از سری کتاب‌های
قلم‌چی

گاج



فیزیک ریاضی

جامع کنکور

مؤلفان: سعید احمدی، محمد آهنگر، علیرضا ایدلخانی، سجاد صادقی‌زاده

ویرایش جدید | جلد ۲ دوم | پاسخ‌های واقعاً تشریحی برای ۴۰۰۰ تست

۱۰۰۰ دهم | ۱۲۰۰ یازدهم | ۱۸۰۰ دوازدهم

مقدمه مؤلفین

به نام یگانه خالق هستی

بعد از استقبال خفن از کتاب IQ امسال یه ویرایش اساسی روی این کتاب انجام دادیم. بی‌برو برگشت ببینیم که ویژگی‌های اصلی ویرایش جدید کتاب چیه؟! و خوندنش چه‌جوری شما رو موفق می‌کنه ...

ویژگی‌های اصلی کتاب

۱) تو این کتاب تست مفهومی به‌دردبخور انقد زیاده که انگشت به دهن می‌مونید. باور کنید وقتی می‌گیم به‌دردبخور، یعنی تستی که به درد کنکور می‌خوره و هدفمون اینه که ایده و مفهومش بیاد و اُوردن تست سخت به‌دردنخوری که احتمال طرحش پایینه، تو این کتاب خیانت به دانش‌آموز محسوب شده و ممنوع بوده.

۲) تست‌های کنکورای نسبتاً جدید ۱۴۰۰ تا الان رو هم اُوردیم تا فضای کنکور رو در کنار سؤالای تألیفی تجربه کنید و کلی با کتاب حال کنید...

۳) برخلاف کتابای قبلی خودمون یعنی پکیج جاویدان میکرو که پرفروش‌ترین کتابای اختصاصی کنکور هستن، تصمیم گرفتیم که کمتر طبقه‌بندی‌های ریز انجام بدیم و بیشتر به ذهن شما اجازه بدیم خودش طبقه‌بندی بکنه و منسجم‌تر بشه...

۴) راه‌حل‌های کتاب خیلی حرفه‌ای و توپ تو جلد دوم کتاب نوشته شده و سعی کردیم که خیلی اساسی، مفهومی و حرفه‌ای سؤالا رو جواب بدیم. راستی باکس‌های خواستون باشه و حتماً بخونش رو درست و حسابی ببینید و بخونید تا چند قدم از رقیباتون جلو بیفتید...

۵) یه سری تستا علامت موشک (🚀) کنارش داره، اینا سوخت موشک شما برای رسیدن به درصدهای بالا تو درس فیزیک هست، اگه می‌خواید مدیریت شده تست بزنید، اول اینا تو اولویتن. خواست باشه که مابقی تستا رو هم تو ادامه می‌گیم باید چه کار کنید...

۶) بعد از حل سؤالای هر فصل، می‌تونید چند تا آزمون باحال و احتمالی هم از خودتون بگیرید که واقعاً نیازه QR-Code مربوط به این آزمون‌ها رو تو جلد سؤال اُوردیم...

به شما قول میدیم که ۲۰ سال تجربهٔ تألیفمون رو اوردیم وسط تا شما رو از تمام منابع واقعاً غیراستاندارد و آزاردهنده‌ای که ادعای سؤال سخت می‌کنن بی‌نیاز کنیم. از معلم‌ها و دانش‌آموزان عزیزی که پیشنهادات سازندهٔ خودشون رو به ما منتقل می‌کنن، صمیمانه قدردانی می‌کنیم، یادتون باشه ما همیشه به این نظرات برای بهبود کارامون نیاز داریم...

«توفیق رفیق راهتان»

فهرست

پایه دهم

فصل اول	فیزیک و اندازه‌گیری	۶
فصل دوم	ویژگی‌های فیزیکی مواد	۱۸
فصل سوم	کار، انرژی و توان	۵۴
فصل چهارم	دما و گرما	۸۳
فصل پنجم	ترمودینامیک	۱۲۷

پایه یازدهم

فصل اول	الکتریسیتهٔ ساکن	۱۵۰
فصل دوم	جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم	۲۱۱
فصل سوم	مغناطیس	۲۸۵
فصل چهارم	القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب	۳۱۶

پایه دوازدهم

فصل اول	حرکت بر خط راست	۳۴۴
فصل دوم	دینامیک و حرکت دایره‌ای	۴۳۱
فصل سوم	نوسان و موج	۴۹۵
فصل چهارم	برهم‌کنش‌های موج	۵۵۱
فصل پنجم	آشنایی با فیزیک اتمی	۵۷۵
فصل ششم	آشنایی با فیزیک هسته‌ای	۵۹۶



۱۰۴ ۴ - به‌طور کلی فاصلهٔ میانگین مولکول‌های گاز در مقایسه با اندازهٔ آن‌ها، خیلی بیشتر است و عبارت مطرح‌شده در گزینهٔ (۴) نادرست است.

۱۰۵ ۳ - جامدهای بلورین از یک الگوی سه‌بعدی تکرارشونده از واحدهای منظم ساخته می‌شوند و از سرد کردن آهستهٔ مایع به‌وجود می‌آیند. نمک طعام نمونه‌ای از جامدهای بلورین می‌باشد.

۱۰۶ ۳ - با توجه به شکل‌های کتاب درسی، شکل (۱) مربوط به یک جامد فلزی، شکل (۲) مربوط به یک جامد بلورین و شکل (۳) مربوط به یک جامد بی‌شکل (مانند شیشه) است. بنابراین گزینهٔ (۳) صحیح است.

۱۰۷ ۳ - فاصلهٔ ذرات سازندهٔ مایع، تقریباً برابر جامدات بوده و در حدود یک آنگستروم است. از طرفی مایعات نظم و تقارن جامدهای بلورین را ندارند و به‌صورت نامنظم قرار گرفته و به‌راحتی جاری می‌شوند.

۱۰۸ ۲ - برخلاف جامدهای بلورین، ذرات سازندهٔ جامدهای بی‌شکل در طرح منظمی کنار هم قرار ندارند و تصویر نشان‌داده‌شده مربوط به این مواد است. شیشه مثالی از یک جامد بی‌شکل است. از سوی دیگر، نیروی بین ذرات یک ماده غالباً از جنس الکتریکی است.

۱۰۹ ۴ - **گام اول:** محاسبهٔ حجم قطرهٔ دوم: چون قطره کروی است، حجم آن به‌صورت زیر است:

$$V=\frac{۴}{۳}\pi r^۳ \xrightarrow{r_۲=۲r_۱} \frac{V_۲}{V_۱}=(\frac{r_۲}{r_۱})^۳=(\frac{۲}{۱})^۳=۸$$

$$\Rightarrow V_۲=۸V_۱ \xrightarrow{V_۱=۱mm^۳} V_۲=۸mm^۳=۸\times۱۰^{-۳}cm^۳$$

گام دوم: محاسبهٔ مساحت پخش شدن قطره بر روی آب:

$$V=Ad \Rightarrow \frac{V_۲}{V_۱}=\frac{A_۲}{A_۱}\times\frac{d_۲}{d_۱} \xrightarrow{\frac{V_۲}{V_۱}=۸,\ \frac{d_۲}{d_۱}=۱} ۸=\frac{A_۲}{A_۱}$$

$$A_۲=۸A_۱ \Rightarrow \Delta A=A_۲-A_۱=۷A_۱=۷\times۲۰۰۰=۱۴۰۰۰cm^۲$$

۱۱۰ ۳ - پدیدهٔ پخش در مایعات و گازها (شاره‌ها) در تصاویر (الف)، (ب) و (ج) نشان داده شده و تصاویر (د) و (ه) ارتباطی به پدیدهٔ پخش در مایعات و گازها ندارند.

حواستون باشه

شکل‌های (د) و (ه) به بحث نیروهای بین مولکولی مرتبطه.

۱۱۱ ۴ - پخش شدن قطرهٔ جوهر در آب، نمونه‌ای از پدیدهٔ پخش می‌باشد که به علت حرکت مولکول‌های آب رخ می‌دهد. در واقع حرکت‌های نامنظم و کاتوره‌ای (تصادفی) مولکول‌های آب و برخورد آن‌ها با ذرات جوهر، باعث پخش جوهر در آب می‌شود، بنابراین گزینهٔ (۴) نادرست است. سایر گزینه‌ها با توجه به کتاب درسی صحیح است.

۱۱۲ ۲ - همان‌طور که می‌دانیم، هر چه سرعت حرکت ذرات گاز **بیشتر** باشد، پدیدهٔ پخش در گاز **سریع‌تر** انجام می‌شود. بنابراین هنگامی که دمای هوا افزایش می‌یابد، ذرات دود و غبار **سریع‌تر** در هوا پخش می‌شود. از سوی دیگر، چون نیروی بین مولکولی در گازها نسبت به مایعات **کم‌تر** است، در نتیجه جنبش مولکول‌های گاز بیشتر بوده و فرایند پخش در گازها **سریع‌تر** است.

۱۱۳ ۱ - در دمای اتاق، مولکول‌های هوای زیادی در حرکت هستند و با برخورد زیاد به ذرات درشت گچ، سبب حرکت نامنظم و کاتوره‌ای آن‌ها می‌شوند. از سوی دیگر، اگر برخورد مولکول‌های هوا با ذرات گچ وجود نداشت، ذرات گچ در مدت‌زمان کوتاهی به‌سمت زمین سقوط می‌کردند.

حواستون باشه

عدم سقوط سریع ذرات گچ، نشان‌دهندهٔ وجود مولکول‌های هوا در محیط است که البته توسط میکروسکوپ هم مشاهده نمی‌شوند.

۱۱۴ ۲ -

حواستون باشه

می‌دانیم مواد در حالت کلی، دارای چهار حالت هستند (جامد، مایع، گاز و پلاسما). هم‌چنین می‌دانیم فاصلهٔ ذرات سازندهٔ مایع و جامد تقریباً یکسان و در حدود یک آنگستروم است. پلاسما رسانای خوبی است، اما گازها رسانای خوبی نیستند. جامدات و مایعات هر دو تراکم‌ناپذیر هستند. هر گازی که تا دمای بسیار بالا گرم می‌شود، به‌صورت پلاسما درمی‌آید و یونیزه می‌شود.

با توجه به توضیحات ارائه‌شده موارد (الف)، (ب) و (ه) صحیح است.

۱۱۵ ۲ - نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و شیشه بیشتر از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب است و در نتیجه آب می‌تواند شیشه را خیس کند، بنابراین گزینهٔ (۲) نادرست است. سایر گزینه‌ها با توجه به متن کتاب درسی صحیح هستند.

۱۱۶ ۳ - نیروی هم‌چسبی، نیروی بین مولکول‌های همسان است و پدیدهٔ شبنم صبحگاهی، در اثر این نیرو به وجود می‌آید.

۱۱۷ ۴ - در فاصلهٔ خیلی کم، نیروی دافعهٔ بزرگی بین دو مولکول وجود دارد، اما وقتی مولکول‌ها را اندکی از هم دور می‌کنیم، نیروی جاذبهٔ بین آن‌ها آشکار می‌شود.

۱۱۸ ۲ - چون مایعات تقریباً تراکم‌ناپذیر و گازها تراکم‌پذیر هستند، بنابراین با پایین آوردن پیستون سرنگ، مشاهده می‌شود که فقط هوای درون آن متراکم می‌شود.

۱۱۹ ۴ - دمای روغن در شکل (۱) بیشتر است، زیرا در دمای بیشتر، نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های روغن کاهش یافته و مولکول‌های روغن راحت‌تر جاری می‌شوند.



۱۲۰ ـ ۳ ـ با توجه به شکل‌های داده‌شده، می‌توان نوشت:



شکل (۱)

شکل (۱): A شیشه را تر می‌کند. ⇐ نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های A و شیشه، بیشتر از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های A است. ⇐ $F'_A > F_A$



شکل (۲)

شکل (۲) : B شیشه را تر نمی‌کند. ⇐ نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های B، بیشتر از نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های B و شیشه است. ⇐ $F_B > F'_B$

۱۲۱ ـ ۲ ـ کشش سطحی بر روی سطح مایع، ناشی از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های **سطح** مایع است، بنابراین گزینهٔ (۲) نادرست است. سایر گزینه‌ها با توجه به کتاب درسی صحیح هستند.

۱۲۲ ـ ۲ ـ افزایش دمای یک مایع، باعث کاهش نیروی هم‌چسبی و کشش سطحی مایع می‌شود، بنابراین گزینهٔ (۲) نادرست است. سایر گزینه‌ها با توجه به کتاب درسی صحیح هستند.

۱۲۳ ـ ۳ ـ با توجه به کشش سطحی، می‌توان توضیح داد که چرا قطره‌های آبی که آزادانه سقوط می‌کنند، تقریباً کروی‌اند. در واقع به‌ازای حجمی معین، کره نسبت به هر شکل هندسی دیگری، کوچک‌ترین مساحت جانبی را دارد. به این ترتیب سطح قطره‌ای که آزادانه سقوط می‌کند، مانند یک پوستهٔ کشیده‌شده، تمایل به کمینه کردن مساحتش دارد. بنابراین گزینهٔ (۳) صحیح است.

۱۲۴ ـ ۳ ـ جذب رنگ توسط قلم‌موی نرم، نم گرفتن دیوارها از زمین خیس و حرکت مرکب در خودنویس، نشانگر جلوه‌هایی از پدیدهٔ مویینگی هستند، بنابراین گزینهٔ (۳) صحیح است.

حواستون باشه

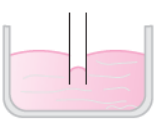
دقت شود که کروی بودن قطره‌های آب در حال سقوط و تشکیل حباب‌های آب و صابون به دلیل پدیدهٔ کشش سطحی می‌باشد.

۱۲۵ ـ ۳ ـ نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب، بیشتر از نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و موهای قلم‌مو است. بنابراین وقتی که قلم‌مو را از آب بیرون می‌کشیم، نیروی هم‌چسبی مولکول‌های آب، سبب می‌شود تا لایه‌ای از آب در اطراف موهای قلم تشکیل شود و موهای قلم به یک‌دیگر بچسبند.

۱۲۶ ـ ۴ ـ قرار دادن سکه روی کارت، باعث می‌شود به دلیل وزن سکه، کارت بخواهد از آب جدا شود و بیفتد. اما به دلیل وجود نیروی دگرچسبی بین آب و کارت، کارت تا حداکثر ۱۰ گرم را می‌تواند تحمل کند و نیفتد.

با اضافه کردن مایع ظرف‌شویی یا افزایش دمای آب، نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و کارت کاهش می‌یابد و حداکثر جرم سکه‌ای که کارت می‌تواند تحمل کند، کمتر از ۱۰ گرم می‌شود.

