال در یک کفه ترازو ۴ کالای هم‌وزن قرار می‌دهیم، در کفه دیگریک وزنه ۱۸ کیلویی می‌گذاریم. مشاهده می‌کنیم که کفه قسمت ۱۸ کیلویی پایین

می‌آید، حال یک وزنه ۳ کیلویی را در کنار آن ۴ کالا قرار می‌دهیم، تعادل کفه‌ها برقرار می‌شود و روبه‌روی هم می‌ایستند. وزن هر کالا چقدر است؟

مشابه فعالیت کتاب درسی

پاسخ اگر وزن هر یک از ۴ کالا را x فرض کنیم، وزن ۴ کالا می‌شود $4x$ حالا یک وزنه ۳ کیلویی هم کنار آن‌ها است پس یک کفه برابر با $4x + 3$

می‌شود در کفه دیگر هم که یک وزنه ۱۸ کیلویی داریم. پس می‌توانیم معادله زیر را تشکیل دهیم:

$4x + 3 = 18 \Rightarrow 4x = 18 - 3 \Rightarrow 4x = 15 \Rightarrow x = \frac{15}{4}$ (کیلوگرم)

تبادل کفه‌ها یعنی علامت (=)

نکته! اگر ریشه یک معادله درجه اول داده شود، آن را به جای متغیر معادله قرار می‌دهیم تا مجهول خواسته شده به دست آید. در این گونه مسائل، اصطلاحاً می‌گوییم ریشه هر معادله، در خود معادله صدق می‌کند. (البته این نکته برای تمام معادلات دیگر، از جمله معادلات درجه دوم و معادلات گویا هم درست است.)

سؤال به ازای چه مقدار از k معادله $kx = \frac{x-1}{3} + \frac{2k}{5}$ دارای جواب ۴ است؟

پاسخ کافی است هر جا x دیدیم به جایش عدد ۴ را قرار دهیم؛ چون جواب معادله ۴ است.
 $\frac{4-1}{3} + \frac{2k}{5} = k(4) \Rightarrow 1 + \frac{2k}{5} = 4k$
 ضرب تمام جملات در ۵ $\rightarrow 5(1) + 5(\frac{2k}{5}) = 5(4k) \Rightarrow 5 + 2k = 20k \Rightarrow 18k = 5 \Rightarrow k = \frac{5}{18}$

معادله درجه اول و کاربرد آن در مسائل توصیفی

پرسش‌های تشریحی

بسته
۱

• **درستی یا نادرستی جملات زیر را تعیین کنید.**

۱. معادله $x^2 - 3x = 5x + 7$ درجه اول است.
۲. ریشه معادله $6 = 3x + x^2 + (x-1)^2$ برابر با -۱ است.
۳. ممکن است یک معادله درجه اول، بیش‌تر از یک ریشه داشته باشد.
۴. معادله مربوط به عبارت توصیفی «سه برابر عددی به علاوه ۴، برابر است با نصف همان عدد، منهای یک» برابر با $\frac{x}{3} - 1 = 3(x+4)$ می‌باشد.

• **جاهای خالی را با عبارت مناسب پُر کنید.**

۵. ریشه معادله $\frac{2x}{3} + \frac{x-4}{5} = \frac{11}{15}$ برابر با است.

۶. چهار برابر عددی را با نصف همان عدد جمع می‌کنیم حاصل ۲۰۰ شده مقدار آن عدد مساوی است با

۷. معادله $15x - 3 = 2x(x-1)$ معادله‌ای درجه است.

۸. محیط مربع مقابل برابر ۴ است مقدار x برابر با است.