۱۲۷ ـ ۳ ـ با توجه به شکل نشان‌داده‌شده، نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های مایع و شیشه، کم‌تر از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های خود مایع است، بنابراین مایع درون لولهٔ شیشه‌ای نمی‌تواند بالا آمده و سطح مایع به‌صورت محدب (برآمده) قرار می‌گیرد.



بررسی گزاره‌ها

الف) مایع درون ظرف می‌تواند جیوه باشد، بنابراین این عبارت صحیح است.

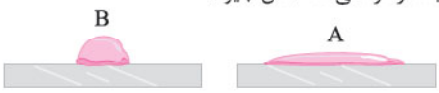
ب) اگر از لولهٔ باریک‌تری استفاده کنیم، باید اختلاف ارتفاع سطح مایع درون لوله و سطح مایع درون ظرف بیشتر شود. بنابراین مایع درون لوله باید پایین‌تر قرار گیرد. پس این عبارت نیز صحیح است.

ج) با توجه به توضیحات ارائه شده، این عبارت صحیح است.

د) به دلیل کم‌تر بودن نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های این مایع و شیشه نسبت به نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های خود مایع، این مایع نمی‌تواند روی سطح شیشه پخش شده و آن را تر کند. بنابراین این عبارت نادرست است.

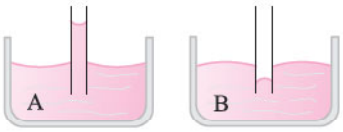
ه) با فرو بردن بیشتر این لوله به درون مایع، سطح مایع درون لوله تغییری نخواهد کرد، بنابراین این عبارت نیز نادرست است.

۱۲۸ ـ ۴ ـ با توجه به شکل‌های داده‌شده، مایع A شیشه را تر می‌کند (مثل آب) و مایع B شیشه را تر نمی‌کند (مثل جیوه).

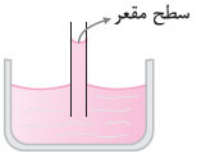


بنابراین مایع A درون لولهٔ مویین شیشه‌ای بالاتر از سطح مایع درون ظرف قرار گرفته و سطح آن به‌صورت مقعر (فرو رفته) قرار می‌گیرد، بنابراین گزینهٔ (۴) صحیح است.

دقت شود که مایع B درون لولهٔ مویین شیشه‌ای، همانند جیوه، پایین‌تر از سطح مایع درون ظرف قرار گرفته و سطح آن به‌صورت محدب (برآمده) قرار می‌گیرد.



۱۲۹ ـ ۳ ـ با توجه به اینکه نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های مایع و شیشه، بیشتر از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع است، بنابراین مایع در داخل لوله بالا آمده و سطح مایع درون لوله به‌صورت مقعر (فرورفته) می‌باشد.

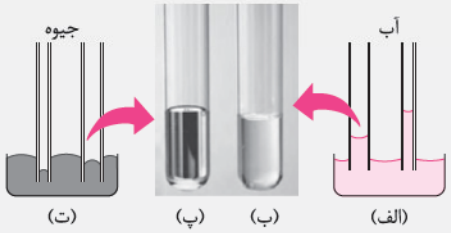


۱۳۰ ـ ۴ ـ با توجه به اطلاعات داده‌شده در صورت سؤال، مایع مورد بررسی، مایعی مشابه با جیوه می‌باشد و مشابه با پاسخ سؤالات قبل، گزینهٔ (۴) صحیح است.

۱۳۱ ـ ۲ ـ در داخل لولهٔ شیشه‌ای، جیوه پایین‌تر از سطح جیوهٔ داخل ظرف قرار می‌گیرد به‌طوری که سطح آن در داخل لوله، محدب (برآمده) می‌باشد. از طرفی هر چه لوله نازک‌تر باشد، اختلاف ارتفاع مایع داخل آن تا سطح آزاد مایع داخل ظرف بیشتر است. بنابراین گزینهٔ (۲) صحیح است. دقت شود که سطح آب در داخل ظرف و لوله باید به‌صورت مقعر باشد.

حواستون باشه

در شکل گزینهٔ (۴) سطح آب در بیرون لوله نادرست نشان داده شده است. شکل صحیح وضعیت آب و جیوه به‌صورت زیر است:



۱۳۲ ۳ - نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب، بیشتر از نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و روغن است. بنابراین وقتی لولهٔ مویین روغنی را درون آب فرو می‌بریم، آب درون لولهٔ مویین پایین‌تر از سطح آزاد مایع درون ظرف قرار گرفته و سطح آن درون لولهٔ مویین به‌صورت محدب (برآمده) می‌باشد.

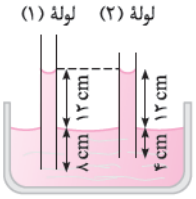
برای جیوه نیز همین اتفاق رخ داده و جیوه نیز درون لولهٔ مویین پایین‌تر از سطح آزاد مایع درون ظرف و به‌صورت برآمده قرار می‌گیرد.



خواستون باشه

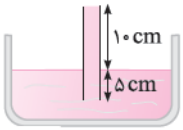
دقت شود که آب در بیرون لولهٔ مویین به شکل فرورفته قرار می‌گیرد، زیرا بیرون لولهٔ مویین روغن‌اندود نشده است و شکل گزینهٔ (۱) نادرست است.

۱۳۳ ۳ - با توجه به شکل نشان‌داده‌شده، آب درون لولهٔ مویین باید ۱۲cm بالا بیاید. دقت شود که ارتفاع آب بالا آمده درون لوله نسبت به سطح آزاد مایع درون ظرف، به طول قسمتی از لوله که درون آب قرار گرفته است، بستگی ندارد.



بنابراین آب درون لولهٔ (۲) نیز به گونه‌ای بالا می‌آید که سطح مایع درون لوله نسبت به سطح مایع درون ظرف ۱۲cm بالاتر قرار گیرد. بنابراین آب درون لولهٔ (۲)، به اندازهٔ $۱۶\,cm = ۱۲ + ۴$ نسبت به انتهای آن بالا می‌رود.

۱۳۴ ۲ - با توجه به سؤال قبل، آب درون لولهٔ مویین باید به گونه‌ای بالا بیاید که اختلاف ارتفاع سطح آزاد مایع درون ظرف و مایع درون لوله برابر ۱۲cm شود. در این سؤال، طول قسمتی از لوله که بیرون از ظرف قرار می‌گیرد، برابر $۱۰\,cm = ۵ - ۱۵$ است. بنابراین آب تا انتهای لوله بالا می‌رود، ولی بیرون نمی‌ریزد.



خواستون باشه

در این سؤال اگر قرار باشد که آب درون لوله بالا آمده و مانند یک فواره از لوله بیرون بریزد، یعنی با قرار دادن این لوله درون آب، یک فوارهٔ دائمی خواهیم داشت، در حالی که این موضوع اتفاق نمی‌افتد و رخ دادن آن، اصل پایستگی انرژی را نقض می‌کند.

۱۳۵ ۲ - طراح سؤال، یکای کمیت فرعی فشار را برحسب یکاهای اصلی می‌خواهد. به کمک رابطهٔ $P = \rho gh$ داریم:

$$P = \rho gh \Rightarrow [P] \equiv \frac{kg}{m^3} \times \frac{m}{s^2} \times m = \frac{kg}{m.s^2}$$

۱۳۶ ۳ - فشار وارد بر یک سطح، برابر با نیروی عمودی وارد بر سطح، تقسیم بر مساحت آن است. با توجه به اینکه در هر ۴ شکل، ۳ مکعب مستطیل وجود دارد، نیروی عمودی در هر ۴ شکل با هم برابر است. از آنجایی‌که شکل‌های (ب) و (پ) سطح مقطع کم‌تری دارند، فشار بیشتری بر سطح افقی وارد می‌کنند.

۱۳۷ ۴ - از آن‌جا که فشار حداکثری را داریم، با توجه به رابطهٔ $P = \frac{F}{A}$، برای وزن ثابت، هر چه سطح بیشتر باشد، فشار کم‌تر می‌شود. برای فرو نرفتن جسم در برف، فشار باید کوچک‌تر یا مساوی ۲۴۳۰Pa باشد.

$$P = \frac{F}{A} = \frac{(M_{\text{شخص}} + m_{\text{تخته}})g}{A} \Rightarrow P = \frac{(۸۰ + ۱) \times ۱۰}{A}$$

$$\xrightarrow{P_{max} = ۲۴۳۰\,Pa} ۲۴۳۰ = \frac{۸۱۰}{A_{min}} \Rightarrow A_{min} = \frac{۱}{۳}\,m^۲$$

$$\Rightarrow A_{min} = \frac{۱۰^۴}{۳}\,cm^۲ \simeq ۳۳۳۳\,cm^۲$$

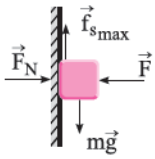
چون گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) از این عدد بزرگ‌ترند، همه موارد صحیح هستند.

۱۳۸ ۲ - فشار وارد بر سطح از طرف استوانه برابر است با مجموع نیروی عمودی وارد شده تقسیم بر مساحت سطح افقی، بنابراین داریم:

$$P = \frac{F_{کل}}{A} = \frac{۲۰۰ + mg}{A} \xrightarrow{P = ۴۰\,kPa} ۴۰ \times ۱۰^۳ = \frac{۲۰۰ + ۱۰m}{۳۰۰ \times ۱۰^{-۴}}$$

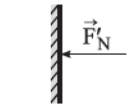
$$\Rightarrow m = ۱۰۰\,kg$$

۱۳۹ ۳ - **گام اول:** با توجه به اینکه مکعب در آستانهٔ حرکت به‌سمت پایین است، می‌توان نوشت:



$$f_{s_{max}} = mg \Rightarrow \mu_s \times F_N = mg$$

$$\Rightarrow ۰/۵ \times F_N = ۰/۴ \times ۱۰ \Rightarrow F_N = ۸\,N$$



گام دوم: نیرویی که باعث وارد کردن فشار به سطح دیوار قائم می‌شود، عکس‌العمل نیروی $\vec{F}_N$، یعنی F'_N می‌باشد. بنابراین داریم:

$$P = \frac{F_\perp}{A} \Rightarrow P = \frac{F'_N}{A} \Rightarrow P = \frac{۸}{۰/۰۲ \times ۰/۰۲} = \frac{۸}{۴ \times ۱۰^{-۴}} = ۲ \times ۱۰^۴\,Pa$$

خواستون باشه

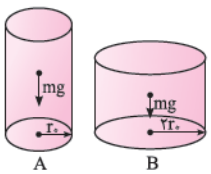
در این شکل، نیروی وزن باعث وارد شدن فشار به دیوارهٔ قائم نمی‌شود.

۱۴۰ ۳ - برای مقایسهٔ فشار ناشی از دو جسم، می‌توان به‌صورت زیر عمل کرد:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A} \Rightarrow \frac{P_۲}{P_۱} = \frac{m_۲}{m_۱} \times \frac{A_۱}{A_۲}$$

$$\xrightarrow[m_۲ = ۶m_۱]{A_۱ = ۲a \times a\,,\, A_۲ = \pi a^۲} \frac{P_۲}{P_۱} = ۶ \times \frac{۲a^۲}{\pi a^۲} = \frac{۱۲}{\pi}$$

۱۴۱ ۴ - با توجه به رابطهٔ $A = \pi r^۲$ و دو برابر بودن شعاع قاعدهٔ استوانهٔ B نسبت به A، مساحت قاعدهٔ استوانهٔ B، چهار برابر مساحت قاعدهٔ استوانهٔ A است. بنابراین می‌توان نوشت:



$$A = \pi r^۲ \xrightarrow{r_B = ۲r_A} A_B = ۴A_A$$

در مقایسهٔ فشار ناشی از دو استوانه می‌توان نوشت:

$$\text{برابر } \frac{۱}{۴} \downarrow P = \frac{\overset{\text{یکسان}}{mg}}{A} \xrightarrow{A_B = ۴A_A} P_B = \frac{۱}{۴}P_A \Rightarrow \frac{P_A}{P_B} = ۴$$

$$\uparrow \text{برابر } ۴$$

خواستون باشه

این‌گونه نیز می‌توان سؤال را تحلیل کرد:

$$P = \frac{W}{A} \Rightarrow \frac{P_A}{P_B} = \frac{W_A}{W_B} \times \frac{A_B}{A_A} \xrightarrow[A_B = ۴A_A]{W_A = W_B} \frac{P_A}{P_B} = ۴$$

۱۴۲ ۳ - جرم هر یک از مکعب‌های کوچک‌تر را برابر m و مساحت یک وجه آن را A درنظر می‌گیریم. بنابراین می‌توان نوشت:

(۱):

(۲):

$$P_1=\frac{W_1}{A_1}=\frac{mg}{A}$$

$$P_2=\frac{W_2}{A_2}\xrightarrow[A_2=4A_1]{W_2=8W_1}P_2=\frac{8mg}{4A}=\frac{2mg}{A}\Rightarrow\frac{P_2}{P_1}=\frac{\frac{2mg}{A}}{\frac{mg}{A}}=2$$

حتماً بخونش

یه روش دیگه هم می‌خوایم یاد بگیریم ...