• **گزینه درست را انتخاب کنید.**

۹. اگر معادله $0 = (k-2)x^2 - 3x + 4$ درجه اول باشد مقدار k کدام است؟

- ۱) -۱ ۲) ۱ ۳) -۲ ۴) ۲

۱۰. اگر $x = -1$ ریشه معادله $6 = \frac{2x - kx}{3} - \frac{x}{4}$ باشد مقدار k کدام است؟

- ۱) ۱۸/۵ ۲) ۱۹ ۳) ۱۹/۵ ۴) ۲۰

۱۱. مربع عددی را بر خودش تقسیم می‌کنیم حاصل برابر می‌شود با ۳ برابر آن عدد، بعلاوه ۲، مکعب این عدد کدام است؟ ($x \neq 0$)

- ۱) ۱ ۲) -۱ ۳) ۸ ۴) -۸

• **معادلات زیر را حل کنید.**

۱۲. $x(x+1) = x^2 - 4x + 1$

۱۳. $\frac{2x+1}{3} - \frac{x-5}{2} = \frac{x}{4}$

۱۴. $\frac{5}{2}(10x - 28) = 3x - 2$

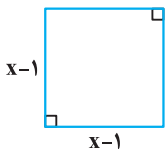
۱۵. $(3x-1)(3x+7) = (3x-2)^2$

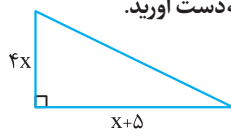
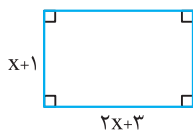
۱۶. اگر به پنج برابر عددی ۱ واحد اضافه شود و از نصف حاصل، همان عدد کم شود، باقی مانده ۲ می‌شود. آن عدد را پیدا کنید.

۱۷. گروهی از افراد با دوستانشان مواجه می‌شوند. این فرد از یکی از افراد گروه می‌پرسد که: شما چند نفر هستید؟ و این‌طور پاسخ می‌شنود که «ما و ما و نصف ما و نصفه‌ای از نصف ما، گرتوهم با ما شوی، جملگی صد می‌شویم.» با تشکیل یک معادله مناسب، تعداد افراد گروه را به دست آورید. (کار در کلاس کتاب درسی)

۱۸. در یک کارخانه، حقوق یک مهندس ۴ برابر یک کارگر و $\frac{2}{5}$ مدیر بخش خود است. قسمت تولید این کارخانه ۵ مدیر بخش، ۸ مهندس و ۱۲ کارگر دارد. اگر برای این قسمت ماهانه ۱۰۰ میلیون تومان پرداخت شود، حقوق یک کارگر در ماه چقدر است؟ (مشابه تمرین کتاب درسی)

(مشابه خرداد ۱۴۰۳)





۱۹. مساحت مستطیل و مثلث مقابل با هم برابر است. طول و عرض مستطیل را به دست آورید.

۲۰. یک کارخانه فولادسازی، از روز شنبه، شروع به کار کرده و از روز یکشنبه، تولید هر روز خود را نسبت به روز قبل ۲ برابر کرده است. در پایان روز پنجشنبه، مقدار فولاد تولید شده به ۳۲۰ تن رسیده است. مجموع تولید فولاد در این ۶ روز چقدر بوده است؟ اختلاف تولید فولاد در پایان روز سهشنبه با تولید فولاد در پایان روز پنجشنبه چقدر است؟

(مشابه تمرین کتاب درسی)

۲۱. مجموع سه عدد زوج متوالی ۴۲ است. بزرگترین این اعداد را به دست آورید.

۲۲. از معادله $3x^2 - 38 = (2x - 3)^2 - (x + 5)^2$ مقدار x را به دست آورید.

۲۳. در مثلثی، طول بزرگترین ضلع از ۴ برابر طول کوچکترین ضلع ۱ واحد بزرگتر است و طول ضلع متوسط، از طول کوچکترین ضلع، ۵ واحد بیش تر است. اگر محیط مثلث ۸۰ سانتی متر باشد، کوچکترین ضلع مثلث چقدر است؟

معادله درجه دوم و روش های حل آن

صفحه ۱۹ تا ۲۹ کتاب درسی

بسته دوم



تعریف هر معادله که پس از ساده شدن به شکل $ax^2 + bx + c = 0$ تبدیل شود، معادله درجه دوم نام دارد. a, b, c اعداد حقیقی اند و $a \neq 0$ است. در این معادله a ضریب x^2 ، b ضریب x و c عدد ثابت نام دارد. مثلاً در معادله $-x^2 + 6x - 7 = 0$ ضرایب معادله عبارتند از $a = -1$ ، $b = 6$ و $c = -7$ و یا در معادله $-2x^2 + 3 = 0$ ضرایب معادله عبارتند از $a = -2$ ، $b = 0$ و $c = 3$ همچنین در معادله $5x^2 - 2x = 0$ ضرایب معادله عبارتند از: $a = 5$ ، $b = -2$ و $c = 0$.