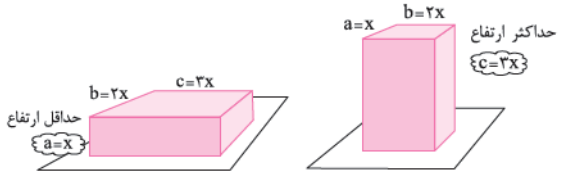
ابتدا دقت کنید که سطح مقطع دو شکل (۱) و (۲) با تغییر ارتفاع، تغییر نمی‌کند و در این‌گونه موارد می‌توان از رابطهٔ $P=\rho gh$، فشار ناشی از جسم جامد را به‌دست آورد. در ادامه با توجه به یکسان بودن چگالی در شکل‌های (۱) و (۲) و دو برابر بودن ارتفاع شکل (۲) نسبت به شکل (۱)، می‌توان نوشت:

$$P=\rho gh\xrightarrow{\rho\text{ و }g\text{ یکسان است.}}\frac{P_2}{P_1}=\frac{h_2}{h_1}=\frac{2h}{h}=2$$

۱۴۳ ۱ - با توجه به اینکه در این شکل، سطح مقطع جسم در کل ارتفاع آن ثابت است، می‌توان از رابطهٔ $P=\rho gh$ فشار وارد شده از طرف جسم بر سطح را محاسبه کرد. بنابراین طبق رابطهٔ $P=\rho gh$، فشار جسم وابسته به چگالی و ارتفاع آن است، بنابراین چون با خالی کردن قسمت میانی، هم چگالی و هم ارتفاع ثابت می‌مانند، فشار وارد بر سطح افقی نیز ثابت است.

$$P=\rho gh\xrightarrow[\text{ثابت }h]{\text{ثابت }\rho}P:\text{ ثابت}$$

۱۴۴ ۳ - با توجه به اینکه سطح مقطع یک مکعب مستطیل در کل ارتفاع آن ثابت است، بنابراین می‌توان برای محاسبهٔ فشار واردشده از طرف آن بر سطح از رابطهٔ $P=\rho gh$ استفاده کرد. در نتیجه حداکثر فشار مکعب‌مستطیل متناظر با حداکثر ارتفاع آن و حداقل فشار مکعب‌مستطیل متناسب با حداقل ارتفاع آن است و با توجه به نسبت‌های داده‌شده داریم:



$$\begin{cases}P_{max}=\rho gh_{max}=\rho g(3x)\\P_{min}=\rho gh_{min}=\rho gx\end{cases}\Rightarrow\frac{P_{max}}{P_{min}}=3$$

۱۴۵ ۳ - با توجه به اینکه سطح مقطع مکعب مستطیل در تمام ارتفاعش ثابت است، بنابراین می‌توان برای محاسبهٔ فشار آن از رابطهٔ $P=\rho gh$ استفاده کرد. در این‌جا بیشترین فشار وارد شده از طرف مکعب مستطیل بر سطح، در حالتی اتفاق می‌افتد که ارتفاع مکعب بیشینه باشد، بنابراین داریم:

$$P_{max}=\rho g h_{max}=8\times10^3\times10\times5\times10^{-2}=4\times10^3\,Pa$$

از طرفی برای محاسبهٔ P_{min} داریم:

$$P_{min}=\rho gh_{min}=8\times10^3\times10\times2\times10^{-2}=1/6\times10^3\,Pa$$

در نهایت خواستهٔ سؤال برابر است با:

$$P_{max}-P_{min}=4\times10^3-1/6\times10^3=2/4\times10^3\,Pa$$

۱۴۶ ۲ - **گام اول:** محاسبهٔ جرم فلز:

$$P=\frac{mg}{A}\Rightarrow10\times10^3=\frac{m\times10}{\pi\times10^2\times10^{-4}}\simeq\frac{1000m}{3}\Rightarrow m=30kg$$

گام دوم: محاسبهٔ حجم فلز:

$$\rho=\frac{m}{V_{فلز}}\Rightarrow6000=\frac{30}{V_{فلز}}\Rightarrow V_{فلز}=\frac{1}{200}m^3=5000cm^3$$

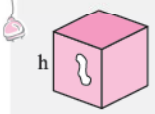
گام سوم: محاسبهٔ حجم حفره:

$$V_{استوانه}=\pi r^2h\simeq3\times10^2\times20=6000cm^3$$

$$V_{فلز}+V_{حفره}=V_{استوانه}\Rightarrow5000+V_{حفره}=6000$$

$$\Rightarrow V_{حفره}=1000cm^3\Rightarrow\frac{V_{حفره}}{V_{استوانه}}=\frac{1000}{6000}=\frac{1}{6}$$

حواستون باشه



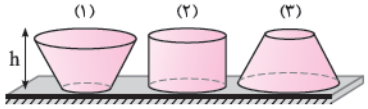
در شکل مقابل با توجه به وجود حفره، سطح مقطع در تمام ارتفاع ثابت نبوده و نمی‌توان از رابطهٔ $P=\rho gh$، فشاری که جسم جامد بر سطح افقی وارد می‌کند را به‌دست آورد.

۱۴۷ ۲ - همان‌طور که می‌دانیم، نیروی رو به بالا، عکس‌العمل عمودی سطح یا همان نیروی عمودی تکیه‌گاه را کم می‌کند. حال فشار را در دو وضعیت حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases}P_1=\frac{F_1}{A_1}=\frac{W}{\pi(3r)^2}=\frac{W}{9\pi r^2}\\P_2=\frac{F_2}{A_2}=\frac{W-80}{\pi r^2}\end{cases}\xrightarrow{\text{طبق صورت سؤال}}P_1=P_2$$

$$\Rightarrow\frac{W}{9\pi r^2}=\frac{W-80}{\pi r^2}\Rightarrow\frac{W}{9}=W-80\Rightarrow80=\frac{8}{9}W\Rightarrow W=90\,N$$

۱۴۸ ۳ - با توجه به یکسان بودن جرم و چگالی هر سه جسم، باید حجم آن‌ها با هم برابر باشد، از آنجایی که ارتفاع هر سه جسم با هم برابر است، بنابراین سطح مقطع جسم (۱) در تماس با سطح، کم‌تر از جسم (۲) و سطح مقطع جسم (۲) در تماس با سطح، کم‌تر از جسم (۳) است. بنابراین می‌توان نوشت:

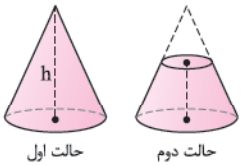


$$\text{فشار جامدات}:\ P=\frac{mg}{A}\xrightarrow{A_1<A_2<A_3}P_1>P_2>P_3$$

از طرفی اگر سطح مقطع یک جسم جامد در کل ارتفاع آن ثابت باشد، فشار ناشی از آن را می‌توان از رابطهٔ $P=\rho gh$ نیز به‌دست آورد. بنابراین برای جسم (۲) می‌توان نوشت:

$$P_2=\rho gh\Rightarrow P_1>P_2=\rho gh>P_3$$

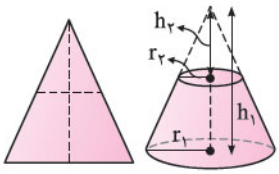
۱۴۹ ۳ - همان‌طور که می‌دانیم، فشار ناشی از جامدات از رابطهٔ $P=\frac{mg}{A}$ به‌دست می‌آید. با توجه به یکسان بودن سطح مقطع قاعدهٔ دو جسم می‌توان نوشت:



$$P=\frac{mg}{A}\xrightarrow{A\text{ ثابت است}}\frac{P_2}{P_1}=\frac{m_2}{m_1}\xrightarrow[\rho\text{ ثابت}]{m=\rho V}\frac{P_2}{P_1}=\frac{V_2}{V_1}$$

$$\xrightarrow{V_2=V_1-V_{\text{مخروط جداشده}}}\frac{P_2}{P_1}=\frac{V_1-V_{\text{مخروط جداشده}}}{V_1}=1-\frac{V_{\text{مخروط جداشده}}}{V_1}$$

با استفاده از تشابه دو مثلث (یا قضیهٔ تالس)، می‌توان نوشت:



$$\frac{h_۲}{h_۱}=\frac{r_۲}{r_۱}$$

از طرفی حجم یک مخروط از رابطهٔ $V=\frac{۱}{۳}\pi r^۲h$ به‌دست می‌آید. بنابراین می‌توان نوشت:

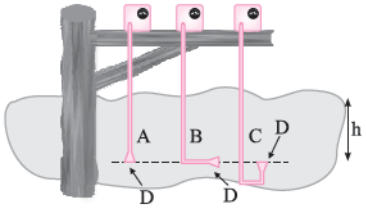
$$\frac{P_۲}{P_۱}=۱-\frac{\frac{۱}{۳}\pi r_۲^۲h_۲}{\frac{۱}{۳}\pi r_۱^۲h_۱}=۱-(\frac{r_۲}{r_۱})^۲\frac{h_۲}{h_۱}$$

$$\xrightarrow{\frac{r_۲}{r_۱}=\frac{h_۲}{h_۱}}\frac{P_۲}{P_۱}=۱-(\frac{h_۲}{h_۱})^۳\Rightarrow\frac{۸۷/۵}{۱۰۰}=۱-(\frac{h_۲}{h_۱})^۳$$

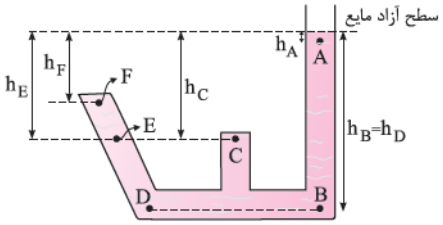
$$\Rightarrow(\frac{h_۲}{h_۱})^۳=\frac{۱۲/۵}{۱۰۰}=\frac{۱۲۵}{۱۰۰۰}\Rightarrow\frac{h_۲}{h_۱}=\frac{۵}{۱۰}$$

بنابراین ۵۰ درصد از ارتفاع مخروط باید جدا شود.

۱۵۰ - **۱** - اگر جریان آب ساکن باشد، عمق غشای کوچک D در هر سه شکل A، B و C یکسان بوده و بنابراین با توجه به رابطهٔ $P=P_۰+\rho gh$، فشار نشان‌داده‌شده توسط هر سه فشارسنج برابر است ($P_A=P_B=P_C=P_۰+\rho gh$).



۱۵۱ - **۳** - در یک مایع با چگالی مشخص، فشار فقط به عمق مایع از سطح آزاد بستگی دارد (h)، لذا باید عمق نقاط مختلف مایع در لوله را نسبت به سطح آزاد مایع بررسی کنیم.



$$h_A<h_F<h_E=h_C<h_B=h_D$$

$$P_A<P_F<P_E=P_C<P_B=P_D$$

بنابراین گزینهٔ (۳) پاسخ صحیح این سؤال است.

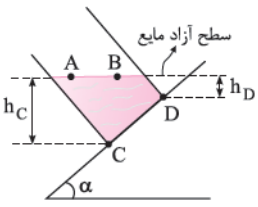
۱۵۲ - **۱** - برای پاسخ دادن به این سؤال، به موارد زیر توجه کنید:

۱) نقاط A و B درون یک مایع و بر روی سطح آزاد مایع قرار دارند ($h=۰$) و در نتیجه فشار هر دو نقطه برابر $P_۰$ است ($P_A=P_B=P_۰$).

۲) نقطهٔ C از سطح آزاد مایع، فاصلهٔ بیشتری نسبت به نقطهٔ D دارد و در نتیجه فشار آن بیشتر است.

$$h_C>h_D\Rightarrow P_C>P_D$$

مقایسهٔ فشار نقاط: $P_C>P_D>P_A=P_B$



۱۵۳ - **۴** - می‌دانیم فشار کل در عمق مایعات به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$P=\rho gh+P_۰\xrightarrow{P_۰=۱۰^۵\,Pa}۱۰\times۱۰^۵=۱/۲\times۱۰^۳\times۱۰\times h+۱۰^۵$$

$$\Rightarrow h=\frac{۹\times۱۰^۵}{۱/۲\times۱۰^۳\times۱۰}\Rightarrow h=۷۵\,m$$

۱۵۴ - **۴** - **گام اول:** محاسبهٔ چگالی مایع:

$$P=\rho gh+P_۰\Rightarrow\begin{cases}h=۱m\Rightarrow۱۰۵\times۱۰^۳=\rho g\times۱+P_۰\\h=۱/۸m\Rightarrow۱۱۳\times۱۰^۳=\rho g\times۱/۸+P_۰\end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{دو معادله را از هم کم می‌کنیم.}}(۱۱۳-۱۰۵)\times۱۰^۳=۰/۸\rho g$$

$$\Rightarrow۸\times۱۰^۳=۰/۸\rho\times۱۰\Rightarrow\rho=۱۰^۳\,kg/m^۳$$

گام دوم: محاسبهٔ فشار هوا:

می‌دانیم فشار در عمق یک متری مایع، ۱۰۵ کیلو پاسکال است، لذا خواهیم داشت:

$$P=\rho gh+P_۰\xrightarrow[P=۱۰۵\times۱۰^۳\,Pa]{h=۱m}۱۰۵\times۱۰^۳=۱۰^۳\times۱۰\times۱+P_۰$$

$$\Rightarrow P_۰=۹۵\times۱۰^۳\,Pa$$

۱۵۵ - **۳** - به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{P_{۵۳cm}}{P_{۱۰cm}}=\frac{\rho\times۱۰\times۰/۵۳+۱/۰۲۶\times۱۰^۵}{\rho\times۱۰\times۰/۱+۱/۰۲۶\times۱۰^۵}=۱/۵$$

$$\Rightarrow۵/۳\rho+۱/۰۲۶\times۱۰^۵=۱/۵\rho+۱/۵\times۱/۰۲۶\times۱۰^۵$$

$$\Rightarrow۳/۸\rho=۰/۵\times۱/۰۲۶\times۱۰^۵$$

$$\Rightarrow\rho=۱۳۵۰۰kg/m^۳=۱۳/۵gr/cm^۳$$

۱۵۶ - **۴** - عمق فشارسنج B بیشتر از A است، پس عدد نشان‌داده‌شده توسط فشارسنج B بیشتر از A خواهد بود. از طرفی اختلاف ارتفاع A و B (h_{AB})، برابر ۲۰ سانتی‌متر است. در نتیجه طبق رابطهٔ فشار در مایعات، خواهیم داشت:

$$P=\rho gh+P_۰\xrightarrow{h_{AB}=۲۰cm}\Delta P_{AB}=\rho gh_{AB}$$

$$\Rightarrow\Delta P_{AB}=۱۰^۳\times۱۰\times۰/۲=۲\times۱۰^۳\,Pa$$

۱۵۷ - **۳** - اختلاف ارتفاع بالا و پایین جسم برابر $\Delta h=۲۰\,cm$ است، بنابراین اختلاف فشار برابر است با:

$$\Delta P=\rho g\Delta h\Rightarrow(۱۰۵-۱۰۱)\times۱۰^۳=\rho\times۱۰\times۰/۲$$

$$\Rightarrow\rho=۲۰۰۰\frac{kg}{m^۳}=۲۰۰۰\frac{gr}{Lit}$$

خواستون باشه

یکاهای $\frac{kg}{m^۳}$ و $\frac{gr}{Lit}$ معادل یکدیگر هستند.

۱۵۸ - **۲** - **گام اول:** محاسبهٔ Δh:

$$\Delta P=\rho g\Delta h\Rightarrow۸۰\times۱۰^۳=۱۰^۳\times۱۰\times\Delta h\Rightarrow\Delta h=۸\,m$$

گام دوم: محاسبه زمان: اگر شناگر طول L را شنا کند، واضح است در راستای عمودی تنها $\Delta h=L\sin۳۰^\circ$ را می‌پیماید، پس داریم (v سرعت شناگر):

$$\Delta h=L\sin۳۰^\circ\xrightarrow{\Delta h=۸m}۸=L\times\frac{۱}{۲}\Rightarrow L=۱۶\,m$$

$$L=vt\Rightarrow۱۶=۱\times t\Rightarrow t=۱۶s$$

۱۵۹ **۴** - از رابطهٔ فشار در مایعات استفاده می‌کنیم:

$$P = \rho gh + P_0 \Rightarrow \begin{cases} h = h_1 \Rightarrow P_1 = \rho g h_1 + P_0 & : \text{رابطهٔ (۱)} \\ h = h_2 \Rightarrow P_2 = \rho g h_2 + P_0 & : \text{رابطهٔ (۲)} \end{cases}$$

در روابط فوق، P_0 در سمت راست دو تساوی یکسان است و برای اینکه $P_2 = 2P_1$ باشد، حتما باید h_2 بزرگ‌تر از دو برابر h_1 شود.