روش های حل معادله درجه دوم

۱ روش تجزیه: در این روش ابتدا همه جملات را به یک طرف معادله می بریم تا معادله به شکل $\square = 0$ تبدیل شود سپس عبارت \square را به کمک فاکتورگیری یا اتحادها تجزیه می کنیم تا به شکل ضرب دو یا چند عبارت تبدیل شود، سپس تک تک این عبارتها را مساوی صفر قرار می دهیم:

$$\text{مثال ۱} \quad \underbrace{10x^2 - 8x = 0}_{\text{فاکتور از } 2x} \Rightarrow 2x(5x - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x = 0 \Rightarrow x = 0 \\ 5x - 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{4}{5} \end{cases}$$

$$\text{مثال ۲} \quad x^2 - 15x = -44 \xrightarrow[\text{می بریم}]{(-44) \text{ را به چپ}} \underbrace{x^2 - 15x + 44 = 0}_{\text{اتحاد جمله مشترک}} \Rightarrow (x - 11)(x - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 11 = 0 \Rightarrow x = 11 \\ x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4 \end{cases}$$

$$\text{مثال ۳} \quad \underbrace{49x^2 - 81 = 0}_{\text{اتحاد مزدوج}} \Rightarrow (7x - 9)(7x + 9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 7x - 9 = 0 \Rightarrow x = \frac{9}{7} \\ 7x + 9 = 0 \Rightarrow x = -\frac{9}{7} \end{cases}$$

سؤال معادلات زیر را به روش تجزیه حل کنید.

۱ $(x - 8)(x + 2) = 3x(x - 8)$ ۲ $(x - 3)^2 = 49$ ۳ $16x^2 + 8x - 3 = 0$ ۴ $x^2 - 10x + 25 = 0$

پاسخ ۱ ابتدا عبارت $3x(x - 8)$ را به سمت چپ معادله می بریم سپس فاکتورگیری می کنیم:

$$\underbrace{(x - 8)(x + 2) - 3x(x - 8)}_{\text{فاکتور از } (x - 8)} = 0 \Rightarrow (x - 8)(x + 2 - 3x) = 0 \Rightarrow (x - 8)(-2x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 8 = 0 \Rightarrow x = 8 \\ -2x + 2 = 0 \Rightarrow -2x = -2 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$$

۲ ابتدا عدد ۴۹ را به سمت چپ معادله می بریم:

$$\underbrace{(x - 3)^2 - 49 = 0}_{\text{تجزیه با اتحاد مزدوج}} \rightarrow (x - 3 - 7)(x - 3 + 7) = 0$$

$\begin{matrix} \text{جذر} & & \text{جذر} \\ \downarrow & & \downarrow \\ (x - 3) & & 7 \end{matrix}$

$$\Rightarrow (x - 10)(x + 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 10 = 0 \Rightarrow x = 10 \\ x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4 \end{cases}$$

۴
بخش



پاسخنامه

فصل ۱

معادله درجه دوم

۱ | نادرست؛ بزرگ‌ترین توان X برابر ۲ است پس معادله‌ای درجه دوم داریم.

۲ | درست؛

$$(X-1)^2 = 3X + X^2 + 6 \Rightarrow X^2 - 2X + 1 = 3X + X^2 + 6$$

اتحاد مربع
دوجمله‌ای

$$\xrightarrow[\text{خط می‌زنیم}]{\text{آنها را از دو طرف}} -2X + 1 = 3X + 6$$

$$\xrightarrow[\text{عددها راست}]{\text{آنها چپ}} -2X - 3X = 6 - 1$$

$$\Rightarrow -5X = 5 \Rightarrow X = \frac{5}{-5} = -1$$

۳ | نادرست؛ معادله درجه اول، دقیقاً یک ریشه دارد (همیشه فرض می‌کنیم ضریب X مخالف صفر است).