مواستون باشه

برای درک بهتر این موضوع، به مثال عددی زیر توجه کنید.

$$\begin{cases} x_1 = y_1 + z \Rightarrow 5 = 3 + 2 \\ x_2 = y_2 + z \Rightarrow \underset{2\times5}{10} = y_2 + 2 \Rightarrow y_2 = 8 > 2y_1 \end{cases}$$

۱۶۰ **۳** - **گام اول:** می‌دانیم که فشار کل وارد بر کف ظرف به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$P = \rho gh + P_0 = 800 \times 10 \times 1/2 + 86/4 \times 10^3 = 96 \times 10^3 \, Pa$$

گام دوم: حال اگر یک درصد از فشار اولیه کم کنیم، خواهیم داشت:

$$P' = 0/99P = 0/99 \times 96 \times 10^3 = 95/04 \times 10^3 \, Pa$$

گام سوم: محاسبهٔ ارتفاع نفت در حالت دوم:

$$P' = \rho gh + P_0 \Rightarrow 95/04 \times 10^3 = 800 \times 10h' + 86/4 \times 10^3$$

$$\Rightarrow h' = 1/08\,m = 108\,cm$$

لذا تغییرات ارتفاع ستون نفت برابر است با:

$$h = h' - h = 108 - 120 = -12\,cm$$

حتماً بخونش

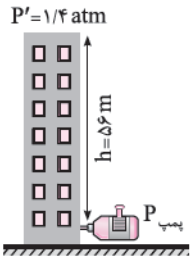
اما یه روش بهتر و سریع‌تر هم یاد بگیرید ...

برای آنکه فشار به اندازهٔ $\Delta P = \frac{1}{100} P_1$ تغییر کند، ارتفاع نفت را باید به اندازهٔ Δh تغییر داد. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\Delta P = \rho g \Delta h \xrightarrow{\Delta P = \frac{1}{100}P_1 = \frac{1}{100}\times 96\times 10^3 = 960\,Pa} 960 = 800 \times 10 \Delta h$$

$$\Rightarrow \Delta h = 0/12\,m = 12\,cm$$

۱۶۱ **۴** - **گام اول:** شکل متناسب با مسأله را رسم می‌کنیم:



گام دوم: محاسبه فشار پمپ: با توجه به‌صورت سؤال، فشار آب در طبقهٔ آخر ساختمان (P')، باید حداقل ۱/۴ اتمسفر باشد، بنابراین داریم:

$$P_{\text{پمپ}} - P' = \rho gh = 10^3 \times 10 \times 56$$

$$= 5/6 \times 10^5 \, Pa = 5/6 \, atm$$

$$\Rightarrow P_{\text{پمپ}} = P' + 5/6 = 1/4 + 5/6 = 7 \, atm$$

۱۶۲ **۲** -

حتماً بخونش

در این‌گونه مسائل، حداقل ارتفاع h با توجه به فشار پیمانه‌ای سیاهرگ شخص تعیین می‌شود.

با توجه به مطلب ذکر شده برای فشار پیمانه‌ای کودک و بزرگسال می‌توان نوشت:

$$P_{\text{کودک}} = \rho gh_{\text{کودک}}$$

$$P_{\text{بزرگسال}} = \rho gh_{\text{بزرگسال}}$$

$$\Rightarrow \frac{P_{\text{کودک}}}{P_{\text{بزرگسال}}} = \frac{h_{\text{کودک}}}{h_{\text{بزرگسال}}} \Rightarrow \frac{1430}{1820} = \frac{11}{h_{\text{بزرگسال}}} \Rightarrow h_{\text{بزرگسال}} = 14\,cm$$

۱۶۳ **۲** - **گام اول:** بررسی وضعیت آب: با توجه به اینکه سطح مقطع و ارتفاع برای قسمت پایینی ظرف داده شده، می‌توان حجم آن را محاسبه کرد:

$$V_1 = A_1 h_1 = 400 \times 10 = 4000\,cm^3 = 4\,Lit$$

در این سؤال، ۲ لیتر آب یا ۲۰۰۰ سانتی‌متر مکعب آب درون ظرف ریخته‌ایم. پس در نتیجه کل قسمت پایینی ظرف پر نمی‌شود و ارتفاع آب در این قسمت برابر است با:

$$V_{\text{آب}} = A_1 h \Rightarrow \underset{\text{حجم آب بر حسب } cm^3}{2000} = 400 \times h \Rightarrow h = 5\,cm$$

گام دوم: محاسبهٔ فشار: در این قسمت از رابطهٔ فشار مایع به‌صورت زیر استفاده می‌کنیم:

$$P = \rho gh = 10^3 \times 10 \times 0/05 = 500\,Pa$$

۱۶۴ **۴** - **گام اول:** همان‌طور که در سؤال قبل دیدیم، قسمت زیرین ظرف ۴۰۰۰ سانتی‌متر مکعب آب درون خود جای می‌دهد، لذا با توجه به اینکه ۶۰۰۰ سانتی‌متر مکعب آب در دسترس است، ۲۰۰۰ سانتی‌متر مکعب وارد ناحیهٔ بالایی می‌شود. حال برای محاسبهٔ ارتفاع آب در قسمت بالایی می‌توان نوشت:

$$V = Ah \Rightarrow h = \frac{V}{A_{\text{بالایی}}} = \frac{2000}{1000} = 2\,cm$$

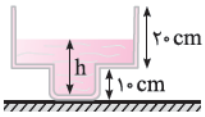
پس ارتفاع کل آب برابر مجموع ارتفاع قسمت زیرین (۱۰ سانتی‌متر) و ارتفاع در ناحیهٔ بالایی است.

$$h = 10 + 2 = 12\,cm$$

گام دوم: حال از رابطهٔ فشار مایعات استفاده می‌کنیم:

$$P = \rho gh = 10^3 \times 10 \times 0/12 = 1200\,Pa$$

۱۶۵ **۱** - **گام اول:** محاسبهٔ حجم کل ظرف:



$$V_{\text{ظرف}} = 20 \times 1000 + 10 \times 400 = 24000\,cm^3$$

گام دوم: محاسبهٔ ارتفاع آب:

طبق صورت سؤال، حداکثر فشار قابل تحمل برای کف ظرف از طرف مایع، ۲۴۰۰ پاسکال است. با توجه به این موضوع، می‌توان بیشترین ارتفاع آب درون ظرف را یافت.

$$P = \rho gh \Rightarrow h = \frac{2400}{10^3 \times 10} = 0/24\,m = 24\,cm$$

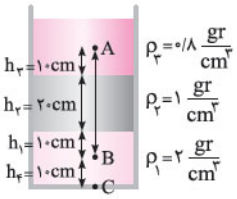
گام سوم: محاسبهٔ حجم آب:

دقت می‌کنیم ۱۰ سانتی‌متر از آب در ناحیهٔ پایینی و مابقی آن، یعنی ۱۴ cm، در ناحیهٔ بالایی است. بنابراین حجم آب برابر است با:

$$V_{\text{آب}} = 10 \times 400 + 14 \times 1000 = 18000\,cm^3$$

$$\text{نسبت حجم آب به ظرف} = \frac{V_{\text{آب}}}{V_{\text{ظرف}}} = \frac{18000}{24000} = 0/75 \Rightarrow \frac{V_{\text{آب}}}{V_{\text{ظرف}}} = 75\,\%$$

۱۶۶ ۴ **گام اول:** به کمک اطلاعات مسئله، ارتفاع قسمت‌های مختلف سه مایع را به‌صورت شکل نشان‌داده‌شده مشخص می‌کنیم:



گام دوم: اختلاف فشار نقاط A و B را به‌صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$P_A+\rho_3gh_3+\rho_2gh_2+\rho_1gh_1=P_B$$

$$\Rightarrow P_B-P_A=800(10)(0/1)+1000(10)(0/2)+2000(10)(0/1)$$

$$\Rightarrow P_B-P_A=4800\,Pa$$

گام سوم: اختلاف فشار نقاط B و C برابر است با:

$$P_B+\rho_1gh_4=P_C\Rightarrow P_C-P_B=\rho_1gh_4=2000\times10\times0/1=2000\ Pa$$

۱۶۷ ۱ - با توجه به رابطهٔ فشار مایعات، فشار وارد بر کف ظرف‌های (۱) و (۲) از طرف آب و نفت برابر است با:

$$P=\rho gh\xrightarrow[\text{فشار آب}=P_2]{\text{فشار نفت}=P_1}P_1=\rho_1gh_1\ ,\ P_2=\rho_2gh_2$$

اگر آن‌ها را درون یک ظرف بریزیم، فشار وارد بر کف ظرف از طرف این مایعات به‌صورت زیر خواهد بود:

$$P_3=\rho_1gh_1+\rho_2gh_2\xrightarrow[P_2=\rho_2gh_2]{P_1=\rho_1gh_1}P_3=P_1+P_2$$

حواستون باشه

فشار ناشی از چند مایع وارد بر کف یک ظرف، برابر مجموع فشارهای حاصل از تک‌تک مایعات است.

۱۶۸ ۲ - می‌دانیم فشار کل وارد بر کف ظرف به‌صورت زیر است:

$$P=\rho gh+P_0\Rightarrow P_1=\rho_1gh_1+P_0\ ,\ P_2=\rho_2gh_2+P_0$$

اگر آن‌ها را درون یک ظرف جدید بریزیم، آن‌گاه فشار کل وارد بر کف ظرف به‌صورت زیر خواهد شد:

$$P_3=\rho_1gh_1+\rho_2gh_2+P_0\xrightarrow[P_2=\rho_2gh_2+P_0]{P_1=\rho_1gh_1+P_0}P_3=P_1+P_2-P_0$$

بنابراین $P_3<P_1+P_2$ خواهد بود.

۱۶۹ ۱ - برای پاسخ دادن به این سؤال ترکیبی، دو گام زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: ابتدا چگالی مخلوط را محاسبه می‌کنیم:

$$\rho_{مخلوط}=\frac{m_A+m_B}{V_A+V_B}=\frac{\rho_AV_A+\rho_BV_B}{V_A+V_B}$$

$$\Rightarrow\rho_{مخلوط}=\frac{1200\times\frac{1}{3}V+600\times\frac{2}{3}V}{\frac{1}{3}V+\frac{2}{3}V}=800\ kg/m^3$$

گام دوم: در ادامه فشار مخلوط در کف ظرف برابر است با:

$$P_{مایع}=\rho_{مخلوط}gh=800\times10\times\frac{75}{100}=6000Pa$$:فشار مایع

۱۷۰ ۲ - مطابق شکل سؤال، عمق نقطهٔ A برابر ۲۰cm است $(h_A=20cm)$.

بنابراین فشار ناشی از الکل قبل از مخلوط شدن، در نقطهٔ A برابر است با:

$$P_A=\rho_{الکل}\times g\times h_A=800\times10\times0/2=1600Pa$$

پس از مخلوط شدن، چگالی مخلوط برابر است با:

$$\rho_{مخلوط}=\frac{\rho_1V_1+\rho_2V_2}{V_1+V_2}\xrightarrow{V_1=V_2}\rho_{مخلوط}=\frac{\rho_{الکل}V+\rho_{آب}V}{2V}$$

$$\Rightarrow\rho_{مخلوط}=\frac{\rho_{الکل}+\rho_{آب}}{2}=\frac{1+0/8}{2}=0/9\ gr/cm^3=900\ kg/m^3$$

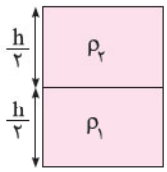
حال فشار ناشی از مخلوط در نقطهٔ A برابر است با:

$$\Rightarrow P'_A=\rho_{مخلوط}gh_A=900\times10\times0/2=1800Pa$$

$$\Delta P=P'_A-P_A=1800-1600=+200Pa$$

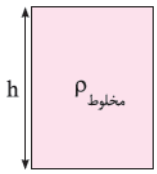
بنابراین فشار در نقطهٔ A، ۲۰۰ Pa افزایش می‌یابد.

۱۷۱ ۱ - اگر حجم کل ظرف را V فرض کنیم، در حالت اول حجم مایع (۱) برابر $\frac{1}{2}V$ و حجم مایع (۲) نیز برابر $\frac{1}{2}V$ است و داریم:



$$(P_{مایع})_1=\rho_1g\frac{h}{2}+\rho_2g\frac{h}{2}=\frac{1}{2}(\rho_1+\rho_2)gh$$

هم‌چنین در حالت دوم می‌توان نوشت:



$$\rho_{مخلوط}=\frac{m_{کل}}{V_{کل}}=\frac{\rho_1V_1+\rho_2V_2}{V_1+V_2}$$

$$\Rightarrow\rho_{مخلوط}=\frac{\rho_1\times\frac{1}{2}V+\rho_2\times\frac{1}{2}V}{\frac{1}{2}V+\frac{1}{2}V}$$

$$\Rightarrow\rho_{مخلوط}=\frac{1}{2}(\rho_1+\rho_2)$$

$$(P_{مایع})_2=\rho_{مخلوط}gh=\frac{1}{2}(\rho_1+\rho_2)gh$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنید، فشار وارد شده از طرف مایعات بر کف ظرف در هر دو حالت یکسان است.

متماً بخونش

می‌خوایم یه روش سه سوته و مفهومی هم یاد بگیرید ...

با توجه به اینکه سطح مقطع ظرف در کل ارتفاع آن یکسان است، برای محاسبهٔ فشار وارد شده از طرف مایعات بر کف ظرف، می‌توان از تقسیم مجموع وزن دو مایع بر مساحت کف ظرف استفاده کرد. از طرفی حاصل این تقسیم در دو حالت با یکدیگر برابر است، زیرا مایعی به ظرف اضافه یا کم نشده و تنها دو مایع در یکدیگر مخلوط شده‌اند.

$$P_1=P_2=\frac{W_1+W_2}{A}$$

۱۷۲ ۳ - مشابه با روش ارائه‌شده در سؤال قبل، با توجه به داشتن وزن هر دو مایع و سطح مقطع ظرف، برای محاسبهٔ فشار ناشی از دو مایع که عملاً همان فشار پیمانه‌ای است می‌توان نوشت:

$$P=\frac{W_1+W_2}{A}=\frac{0/4\times10+0/6\times10}{10\times10^{-4}}=10^4\ Pa=10kPa$$

حواستون باشه

با محاسبهٔ $\rho_{مخلوط}$ و استفاده از رابطهٔ $P=\rho gh$، حل این سؤال خیلی طولانی و بدقلق میشه، حتماً یه بار انجامش بده ...

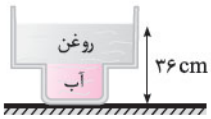
۱۷۳ ۱ **گام اول:** محاسبه حجم مایعات (حجم آب و روغن):

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow V_{آب}=\frac{m_{آب}}{\rho_{آب}}=\frac{۰/۴}{۱۰^۳}=۴\times۱۰^{-۴}m^۳=۴۰۰cm^۳$$

$$V_{روغن}=\frac{m_{روغن}}{\rho_{روغن}}=\frac{۰/۸}{۸\times۱۰^۲}=۱۰^{-۳}m^۳=۱۰۰۰cm^۳$$

گام دوم: محاسبه ارتفاع روغن و آب:

$$\begin{cases}V_{روغن}=A_{روغن}h_{روغن}\xrightarrow{A_{روغن}=۲A}۲Ah_{روغن}=۱۰۰۰\\ V_{آب}=A_{آب}h_{آب}\xrightarrow{A_{آب}=A}Ah_{آب}=۴۰۰\end{cases}$$



$$\xrightarrow[\text{بر یکدیگر}]{\text{تقسیم دو رابطه}}\frac{۲h_{روغن}}{h_{آب}}=\frac{۱۰۰۰}{۴۰۰}$$

$$\Rightarrow h_{روغن}=\frac{۵}{۴}h_{آب}$$

از طرفی مجموع ارتفاع آب و روغن برابر ۳۶ cm است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$h_{آب}+\overbrace{h_{روغن}}^{\frac{۵}{۴}h_{آب}}=۳۶\Rightarrow\frac{۹}{۴}h_{آب}=۳۶$$

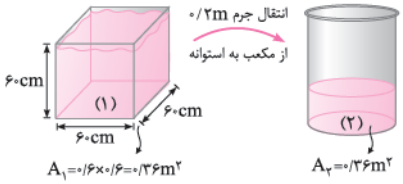
$$\Rightarrow h_{آب}=۱۶cm\ ,\ h_{روغن}=۳۶-۱۶=۲۰cm$$

گام سوم: محاسبهٔ فشار وارد بر کف ظرف از طرف مایعات:

$$P=\rho_{آب}gh_{آب}+\rho_{روغن}gh_{روغن}=۱۰^۳\times۱۰\times۰/۱۶+۸۰۰\times۱۰\times۰/۲$$

$$\Rightarrow P=۳۲۰۰\ Pa$$

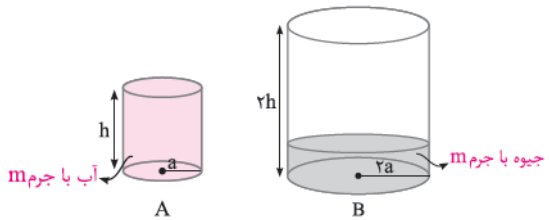
۱۷۴ ۴ فشار ناشی از آب در کف یک ظرف با سطح مقطع ثابت که در واقع معادل فشار پیمانه‌ای $(P-P_۰)$ می‌باشد، از رابطهٔ $\frac{W}{A}$ نیز به‌دست می‌آید. با توجه به اینکه ۲۰ درصد از آب را به استوانه منتقل کرده و از طرفی سطح مقطع کف دو ظرف یکسان است، بنابراین نسبت فشار پیمانه‌ای آن‌ها برابر ۰/۲ است.



$$P_{پیمانه‌ای}=P_{مایع}=\frac{W}{A}$$

$$\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{W_۲}{W_۱}\times\frac{A_۱}{A_۲}=\frac{۰/۲mg}{mg}\times۱=۰/۲$$

۱۷۵ ۴ اگر ابعاد ظرف B، دو برابر ظرف A باشد، مساحت مقطع آن ۴ برابر است. در ادامه باتوجه به ثابت بودن مقطع ظرف و یکسان بودن جرم آب و جیوه، برای محاسبهٔ فشار ناشی از مایع به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

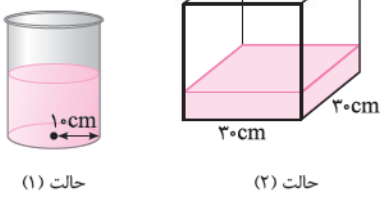


$$\begin{cases}P_A=\frac{F_A}{A_A}=\frac{mg}{\pi a^۲}\\ P_B=\frac{F_B}{A_B}=\frac{mg}{\pi(۴a^۲)}\end{cases}\Rightarrow\frac{P_A}{P_B}=۴$$

۱۷۶ ۱ **گام اول:** در حالت اول فشار کل در کف ظرف استوانه‌ای، ناشی از فشار هوا و فشار مایع بوده و برابر است با:

$$P_{کل}=P_۰+\underbrace{P_۱}_{\text{فشار مایع}}\Rightarrow۱۰۶۰۰۰=۱۰۰۰۰۰+P_۱\Rightarrow P_۱=۶۰۰۰Pa$$

گام دوم: با مقایسهٔ فشار ناشی از مایع در کف ظرف در دو حالت با کمک رابطهٔ $P=\frac{mg}{A}$ داریم:



$$P=\frac{mg}{A}\xrightarrow{m\text{ ثابت}}\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{A_۱}{A_۲}\Rightarrow\frac{P_۲}{۶۰۰۰}=\frac{\pi\times۱۰^۲}{۳۰^۲}$$

$$\Rightarrow\frac{P_۲}{۶۰۰۰}=\frac{۱}{۳}\Rightarrow P_۲=۲۰۰۰Pa$$

گام سوم: بنابراین فشار کل در کف ظرف در حالت مکعبی برابر است با:

$$P'_{کل}=P_۰+P_۲=۱۰۰۰۰۰+۲۰۰۰=۱۰۲۰۰۰Pa=۱۰۲kPa$$

حواستون باشه

توی این سؤال فشار کل در کف ظرف رو خواسته بود که برابر $P_۰+\frac{mg}{A}$ یا $P_۰+\rho gh$ میشه.

۱۷۷ ۲ با توجه به ثابت بودن مقطع ظرف‌ها، نیرویی که دو مایع به کف ظرف وارد می‌کنند، دقیقاً برابر نیروی وزن مایع $(F=W=mg)$ است.

بنابراین برای مقایسهٔ فشار دو مایع می‌توان نوشت:

$$P=\frac{F}{A}\xrightarrow[\text{نیروی یکسان}]{F=W}\frac{P_A}{P_B}=\frac{A_B}{A_A}=(\frac{D_B}{D_A})^۲=۹$$

حواستون باشه

توجه کنید که استفاده از رابطهٔ $P=\rho gh$ نیز ممکن است. اما باید دقت کرد که نسبت فشارها با حاصل‌ضرب چگالی در عمق ارتباط دارد، نه فقط با چگالی و در نتیجه گزینهٔ (۴) غلط است.

۱۷۸ ۳ برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: محاسبهٔ فشار ناشی از روغن:

$$P_{آب}=\rho gh_{آب}=۱۰۰۰\times۱۰\times۱۰\times۱۰^{-۲}=۱۰۰۰Pa$$

$$P=P_{آب}+P_{روغن}\Rightarrow۲۰۰۰=۱۰۰۰+P_{روغن}\Rightarrow P_{روغن}=۱۰۰۰Pa$$

گام دوم:

$$P_{روغن}=\frac{m_{روغن}g}{A}\Rightarrow۱۰۰۰=\frac{m_{روغن}\times۱۰}{۲۰\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow m_{روغن}=۰/۲kg=۲۰۰gr$$

۱۷۹ ۳ **گام اول:** فشار ناشی از دو مایع را به‌دست می‌آوریم:

$$P=\frac{m_{کل}g}{A}=\frac{(۲۷۲+۵۴۴)\times ۱۰^{-۳}\times ۱۰}{۲۰\times ۱۰^{-۴}}=۴۰۸۰\,Pa$$

گام دوم: فشار هوای داده‌شده را از cmHg به پاسکال تبدیل می‌کنیم:

$$P=\rho gh=۱۳۶۰۰\times ۱۰\times\frac{۷۵}{۱۰۰}=۱۰۲۰۰۰\,Pa$$

گام سوم: فشار کل واردشده به انتهای لوله برابر است با:

$$P_{کل}=P_{\circ}+P=۱۰۲۰۰۰+۴۰۸۰=۱۰۶۰۸۰\,Pa$$

۱۸۰ ۳ **مقایسهٔ فشار:** با توجه به اینکه سطح مقطع ظرف در کل ارتفاع آن یکسان است، بنابراین فشار حاصل از مایعات از رابطهٔ $P=\frac{W}{A}$ به‌دست می‌آید. از طرفی چون در هر دو حالت، مجموع جرم آب و روغن یکسان است $(m_{کل}=m+۵m=۶m)$، بنابراین فشار ناشی از مایعات بر کف ظرف در هر دو حالت یکسان است.

$$P_۲=P_۱=\frac{۶mg}{A}\Rightarrow\frac{P_۲}{P_۱}=۱$$

مقایسهٔ مجموع ارتفاع مایعات:

$$h_{کل}=h_{آب}+h_{روغن}\xrightarrow{h=\frac{V}{A}}h_{کل}=\frac{V_{آب}}{A}+\frac{V_{روغن}}{A}$$

$$\xrightarrow{V=\frac{m}{\rho}}h_{کل}=\frac{۱}{A}\left(\frac{m_{آب}}{\rho_{آب}}+\frac{m_{روغن}}{\rho_{روغن}}\right)$$

$$h_۱=\frac{۱}{A}\left(\frac{۵m}{\rho_{آب}}+\frac{m}{\rho_{روغن}}\right),\ h_۲=\frac{۱}{A}\left(\frac{m}{\rho_{آب}}+\frac{۵m}{\rho_{روغن}}\right)$$

$$\rho_{آب}=\frac{۵}{۴}\rho_{روغن}\Rightarrow\frac{h_۲}{h_۱}=\frac{\frac{۱}{A}\left(\frac{m}{\rho_{آب}}+\frac{۵m}{\rho_{روغن}}\right)}{\frac{۱}{A}\left(\frac{۵m}{\rho_{آب}}+\frac{m}{\rho_{روغن}}\right)}=\frac{\frac{۱}{\frac{۵}{۴}}+۵}{\frac{۵}{\frac{۵}{۴}}+۱}$$

$$\Rightarrow\frac{h_۲}{h_۱}=\frac{\frac{۴}{۵}+۵}{۴+۱}=۱+\frac{۴}{۲۵}=۱/۱۶$$

۱۸۱ ۱ می‌دانیم فشار کل به‌صورت زیر خواهد بود:

$$P=\rho gh+P_{\circ}\quad,\quad y=ax+b$$

لذا منحنی فشار کل برحسب ارتفاع از سطح مایع، خطی با شیب ρg و عرض از مبدأ $P_{\circ}$ است. پس چون محیط دو مایع یکسان است، فشار هوا یکسان است. در نتیجه عرض از مبدأ دو نمودار می‌بایست یکسان باشد.

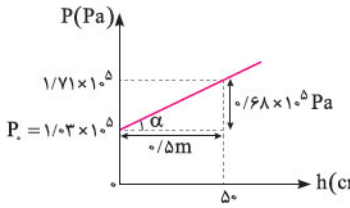
۱۸۲ ۱ برای پاسخ دادن به این سؤال به نکات زیر توجه کنید:

۱) عرض از مبدأ نمودار نشان‌دهندهٔ فشار هوای محیط است، بنابراین فشار هوا در سطح دریاچهٔ B بیشتر از فشار هوا در سطح دریاچهٔ A است. با توجه به آن‌که با افزایش ارتفاع، فشار هوای محیط کاهش می‌یابد، می‌توان نتیجه گرفت که دریاچهٔ A در ارتفاع بالاتری قرار دارد.

۲) شیب نمودار متناسب با چگالی مایع است، بنابراین چگالی آب دریاچهٔ A بیشتر از چگالی آب دریاچهٔ B است. مثلاً ممکن است آب دریاچهٔ A شورتر باشد.

با توجه به این توضیحات، عبارت‌های «الف» و «ب» صحیح هستند.

۱۸۳ ۴ **گام اول:** ابتدا به کمک شیب نمودار رسم شده مقدار ρg را به‌دست می‌آوریم:



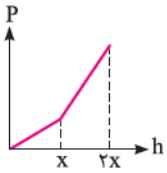
$$P=\underbrace{\rho g}_{\text{شیب نمودار}}h+P_{\circ}$$

$$\Rightarrow\text{شیب}=\frac{۰/۶۸\times ۱۰^{۵}}{۰/۵}=\rho g\Rightarrow\rho g=۱/۳۶\times ۱۰^{۵}$$

گام دوم: در ادامه فشار پیمانه‌ای در عمق ۱۰ سانتی‌متری مایع برابر فشار ستونی از مایع به ارتفاع ۱۰cm می‌باشد و داریم:

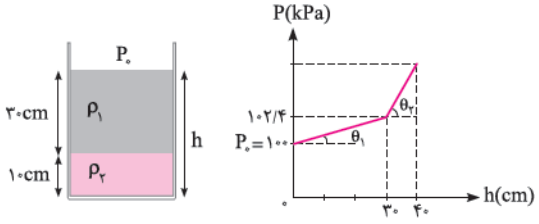
$$P_{پیمانه‌ای}=\rho gh\xrightarrow{\rho g=۱/۳۶\times ۱۰^{۵}}P=۱/۳۶\times ۱۰^{۵}\times\frac{۱۰}{۱۰۰}=۱/۳۶\times ۱۰^{۴}\,Pa$$

۱۸۴ ۱ با توجه به پاسخ سؤال قبل، شیب نمودار فشار برحسب عمق، برابر ρg می‌باشد. چون چگالی جیوه بیشتر از چگالی آب است، بنابراین شیب نمودار برای قسمت $x<h<۲x$ که مربوط به جیوه است، باید بیشتر از شیب نمودار برای قسمت $۰<h<x$ باشد و گزینهٔ (۱) می‌تواند تغییرات فشار پیمانه‌ای $(P-P_{\circ})$ را بر حسب عمق درست نشان دهد. دقت شود که فشار پیمانه‌ای، در سطح آب صفر است.