۴ | درست؛ عدد را X می‌گیریم پس سه برابر عددی به علاوه ۴، برابر می‌شود با $3(X+4)$ نصف همان عدد هم می‌شود $\frac{X}{2}$ که اگر آن را منهای یک کنیم به $(\frac{X}{2} - 1)$ می‌رسیم لذا در کل داریم: $3(X+4) = \frac{X}{2} - 1$

با عرض پوزش، مگه سه برابر عددی به علاوه ۴ مساوی با $3X + 4$ نمی‌شود؟ بسار تها ولی فکر کنیم به اشتباه کوچکولو کردین شما!

بین دوست فوبیم همه پی بستگی به جای ویرگول داره، آگه طراح می‌گفت سه برابر عددی، به علاوه ۴ (اون وقت حرف شما درست بود و عبارت ریاضی $3X + 4$ برای اون مناسب بود.

۵ | تمام جملات را در ۱۵ ضرب می‌کنیم تا دیگر هیچ مخرجی وجود نداشته باشد:

$$15\left(\frac{2X}{3} + \frac{X-4}{5} = \frac{11}{15}\right) \Rightarrow 5(2X) + 3(X-4) = 11$$

$$\Rightarrow 10X + 3X - 12 = 11 \Rightarrow 13X = 23 \Rightarrow X = \frac{23}{13}$$

۶ | عدد را X در نظر گرفته و معادله مطلوب را تشکیل می‌دهیم با حل معادله، X به دست می‌آید:

$$4X + \frac{X}{2} = 200 \xrightarrow{\times 2} 8X + X = 400 \Rightarrow 9X = 400 \Rightarrow X = \frac{400}{9}$$

۷ | دوم؛ ابتدا معادله را ساده‌تر می‌کنیم تا معلوم شود فقط X داریم یا این‌که X^2 هم داریم:

$$2X(X-1) = 15X - 3 \Rightarrow 2X^2 - 2 = 15X - 3 \Rightarrow 2X^2 - 15X + 1 = 0$$

این معادله، درجه دوم است چون X^2 دارد.

۸ | ۲: $4 = 4 \Rightarrow 4(X-1) = 4$ (یک ضلع) $\Rightarrow 4X - 4 = 4$

$$\Rightarrow 4X - 4 = 4 \Rightarrow 4X = 8 \Rightarrow X = 2$$

۹ | گزینه (۴)

در معادله درجه اول نباید X^2 مشاهده کنیم پس باید ضریب X^2 را در معادله، برابر با صفر قرار دهیم: $k - 2 = 0 \Rightarrow k = 2$

یعنی الان آگه $k = 2$ باشه معادله مون درجه اول می‌شه استار؟

بله که می‌شه، آگه شک داری به جای k هزار ۲ به معادله زیر

$$0 = 0 \Rightarrow -3X + 4 = 0 \Rightarrow 3X = 4 \Rightarrow X = \frac{4}{3}$$

۱۰ | گزینه (۱)

به جای تمام X ها ریشه معادله یعنی عدد (-1) را قرار می‌دهیم:

$$\frac{2(-1) - k(-1)}{3} - \frac{(-1)}{2} = 6 \Rightarrow \frac{-2+k}{3} + \frac{1}{2} = 6$$

$$\xrightarrow{\times 6} 2(-2+k) + 3(1) = 6 \times 6 \Rightarrow -4 + 2k + 3 = 36$$

$$\Rightarrow 2k = 37 \Rightarrow k = \frac{37}{2} = 18.5$$

۱۱ | گزینه (۲)

طبق معمول، عدد را X می‌گیریم و معادله‌ای مناسب تشکیل می‌دهیم:

$$\frac{X^2}{X} = 3X + 2 \Rightarrow X = 3X + 2 \Rightarrow X - 3X = 2 \Rightarrow -2X = 2$$

$$\Rightarrow X = -1 \xrightarrow{\text{مکعب جواب}} (-1)^3 = -1$$

ضرب می‌کنیم

$$X(X+1) = X^2 - 4X + 1 \Rightarrow X^2 + X = X^2 - 4X + 1$$

$$\xrightarrow[\text{خط می‌زنیم}]{\text{آنها را از دو طرف}} X = -4X + 1 \Rightarrow X + 4X = 1$$

$$\Rightarrow 5X = 1 \Rightarrow X = \frac{1}{5}$$

۱۳

$$\frac{2X+1}{3} - \frac{X-5}{2} = \frac{X}{4} \xrightarrow{\text{ضرب جملات در ۱۲}} 12\left(\frac{2X+1}{3}\right) - 12\left(\frac{X-5}{2}\right)$$

$$= 12\left(\frac{X}{4}\right) \Rightarrow 4(2X+1) - 6(X-5) = 3X$$

$$\Rightarrow 8X + 4 - 6X + 30 = 3X \Rightarrow -X = -34 \Rightarrow X = 34$$

۱۴ | عدد $\frac{5}{4}$ را در داخل پرانتز ضرب می‌کنیم:

$$\frac{5}{4}(10X - 28) = 3X - 2 \Rightarrow 25X - 70 = 3X - 2$$

$$\Rightarrow 25X - 3X = 70 - 2 \Rightarrow 22X = 68 \Rightarrow X = \frac{68}{22} = \frac{34}{11}$$

$$2x^2 + 3x + 2x + 3 = 2x^2 + 10x \Rightarrow 5x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{عرض مستطیل} = x + 1 = \frac{3}{5} + 1 = \frac{8}{5} \\ \text{طول مستطیل} = 2x + 3 = 2\left(\frac{3}{5}\right) + 3 = \frac{21}{5} \end{cases}$$

۲۰ | مقدار تولید فولاد در روز شنبه را x فرض می‌کنیم:

$$x \xrightarrow{\times 2} 2x \xrightarrow{\times 2} 4x \xrightarrow{\times 2} 8x \xrightarrow{\times 2} 16x \xrightarrow{\times 2} 32x$$

شنبه یکشنبه دوشنبه سه‌شنبه چهارشنبه پنج‌شنبه

فولاد تولیدی در پایان روز پنج‌شنبه $32x = 320 \Rightarrow x = 10$

$$\Rightarrow x = \frac{320}{32} = 10$$

مجموع کل فولاد تولیدی در یک هفته $x + 2x + 4x + 8x + 16x + 32x = 63x = 63 \times 10 = 630$

$$\Rightarrow 63x = 63 \times 10 = 630$$

اختلاف فولاد تولیدی روزهای سه‌شنبه و پنج‌شنبه $32x - 8x = 24x = 24 \times 10 = 240$

$$\Rightarrow 24x = 24 \times 10 = 240$$

۲۱ | اگر این سه عدد زوج متوالی را x ، $x+2$ و $x+4$ فرض کنیم،

خواهیم داشت:

$$x + x + 2 + x + 4 = 42 \Rightarrow 3x + 6 = 42 \Rightarrow 3x = 36$$

$$\Rightarrow x = \frac{36}{3} = 12$$

$$\Rightarrow x + 4 = 12 + 4 = 16 = \text{بزرگ‌ترین عدد}$$

استار حالا آله می‌گفت سه عدد فرد متوالی یا سه عدد طبیعی متوالی بی‌کار باید می‌کردیم؟

برای سه عدد فرد هم همون x ، $x+2$ و $x+4$ رو می‌گیریم، ولی برای اعداد طبیعی متوالی اون‌ها رو به صورت x ، $x+1$ و $x+2$ فرض می‌کنیم.