۱۸۵ ۴ همان‌طور که می‌دانیم، در نمودار فشار برحسب عمق مایع، شیب نمودار برابر ρg است.

$$\text{شیب نمودار}=\tan\theta=\frac{\Delta P}{\Delta h}=\frac{\rho g\Delta h}{\Delta h}=\rho g$$



در این نمودار می‌توان نوشت:

$$\tan\theta_۲=۱۷\ \tan\theta_۱\Rightarrow\rho_۲\,g=۱۷\rho_۱ g\Rightarrow\rho_۲=۱۷\rho_۱$$

از طرفی چگالی $\rho_۱$ با توجه به اطلاعات سؤال برابر است با:

$$\Delta P=\rho g\Delta h\Rightarrow(۱۰۲/۴-۱۰۰)\times ۱۰^{۳}=\rho_۱\times ۱۰\times(۳۰\times ۱۰^{-۲})$$

$$\Rightarrow\rho_۱=۸۰۰\frac{kg}{m^{۳}}\xrightarrow{\rho_۲=۱۷\rho_۱}\rho_۲=۱۷\times ۸۰۰=۱۳۶۰۰\frac{kg}{m^{۳}}$$

۱۸۶ ۲ **گام اول:** محاسبهٔ حجم و ارتفاع آب: چون آب چگالی بیشتری دارد، در نتیجه در قسمت زیرین قرار می‌گیرد.

$$m_{آب}=\rho_{آب}V_{آب}\Rightarrow ۵۰۰=۱\times V_{آب}\Rightarrow V_{آب}=۵۰۰\,cm^{۳}$$

$$h_{آب}A_{آب}=V_{آب}\Rightarrow ۵۰۰=۱۰۰\times h\Rightarrow h_{آب}=۵\,cm$$

گام دوم: ارتفاع قسمت زیرین ظرف ۶ cm است، در نتیجه آب کامل آن را پر نمی‌کند.

$$V_{نفت}=\frac{m_{نفت}}{\rho_{نفت}}=\frac{۴۰۰}{۰/۸}=۵۰۰\,cm^{۳}$$

در ادامه چون ۱۰۰ سانتی‌متر مکعب از حجم قسمت زیرین باقی مانده است، این ۱۰۰ سانتی‌متر مکعب با نفت پر می‌شود و مابقی حجم نفت که ۴۰۰ سانتی‌متر مکعب است، در قسمت بالایی قرار می‌گیرد. در نتیجه ارتفاع نفت در قسمت بالایی به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$h_{نفت}=\frac{V_{\text{نفت باقی‌مانده}}}{A_{بالا}}=\frac{۴۰۰}{۴۰}=۱۰cm$$

پس در مجموع ارتفاع آب و نفت به‌صورت زیر محاسبه شده است:

$$h_{آب}=۵cm\ ,\ h_{نفت}=۱۱cm$$

واضح است عمق ۱۱ سانتی‌متری، محل مشترک نفت و آب است و پس از آن آب قرار دارد. از آنجایی‌که چگالی آب بیشتر از نفت است، پس باید شیب قسمت دوم شکل تندتر شده و گزینهٔ (۲) پاسخ صحیح است.

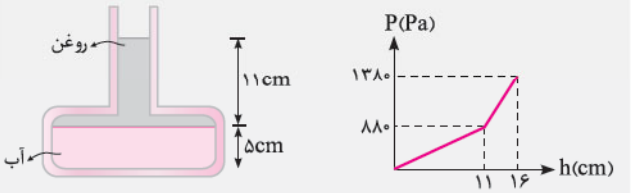
حواستون باشه

فشار ناشی از مایعات (یا همان $P-P_0$ که معادل فشار پیمانه‌ای است) در عمق ۱۱cm و ۱۶cm از سطح آزاد برابر است با:

$$P_1=\rho_{روغن}gh_{روغن}=۸۰۰\times۱۰\times۰/۱۱=۸۸۰Pa$$

$$P_2=\rho_{روغن}gh_{روغن}+\rho_{آب}gh_{آب}$$

$$\Rightarrow P_2=۸۰۰\times۱۰\times۰/۱۱+۱۰۰۰\times۱۰\times۰/۰۵=۱۳۸۰Pa$$



۱۸۷ **۴** ابتدا چگالی مایع‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$\rho_A g=\text{شیب خط}=\frac{۴۴۰۰-۱۴۰۰}{۰/۲-۰/۱}\Rightarrow\rho_A\times۱۰=\frac{۳۰۰۰}{۰/۱}$$

$$\Rightarrow\rho_A=۳۰۰۰\frac{kg}{m^3}=۳\frac{gr}{cm^3}$$

$$\rho_B g=\text{شیب خط}=\frac{۱۴۰۰-۰}{۰/۱-۰}\Rightarrow\rho_B\times۱۰=\frac{۱۴۰۰}{۰/۱}$$

$$\Rightarrow\rho_B=۱۴۰۰\frac{kg}{m^3}=۱/۴\frac{gr}{cm^3}$$

بنابراین چگالی مخلوط موردنظر و فشار در عمق ۱۵۰ سانتی‌متری آن برابر است با:

$$\rho_{مخلوط}=\frac{m_A+m_B}{V_A+V_B}=\frac{\rho_A V_A+\rho_B V_B}{V_A+V_B}$$

$$\Rightarrow\rho_{مخلوط}=\frac{۳\times۱۰۰۰+۱/۴\times۵۰۰}{۱۰۰۰+۵۰۰}=\frac{۳۷}{۱۵}\frac{gr}{cm^3}=\frac{۳۷۰۰۰}{۱۵}\frac{kg}{m^3}$$

$$P_{کل}=P_0+\rho_{مخلوط}gh=۱۰۰۰۰۰+\frac{۳۷۰۰۰}{۱۵}\times۱۰\times۱/۵=۱۳۷۰۰۰Pa$$

۱۸۸ **۳** فشار برحسب سانتی‌متر جیوه برابر است با:

$$P=\rho_{جیوه}gh\Rightarrow۶۸\times۱۰^3=۱۳۶۰۰\times۱۰\times h$$

$$\Rightarrow h=۰/۵m=۵۰cm\Rightarrow P=۵۰cmHg$$

۱۸۹ **۳** محاسبه فشار مایع برحسب سانتی‌متر جیوه:

$$P=\rho gh\Rightarrow\rho_{جیوه}h_{جیوه}=\rho_{مایع}h_{مایع}\Rightarrow h_{جیوه}=\frac{۳/۴\times۰/۳۶}{۱۳/۶}=۰/۰۹m$$

لذا فشار مایع برحسب سانتی‌متر جیوه، معادل ۹ سانتی‌متر است و فشار کل به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$P_{کل}=\underbrace{۹cmHg}_{\text{فشار مایع}}+\underbrace{۷۱cmHg}_{\text{فشار هوا}}=۸۰cmHg$$

۱۹۰ **۲** **گام اول:** ابتدا ارتفاع مایع را به‌دست می‌آوریم:

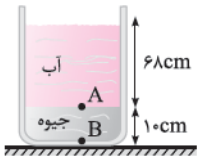
$$V=A\times h_{مایع}\Rightarrow۲/۵\times۱۰^3cm^3=۵۰cm^2\times h_{مایع}\Rightarrow h_{مایع}=۵۰cm$$

گام دوم: حال محاسبه می‌کنیم فشار ۵۰cm از مایعی با چگالی $۱/۲gr/cm^3$، معادل فشار چند سانتی‌متر جیوه است:

$$\rho_{مایع}h_{مایع}=\rho_{جیوه}h_{جیوه}$$

$$\Rightarrow۱/۲\times۵۰=۱۳/۶h_{جیوه}\Rightarrow h_{جیوه}=\frac{۱/۲\times۵۰}{۱۳/۶}\simeq۴/۴cm$$

۱۹۱ **۳** **گام اول:** محاسبهٔ فشار مایع در نقطهٔ A برحسب سانتی‌متر جیوه: ابتدا محاسبه می‌کنیم که ۶۸cm آب، معادل چه ارتفاعی از جیوه است و سپس فشار در نقطهٔ A را به‌دست می‌آوریم:



$$\rho_{آب}h_{آب}=\rho_{Hg}h_{Hg}\Rightarrow۱\times۶۸=۱۳/۶\times h_{Hg}\Rightarrow h_{Hg}=۵cm$$

$$P_0=۷۴۰torr=۷۴۰mmHg=۷۴cmHg$$

$$P_A=\underbrace{۷۴}_{\text{معادل }۷۴۰torr}+۵=۷۹cmHg$$

گام دوم: محاسبهٔ فشار در نقطهٔ B برحسب سانتی‌متر جیوه:

$$P_B=P_0+(\text{ارتفاع معادل جیوه برای ۶۸ سانتی‌متر آب})+(\text{ارتفاع ۱۰cm جیوه})$$

$$\Rightarrow P_B=۷۴+۵+۱۰=۸۹cmHg$$

۱۹۲ **۴** **گام اول:** فشار هوا را برحسب پاسکال به‌دست آورده و فشار وارد شده به انتهای لوله را در حالت اول به‌دست می‌آوریم:

$$P_0=\rho gh=۱۳۶۰۰(۱۰)(\frac{۷۵}{۱۰۰})=۱۰۲۰۰۰Pa$$

$$P_1=P_{مایع}+P_0=۲۰۰۰(۱۰)(۰/۲)+۱۰۲۰۰۰=۱۰۶۰۰۰Pa$$

گام دوم: با توجه به‌صورت سؤال با اضافه شدن مایع دوم فشار وارد شده به انتهای لوله ۱۰ درصد افزایش می‌یابد. بنابراین فشار ناشی از مایع دوم، ۱۰ درصد فشار اولیهٔ وارد شده به انتهای لوله است و داریم:

$$\frac{mg}{A}=\frac{۱۰}{۱۰۰}(۱۰۶۰۰۰)\Rightarrow\frac{m(۱۰)}{۱۵\times۱۰^{-۴}}=۱۰۶۰۰\Rightarrow m=۱/۵۹kg=۱۵۹۰gr$$

گام سوم: دقت کنید که طراح محترم حجم مایع دوم را می‌خواهد که به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$V_2=\frac{m}{\rho_2}=\frac{۱۵۹۰}{۱/۰۶}=۱۵۰۰cm^3=۱/۵Lit$$

حواستون باشه

فشار ناشی از اضافه شدن مایع (۲) را می‌توان با کمک رابطهٔ $P_2=\rho_2gh_2$ نیز به‌دست آورد و در ادامه حجم آن را با رابطهٔ $V_2=Ah_2$ محاسبه کرد.

۱۹۳ **۲** ابتدا فشار حاصل از ارتفاع ۱۳۶ cm آب را برحسب cmHg محاسبه می‌کنیم:

$$\rho_{آب} h_{آب} = \rho_{جیوه} h_{جیوه} \Rightarrow ۱۰۰۰ \times ۱۳۶ = ۱۳۶۰۰ \times h_{جیوه}$$

$$\Rightarrow h_{جیوه} = ۱۰ cm$$

با توجه به اینکه فشار هوا برابر ۷۶ cmHg است، فشار در عمق ۱۳۶ سانتی‌متری آب در مجموع برابر $۸۶ cmHg = ۱۰ + ۷۶$ به‌دست می‌آید که معادل ۸۶۰ mmHg یا ۸۶۰ torr است.

حتماً بخونش

روش سه‌سوته: می‌دانیم هر ۱۳/۶ cm آب، فشاری معادل با یک سانتی‌متر جیوه ایجاد می‌کند. بنابراین با یک تناسب ساده می‌توان گفت که ۱۳۶ cm آب رودخانه فشاری معادل ۱۰ سانتی‌متر جیوه ایجاد می‌کند و فشار در عمق موردنظر برابر ۸۶ سانتی‌متر جیوه (۱۰ + ۷۶) می‌باشد.

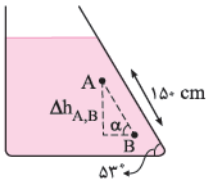
۱۹۴ **۱** **گام اول:** ابتدا ارتفاع جیوهٔ معادل با فشار هوا را محاسبه می‌کنیم:

$$P_۰ = \rho_{Hg} g h_۰ \Rightarrow ۱/۰۳۳۶ \times ۱۰^۵ = ۱۳/۶ \times ۱۰^۳ \times ۱۰ \times h_۰ \Rightarrow h_۰ = ۷۶ cm$$

این موضوع یعنی با احتساب ارتفاع جیوه در حالت اول، فشار کل وارد بر کف ظرف برابر $۸۰ cm\,Hg = ۷۶ + ۴$ است.

گام دوم: اگر بخواهیم فشار وارد بر ته لوله دو برابر شده و به ۱۶۰ cmHg برسد، باید ۸۰ cm دیگر به ارتفاع جیوه اضافه کرد، بنابراین ارتفاع کل جیوهٔ درون ظرف به ۸۴ cm می‌رسد.

۱۹۵ **۲** برای محاسبهٔ اختلاف فشار بین نقاط A و B، ابتدا به این موضوع توجه شود که باید اختلاف ارتفاع قائم آن‌ها در محاسبات لحاظ شود و داریم:



$$\sin\alpha = \frac{\Delta h_{A,B}}{۱۵۰}$$

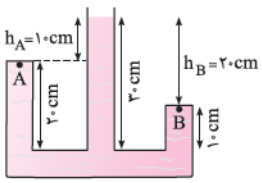
$$\Rightarrow \Delta h_{A,B} = ۱۵۰ \sin ۵۳^\circ = ۱۲۰ cm$$

در ادامه فشار ارتفاع ۱۲۰ cm از مایعی با چگالی $۱/۷ gr/cm^۳$ را برحسب cmHg به‌دست می‌آوریم:

$$\rho_{Hg} h_{Hg} = \rho_{مایع} h_{مایع}$$

$$\Rightarrow \underbrace{۱۳/۶}_{۸ \times ۱/۷} \times h_{Hg} = ۱/۷ \times ۱۲۰ \Rightarrow h_{Hg} = \frac{۱۲۰}{۸} = ۱۵ cm$$

۱۹۶ **۲** **گام اول:** محاسبهٔ عمق نقاط A و B از سطح آزاد مایع:



$$h_A = ۳۰ - ۲۰ = ۱۰ cm$$

$$h_B = ۳۰ - ۱۰ = ۲۰ cm$$

گام دوم: محاسبهٔ ارتفاع معادل h_A و h_B برحسب سانتی‌متر جیوه:

$$\rho_{مایع} h_A = \rho_{Hg} (h_{Hg})_A \Rightarrow ۳/۴ \times ۱۰ = ۱۳/۶ \times (h_{Hg})_A$$

$$\Rightarrow (h_{Hg})_A = ۲/۵ cm$$

$$\rho_{مایع} h_B = \rho_{Hg} (h_{Hg})_B \Rightarrow ۳/۴ \times ۲۰ = ۱۳/۶ \times (h_{Hg})_B$$

$$\Rightarrow (h_{Hg})_B = ۵ cm$$

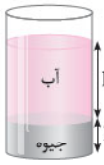
گام سوم: محاسبهٔ فشار در A و B برحسب سانتی‌متر جیوه:

$$\begin{cases} P_A = P_۰ + (h_{Hg})_A = ۷۵ + ۲/۵ = ۷۷/۵ cmHg \\ P_B = P_۰ + (h_{Hg})_B = ۷۵ + ۵ = ۸۰ cmHg \end{cases} \Rightarrow \frac{P_A}{P_B} = \frac{۷۷/۵}{۸۰} = \frac{۳۱}{۳۲}$$

حتماً بخونش

چون فاصلهٔ نقطهٔ B از سطح آزاد مایع بیشتر است، بنابراین فشار در نقطهٔ B بیشتر از A می‌باشد. در نتیجه گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست هستند.