$$(x+5)^2 - (2x-3)^2 = 38 - 3x^2 \quad | \quad 2$$

اتحاد مربع اتحاد مربع
دو جمله‌ای دو جمله‌ای

$$\Rightarrow x^2 + 10x + 25 - (4x^2 - 12x + 9) = 38 - 3x^2$$

$$\Rightarrow x^2 + 10x + 25 - 4x^2 + 12x - 9 = 38 - 3x^2$$

$$\Rightarrow -3x^2 + 22x = 38 - 3x^2 - 16 \Rightarrow x = \frac{22}{22} = 1$$

۲۳ | طول کوچک‌ترین ضلع را x فرض می‌کنیم. لذا خواهیم داشت:

$x + 5 =$ طول ضلع متوسط و $4x + 1 =$ طول بزرگ‌ترین ضلع

$$80 = \text{محیط مثلث} \Rightarrow x + (x+5) + (4x+1) = 80$$

$$\Rightarrow 6x + 6 = 80 \Rightarrow 6x = 74 \Rightarrow x = \frac{74}{6}$$

۲۴ | درست؛ ضمناً نام دیگر ریشه مضاعف، دو ریشه یکسان است.

۱۵ | پارانته‌های سمت چپ را در هم ضرب می‌کنیم، سمت راست هم

اتحاد مربع دوجمله‌ای است:

$$(3x-1)(3x+7) = (3x-2)^2$$

$$\Rightarrow 9x^2 + 21x - 3x - 7 = 9x^2 - 12x + 4$$

$$\Rightarrow 18x + 12x = 4 + 7 \Rightarrow 30x = 11 \Rightarrow x = \frac{11}{30}$$

۱ | عدد مجهول را x می‌گیریم. پس داریم:

$$5 \Rightarrow 5x$$

$$5 \Rightarrow 5x + 1$$

$$\Rightarrow \frac{5x+1}{2}$$

حالا معادله مطلوب را تشکیل می‌دهیم:

$$\frac{5x+1}{2} - x = 2 \rightarrow \text{باقی‌مانده}$$

همان عدد

$$\xrightarrow{\text{ضرب جملات در ۲}} 2\left(\frac{5x+1}{2}\right) - 2(x) = 2(2) \Rightarrow 5x+1-2x=4$$

$$\Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{3} = 1$$

۱۷ | اگر تعداد افراد گروه را x فرض کنیم خواهیم نوشت:

$$x + x + \frac{x}{2} + \frac{x}{2} + 1 = 100$$

رومی هم ۱۰۰ نفر (نصف نصف ما) (نصف ما) ما ما

$$\Rightarrow 2x + \frac{x}{2} + \frac{x}{2} = 99 \Rightarrow \frac{4x + 2x + x}{4} = 99$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 11x = 396 \Rightarrow x = \frac{396}{11} = 36$$

۱۸ | کمترین حقوق را x می‌گیریم. پس الان حقوق کارگر را x فرض

کرده و خواهیم نوشت:

$$4x = \text{حقوق کارگر} \times 4 = \text{حقوق مهندس}$$

$$\text{حقوق مدیر بخش} = \frac{2}{5} \times \text{حقوق مهندس}$$

$$\Rightarrow 4x = \frac{2}{5} \times \text{حقوق مدیر بخش}$$

$$\Rightarrow \text{حقوق مدیر بخش} = 4x \times \frac{5}{2} = 10x$$

$$\xrightarrow{\text{طبق فرض سوال}} \text{حقوق ۱۲ کارگر} + \text{حقوق ۸ مهندس} + \text{حقوق ۵ مدیر} = 100$$

$$= 100$$

$$\Rightarrow 5(10x) + 8(4x) + 12(x) = 100$$

$$\Rightarrow 50x + 32x + 12x = 100 \Rightarrow 94x = 100$$

$$\Rightarrow x = \frac{100}{94} \approx 10.6$$

یعنی حقوق یک کارگر در ماه تقریباً ۱ میلیون تومان می‌باشد.

۱۹ | ارتفاع \times قاعده = عرض \times طول \Rightarrow مساحت مثلث = مساحت مستطیل

$$\Rightarrow (x+1)(2x+3) = \frac{(4x)(x+5)}{2}$$