۱۹۷ **۴** با توجه به اینکه جرم جیوه ۴ برابر جرم آب است،



می‌توان نوشت:

$$۴ m_۱ = m_۲ \Rightarrow ۴ \rho_۱ V_۱ = \rho_۲ V_۲ \Rightarrow ۴ \rho_۱ h_۱ = \rho_۲ h_۲$$

$$\Rightarrow ۴ \times ۱ \times h_{آب} = ۱۳/۶ \times h_{جیوه} \Rightarrow h_{آب} = ۳/۴ h_{جیوه}$$

از طرفی مجموع ارتفاع دو مایع برابر ۴۴ سانتی‌متر است و برای محاسبهٔ فشار پیمانه‌ای داریم:

$$\begin{cases} h_{آب} + h_{جیوه} = ۴۴ \\ h_{آب} = ۳/۴ h_{جیوه} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h_{آب} = ۳۴ cm = ۰/۳۴ m \\ h_{جیوه} = ۱۰ cm = ۰/۱ m \end{cases}$$

$$P_{پیمانه‌ای} = ۱۰ cmHg + ۲/۵ cmHg = ۱۲/۵ cmHg$$

حواستون باشه

در این سؤال با توجه به ثابت بودن سطح مقطع ظرف و ۴ برابر بودن جرم جیوه نسبت به آب، فشار ناشی از جیوه نیز ۴ برابر آب می‌باشد $(P = \frac{mg}{A})$ و فشار معادل با ارتفاع آب، بدون حل کردن برابر $\frac{۱۰ cmHg}{۴} = ۲/۵ cmHg$ می‌باشد.

۱۹۸ **۲**

حتماً بخونش

برای محاسبهٔ فشار ناشی از مایعات در آسانسوری که با شتاب a حرکت می‌کند، از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

$$P = \rho(g \pm a)h$$

جهت شتاب آسانسور به‌سمت بالا باشد. ⇐ علامت مثبت
جهت شتاب آسانسور به‌سمت پایین باشد. ⇐ علامت منفی

مطابق نکتهٔ فوق می‌توان نوشت:

$$\left.\begin{aligned} P_۱ &= \rho(g + a)h = \rho(۱۰ + ۲)h \\ P_۲ &= \rho(g - a)h = \rho(۱۰ - ۲)h \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{P_۲}{P_۱} = \frac{۸}{۱۲} = \frac{۲}{۳}$$

$$P_۱ = ۳ cmHg \Rightarrow P_۲ = \frac{۲}{۳} \times ۳ = ۲ cmHg$$

۱۹۹ **۱** در حین سقوط آزاد، شتاب حرکت ظرف برابر g (و به سمت پایین) بوده و فشار ناشی از مایع صفر است. در این حالت، فشار کل در تمامی نقاط مایع برابر فشار هوا، یعنی $P_۰$ خواهد بود.

$$\text{شتاب } g \text{ و به سمت پایین} \rightarrow P_{مایع} = \rho(g - g)h = ۰$$

$$P_{کل} = P_۰ + P_{مایع} \xrightarrow{P_{مایع} = ۰} P_{کل} = P_۰$$

۲۰۰ ۳ نیروی واردشده بر کف استخر از طرف هوا و آب را جداگانه حساب می‌کنیم.

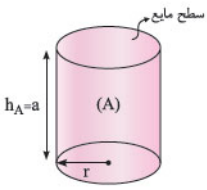
گام اول: محاسبهٔ نیروی هوا:

$$F_{هوا} = P_0 A = 10^5 \times (40 \times 20) = 8 \times 10^7\,N = 80MN$$

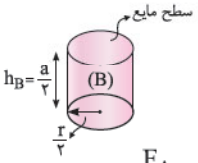
گام دوم: محاسبه نیروی آب:

$$F_{مایع} = P_{مایع} A = \rho g h A = 10^3 \times 10 \times 2 \times (40 \times 20) = 16 \times 10^6\,N = 16\,MN$$

۲۰۱ ۴ برای حل، به دو شکل رسم‌شده متناسب با شرایط سؤال توجه کنید (دقت شود که فشار و نیروی ناشی از مایع، خواستهٔ سؤال است):



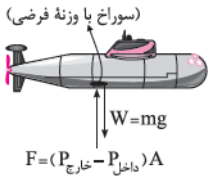
$$\begin{cases} P_A = \rho g h_A = \rho g \times a \\ F_A = P_A \times A_A = \rho g a \times (\pi r^2) \end{cases}$$



$$\begin{cases} P_B = \rho g h_B = \rho g \times \frac{a}{2} \\ F_B = P_B \times A_B = \rho g \frac{a}{2} \times \pi (\frac{r}{2})^2 \end{cases}$$

خواستهٔ سؤال : $\frac{F_A}{F_B} = 8$ ، $\frac{P_A}{P_B} = 2$

۲۰۲ ۲ **گام اول:** ابتدا فشار در عمق ۵۰ متری مایع را حساب می‌کنیم:



$$P = \rho g h + P_0 = 10^3 \times 10 \times 50 + 10^5$$

$$\Rightarrow P = 6 \times 10^5\,Pa = P_{خارج}$$

گام دوم: این فشار همان فشار خارجی در اطراف سوراخ است. مطابق شکل خواهیم داشت:

$$W = (P_{خارج} - P_{داخل})A = (6 \times 10^5 - 9 \times 10^4) \times 2 \times 10^{-4} = 102N$$

$$\Rightarrow mg = 102N \Rightarrow m = \frac{102}{10} = 10/2kg$$

۲۰۳ ۳ **گام اول:** فشار وارد شده به پنجره را به‌دست می‌آوریم:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{73200}{1200 \times 10^{-4}} = 61 \times 10^4\,Pa$$

گام دوم: فشار وارد شده به این پنجره ناشی از فشار هوا و فشار ستون آب است و داریم:

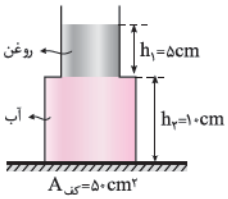
$$P = \rho g h + P_0 \Rightarrow 61 \times 10^4 = 1020(10)h + 10(10^4)$$

$$\Rightarrow 51 \times 10^4 = 10200h \Rightarrow h = \frac{51 \times 100}{102} = 50m$$

۲۰۴ ۴ فشار پیمانه‌ای بخار داخل دیگ با فشار وزنه برابر است، بنابراین داریم:

$$P_{پیمانه‌ای} = P_{وزنه} \Rightarrow 10^5 = \frac{mg}{A} = \frac{m \times 10}{5 \times 10^{-6}} \Rightarrow m = 0/05kg = 50gr$$

۲۰۵ ۴ فشار ناشی از دو مایع بر کف ظرف، برابر مجموع فشار ناشی از دو مایع می‌باشد. بنابراین می‌توان نوشت:



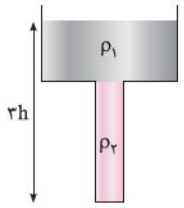
فشار ناشی از دو مایع بر کف ظرف: $P = P_1 + P_2 = \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2$

$$\Rightarrow P = (0/8 \times 10^3) \times 10 \times 0/05 + (1 \times 10^3) \times 10 \times 0/1 = 1400\,Pa$$

بنابراین نیروی وارد بر کف ظرف ناشی از دو مایع برابر است با:

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow F = PA = 1400 \times 50 \times 10^{-4} = 7N$$

۲۰۶ ۱ با توجه به ثابت بودن سطح مقطع کف ظرف، می‌توان به جای نیروی وارد بر کف، فشار ناشی از مایع‌ها در کف ظرف را بررسی کرد.



بنابراین داریم:

$$P = \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2$$

$$\Rightarrow P = \rho_1 g h + 2\rho_2 g h = (\rho_1 + 2\rho_2) g h$$

چون سطح مقطع قسمت بالا، دو برابر سطح مقطع قسمت پایین و نیز ارتفاع قسمت بالا، نصف ارتفاع قسمت پایین ظرف است، بنابراین طبق رابطهٔ $V = Ah$، حجم قسمت بالایی ظرف (حجم مایع (۱)) برابر با حجم قسمت پایینی ظرف (حجم مایع (۲)) است. به همین دلیل، چگالی مخلوط از میانگین چگالی دو مایع به‌دست می‌آید:

$$\rho_{مخلوط} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}$$

حالا فشار ناشی از مخلوط را در کف ظرف به‌دست می‌آوریم:

$$P' = \rho_{مخلوط}\, g(3h) = \frac{3}{2}(\rho_1 + \rho_2) g h \Rightarrow \frac{P'}{P} = \frac{3(\rho_1 + \rho_2)}{2(\rho_1 + 2\rho_2)}$$

فشار ناشی از مایع‌ها در کف ظرف، ۱۰ درصد کاهش یافته است:

$$\frac{P'}{P} = 0/9 \Rightarrow \frac{3(\rho_1 + \rho_2)}{2(\rho_1 + 2\rho_2)} = \frac{9}{10} \Rightarrow \frac{(\rho_1 + \rho_2)}{\rho_1 + 2\rho_2} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow 5\rho_1 + 5\rho_2 = 3\rho_1 + 6\rho_2 \Rightarrow 2\rho_1 = \rho_2 \Rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2} = 0/5$$

۲۰۷ ۱ با داشتن نیروی وارد بر کف ظرف، با استفاده از رابطهٔ $P = \frac{F}{A}$، فشار ناشی از دو مایع را در کف ظرف می‌یابیم:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{810}{36 \times 10^{-4}} \Rightarrow P = 225 \times 10^3\,Pa = 225kPa$$

در این قسمت فشار ناشی از مایع در ته ظرف را برحسب ρ_1 و ρ_2 می‌یابیم.

$$P = \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 = \rho_1 \times 10 \times 0/2 + \rho_2 \times 10 \times 0/3 \Rightarrow P = 2\rho_1 + 3\rho_2$$

در آخر اختلاف فشار نقاط M و N را به‌دست می‌آوریم:

$$P_{MN} = \rho_1 g h'_1 + \rho_2 g h'_2 = \rho_1 \times 10 \times 0/1 + \rho_2 \times 10 \times 0/15$$

$$\Rightarrow P_{MN} = \rho_1 + 1/5\rho_2$$

$$\begin{cases} P = 2\rho_1 + 3\rho_2 \\ P_{MN} = \rho_1 + 1/5\rho_2 \end{cases} \Rightarrow 2P_{MN} = P$$

$$\xrightarrow{P=225kPa} 2P_{MN} = 225kPa \Rightarrow P_{MN} = 112/5kPa$$

دقت در واقع اختلاف فشار نقاط M و N، نصف فشار مایع‌ها بر کف ظرف است.

۲۰۸ ۴

خواستون باشه

در این‌گونه سؤالات، با مخلوط کردن دو مایع، فشار کل وارد بر کف ظرف تغییر نمی‌کند، زیرا مجموع جرم دو مایع ثابت است.

$$P_{کل} = \frac{m_1 g + m_2 g}{A} + P_0$$

با توجه به این موضوع، حل سؤال را با فرض اینکه دو مایع با یکدیگر مخلوط نشده‌اند انجام می‌دهیم، که کمی سریع‌تر و ساده‌تر است.

گام اول: فشار کل در کف ظرف برابر است با:



$$P_{\text{فشار کل}} = P_{\circ} + \rho_{\text{آب}} gh_{\text{آب}} + \rho_{\text{الکل}} gh_{\text{الکل}}$$

گام دوم: از طرفی $h_{\text{الکل}} = h_{\text{آب}}$ است زیرا حجم هر دو یکسان و در یک لوله با سطح مقطع یکسان ریخته شده‌اند.

$$V_{\text{الکل}} = V_{\text{آب}} \Rightarrow Ah_{\text{الکل}} = Ah_{\text{آب}} \Rightarrow h_{\text{الکل}} = h_{\text{آب}} = h$$

گام سوم: ارتفاع h با توجه به نیروی وارد بر کف ظرف برابر است با:

$$P_{\text{کل}} = P_{\circ} + \rho_{\text{آب}} gh + \rho_{\text{الکل}} gh$$

$$F_{\text{کل}} = P_{\text{کل}} A = (P_{\circ} + (\rho_{\text{آب}} + \rho_{\text{الکل}})gh) \times 10^{-2} = 1063$$

$$\Rightarrow 10^5 + (1 + 0/8) \times 10^3 \times 10 \times h = 106300 \Rightarrow 1/8 \times 10^4 h = 6300$$

$$\Rightarrow h = 0/35\,\text{m} = 35\,\text{cm}$$

گام چهارم: محاسبهٔ حجم اولیهٔ آب:

$$V = Ah = 100\,\text{cm}^2 \times 35\,\text{cm} = 3500\,\text{cm}^3$$

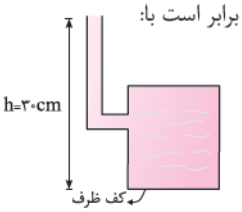
۲۰۹ | ۱ - **گام اول:** ابتدا فشار ستون مایع را در محل درپوش پلاستیکی محاسبه می‌کنیم. در این رابطه، ارتفاع (h) باید نسبت به سطح آزاد مایع محاسبه شود، بنابراین $h = 50\,\text{cm}$ است.

$$P_{\text{مایع}} = \rho gh = 10^3 \times 10 \times 0/5 = 5 \times 10^3\,\text{Pa}$$

گام دوم: محاسبهٔ نیروی وارد شده از طرف مایع بر درپوش:

$$F = P_{\text{مایع}} A = 5 \times 10^3 \times 9 \times 10^{-4} = 4/5\,\text{N}$$

۲۱۰ | ۳ - فشاری که بر کف ظرف وارد می‌شود برابر است با:



(h: فاصله از سطح آزاد مایع) $P_{\text{کف}} = \underbrace{\rho gh}_{\text{فشار مایع}} + \underbrace{P_{\circ}}_{\text{فشار هوا}}$

سهم فشار ناشی از مایع : $P_{\text{مایع}} = \rho gh$

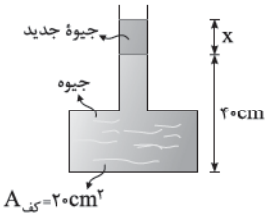
$$\Rightarrow P_{\text{مایع}} = 800 \times 10 \times \frac{3}{10} = 2400\,\text{Pa}$$

اکنون با توجه به رابطهٔ $P = \frac{F}{A}$، نیروی وارد بر کف ظرف از طرف مایع برابر است با:

$$P_{\text{مایع}} = 2400\,\text{Pa}\ ,\ A = 100\,\text{cm}^2 = 0/01\,\text{m}^2$$

$$F_{\text{مایع}} = P_{\text{مایع}} \times A = 2400 \times 0/01 = 24\,\text{N}$$

۲۱۱ | ۲ - فرض کنید x سانتی‌متر به ارتفاع جیوه در داخل ظرف اضافه شود، در این حالت ارتفاع جیوه در ظرف به $(40 + x)$ سانتی‌متر رسیده و نیروی وارد شده از طرف جیوه بر کف ظرف برابر است با:



$$F = \rho ghA_{\text{کف}} = 13500 \times 10 \times (40 + x) \times \underbrace{10^{-2}}_{\text{تبدیل سانتی‌متر به متر}} \times 20 \times \underbrace{10^{-4}}_{\text{تبدیل سانتی‌متر مربع به متر مربع}} = 2/7(40 + x)$$

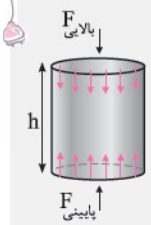
حال اگر بخواهیم ظرف در آستانهٔ شکستن قرار گیرد، با توجه به اینکه حداکثر نیروی قابل تحمل کف آن ۱۳۵ نیوتون است، داریم:

$$2/7(40 + x) = 135 \Rightarrow x = 10\,\text{cm} \Rightarrow x \le 10\,\text{cm}$$

بنابراین حداکثر $10\,\text{cm}$ می‌توان به ارتفاع جیوه در داخل ظرف اضافه کرد تا ظرف نشکند.

۲۱۲ | ۳

خواستون باشه



مطابق شکل، اگر سطح مقطع استوانه A باشد، نیرویی که از بالا به آن وارد می‌شود، برابر PA و نیرویی که از طرف پایین به آن وارد می‌شود برابر $(P + \rho gh)A$ می‌باشد، بنابراین برایند نیروهای وارد بر آن از طرف مایع به‌صورت زیر خواهد بود:

$$F_{\text{مایع}} = F_{\text{پایینی}} - F_{\text{بالایی}} = (P + \rho gh)A - PA = \rho ghA$$

$$F_{\text{مایع}} = \rho ghA = 5/04 \Rightarrow 10^3 \times 10 \times h \times 6 \times 10^{-4} = 5/04$$

$$\Rightarrow h = \frac{5/04}{6} = 0/84\,\text{m} \Rightarrow h = 84\,\text{cm}$$

۲۱۳ | ۳ - با انداختن مکعب فلزی در آب، سطح آب بالا می‌آید. برای بررسی سطح جدید آب، به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$V_{\text{مکعب}} = 4^3 = 64\,\text{cm}^3 \Rightarrow \text{تغییر ارتفاع آب}: \Delta h = \frac{V}{A} = \frac{64}{32} = 2\,\text{cm}$$



بنابراین سطح آب به اندازهٔ ۲ سانتی‌متر بالا آمده است و ارتفاع آب به ۸ سانتی‌متر رسیده است. در ادامه نیروی وارد بر وجه بالایی مکعب برابر است با:

$$F_{\text{وجه بالا}} = \rho ghA = 1000 \times 10 \times (8 - 4) \times 10^{-2} \times (16 \times 10^{-4}) = 0/64\,\text{N}$$

۲۱۴ | ۲ - **گام اول:** محاسبهٔ فشار در کف ظرف:

$$P_{\text{مایع}} = \rho gh = 10^3 \times 10 \times 1 = 10^4\,\text{Pa}$$

گام دوم: محاسبهٔ نیروی وارد بر کف ظرف:

$$F = P_{\text{مایع}} A = 10^4 \times 10^{-1} = 10^3\,\text{N}$$

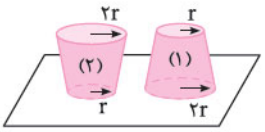
۲۱۵ | ۳ - از رابطهٔ فشار مایع برای هر ظرف استفاده کرده و سپس نیرو را محاسبه می‌کنیم:

$$P = \rho gh \xrightarrow{\rho \text{ و } h \text{ یکسان}} P_A = P_B$$

$$F = PA \Rightarrow \frac{F_B}{F_A} = \frac{P_B}{P_A} \times \frac{A_B}{A_A} = 1 \times \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$$

۲۱۶ | ۳ - فشار وارد بر ته ظرف از طرف مایع، به حجم ظرف و سطح مقطع ظرف یا مقدار مایع درون آن بستگی نداشته و فقط به ارتفاع مایع در داخل ظرف بستگی دارد، بنابراین $P_1 = P_2$ می‌باشد، چون ارتفاع آب در هر دو ظرف یکسان است.

از طرفی با کمی فکر می‌توان گفت نیرویی که ظرف‌ها بر سطح افقی وارد می‌کنند، برابر مجموع وزن مایع و ظرف است که در هر دو شکل یکسان است و در نتیجه نیروهای F_1 و F_2 نیز برابر است.



۲۱۷ ۲- با توجه به یکسان بودن ارتفاع آب، فشار ناشی از آب بر ته هر دو ظرف یکسان است $(P_1 = P_2)$. بنابراین برای مقایسهٔ نیروی وارد شده از طرف مایع بر کف ظرف، می‌توان نوشت:

$$F = PA \Rightarrow \frac{F'_1}{F'_2} = \frac{P_1}{P_2} \times \frac{A_1}{A_2} \xrightarrow{A \propto r^2} \frac{F'_1}{F'_2} = \frac{P_1}{P_2} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = 1 \times \left(\frac{2r}{r}\right)^2 = 4$$

از طرفی برای محاسبهٔ فشار وارد بر سطح از طرف ظرف، مشابه با اجسام جامد داریم:

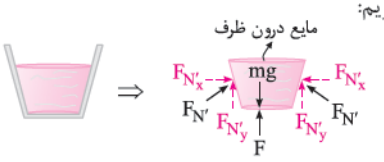
$$P = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A} \Rightarrow \frac{P'_1}{P'_2} = \frac{A_2}{A_1} = \frac{\pi r^2}{\pi (2r)^2} = \frac{1}{4}$$

مواستون باشه

شعاع قاعدهٔ ظرف (۱)، دو برابر ظرف (۲) است، بنابراین مساحت کف ظرف (۱)، چهار برابر ظرف (۲) است. با توجه به رابطهٔ $F = PA$ و یکسان بودن فشار ناشی از مایع بر کف دو ظرف، نیروی وارد شده از طرف مایع بر کف ظرف (۱)، چهار برابر ظرف (۲) است.

۴ برابر یکسان ۴برابر
$F = P \quad A$

۲۱۸ ۳- با توجه به شکل، هنگامی که در کف ظرف سطح مقطع کم می‌شود (شکل ۲)، داریم:

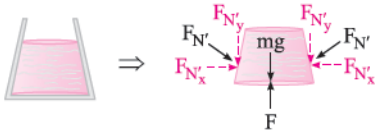


بررسی تعادل قائم: $2F'_{N_y} + F = mg \Rightarrow F < mg$

مواستون باشه

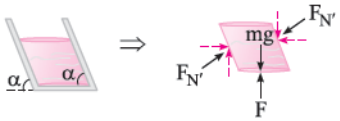
واضح است که به علت تقارن در ظرف، برایند مؤلفه‌های x برابر صفر می‌شود.

از سوی دیگر اگر در کف ظرف سطح مقطع افزایش یابد (شکل ۳)، داریم:



بررسی تعادل قائم: $mg + 2F'_{N_y} = F \Rightarrow mg < F$

و در نهایت در شکل (۱) که سطح مقطع ظرف ثابت است، داریم:



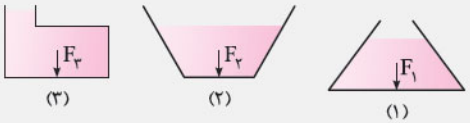
بررسی تعادل قائم: $F = mg$

پاسخ سؤال: $F_3 > W = F_1 > F_2$

متماً بخونش

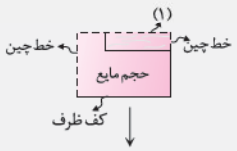
توی اینجا بد نیست یه روش تستی خیلی توپ هم برای سؤالایی که می‌خواد نیروی وارد بر کف ظرف رو با وزن مقایسه بکنه یاد بگیریم.

در برخی از تست‌های کنکور، ظرف‌هایی مطابق شکل‌های زیر را کشیده و از ما می‌خواهند که نیروی وارد بر کف ظرف را با وزن مایع مقایسه کنیم:



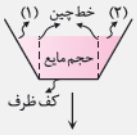
برای پاسخ دادن به این تست‌ها، یک روش کاملاً ساده و جالب وجود دارد که در ادامه مراحل آن را شرح می‌دهیم:

مرحلهٔ ۱: از دو طرف کف ظرف، خط‌چین‌های قائمی را تا سطح آزاد مایع ادامه دهید. حجم داخل این خط‌چین‌ها، **حجم مایع مجازی** نام دارد.

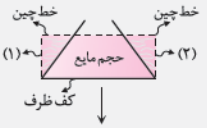


V_1 + حجم مایع واقعی = حجم مایع مجازی

مرحلهٔ ۲: می‌توان ثابت کرد که نیروی وارد بر کف ظرف، برابر وزن مایع مجازی است. اگر حجم مایع مجازی از حجم مایع واقعی بیشتر باشد، نیروی وارد بر کف ظرف بیشتر از وزن مایع واقعی است و اگر حجم مایع مجازی از حجم مایع واقعی کم‌تر باشد،



$-V_1 - V_2$ + حجم مایع واقعی = حجم مایع مجازی



$+V_1 + V_2$ + حجم مایع واقعی = حجم مایع مجازی

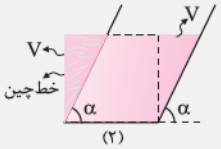
نیروی وارد بر کف ظرف کم‌تر از وزن مایع واقعی است.

ظرف ۱: حجم مایع واقعی < حجم مایع مجازی $\Rightarrow F_1 > W$

ظرف ۲: حجم مایع واقعی > حجم مایع مجازی $\Rightarrow F_2 < W$

ظرف ۳: حجم مایع واقعی < حجم مایع مجازی $\Rightarrow F_3 > W$

تذکر در دو ظرف زیر، حجم مایع مجازی و واقعی برابر بوده و نیروی وارد بر کف ظرف با وزن مایع برابر است (چرا؟).



$+V - V$ + حجم مایع واقعی = حجم مایع مجازی

$F_2 = W$

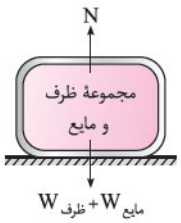


حجم مایع واقعی = حجم مایع مجازی

$F_1 = W$

در همهٔ ظرف‌هایی که در این قسمت نشان دادیم اگر وزن مایع W_1 و وزن ظرف W_2 باشد، نیرویی که از طرف مجموعهٔ ظرف و آب بر سطح افقی زیر ظرف وارد می‌شود، برابر $W_1 + W_2$ می‌باشد. بسیاری از دانش‌آموزان این موضوع را در تست‌ها خوب درک نکرده و نمرهٔ منفی می‌گیرند.

۲۱۹ ـ **۱** در این سؤال توجه کنید که نیرویی که ظرف بر تکیه‌گاه وارد می‌کند (N) با نیرویی که مایع بر کف ظرف وارد می‌کند ($F_{کف}$) متفاوت است. همان‌طور که می‌دانیم، نیرویی که مایع بر کف ظرف وارد می‌کند به شکل ظرف بستگی دارد ولی نیروی تکیه‌گاه برابر مجموع وزن مایع و ظرف آن است و به شکل ظرف بستگی ندارد.



$$N = W_{ظرف} + W_{مایع}$$

۲۲۰ ـ **۱** همان‌طور که در سؤالات قبل بررسی کردیم، نیروی وارد بر کف ظرف، برابر وزن مایع مجازی است. بنابراین در شکل‌های (۱)، (۲) و (۳) داریم:


(۱)

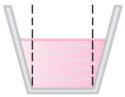
وزن مایع = وزن مایع مجازی $\Rightarrow F_۱ = W$

$$\Rightarrow P_۱ - \frac{F_۱}{A} = \frac{W}{A}$$


(۲)

وزن مایع > وزن مایع مجازی $\Rightarrow F_۲ > W$

$$\Rightarrow P_۲ = \frac{F_۲}{A} > \frac{W}{A}$$


(۳)

وزن مایع < وزن مایع مجازی $\Rightarrow F_۳ < W$

$$\Rightarrow P_۳ = \frac{F_۳}{A} < \frac{W}{A}$$

حواستون باشه

و اما یه روش دیگه ...

می‌دانیم فشار ستون مایع (در مایعات با چگالی یکسان) تنها به ارتفاع بستگی دارد. در این سؤال با توجه به یکسان بودن وزن و حجم مایع ریخته شده در سه ظرف، ارتفاع مایع در ظرف (۲) بیشتر است و داریم:

$$P_{مایع} = \rho gh \Rightarrow h_۲ > h_۱ > h_۳ \xrightarrow{\rho \text{ یکسان}} P_۲ > P_۱ > P_۳$$

از سوی دیگر چون سطح مقطع ظرف (۱) در تمام ارتفاع آن ثابت است، بنابراین فشار مایع در کف ظرف از رابطهٔ $P = \frac{W}{A}$ نیز به‌دست می‌آید. به عبارت دیگر، می‌توان نوشت:

$$Ah = V \Rightarrow \frac{V}{A} = h_۱$$

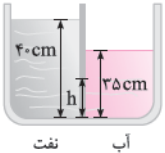
$$P_۱ = \rho g h_۱ = \rho g \frac{V}{A} = \frac{\rho V g}{A} \xrightarrow{\rho V = m} P_۱ = \frac{mg}{A} \Rightarrow P_۱ = \frac{W}{A}$$

$$\Rightarrow P_۲ > P_۱ = \frac{W}{A} > P_۳$$

۲۲۱ ـ **۲** مساحت ظرف در کف آن کم‌ترین مقدار است، بنابراین وزن مایع مجازی کم‌تر از وزن مایع واقعی درون ظرف است. پس نیروی وارد بر کف ظرف، کم‌تر از وزن مایع داخل ظرف بوده ($W_{آب} = mg = ۰/۵ \times ۱۰ = ۵N$) و در نتیجه $F < ۵N$ است. از طرفی عدد ترازو به اندازهٔ وزن مایع افزایش می‌یابد (زیرا تغییرات نیروی عکس‌العمل عمودی تکیه‌گاه را نشان می‌دهد.) لذا می‌توان نوشت:

$$F < ۵N \ , \ \Delta N = ۵N$$

۲۲۲ ـ **۱** محاسبهٔ فشارهای نفت و آب در ارتفاع h از کف ظرف:



$$P_{نفت} = \rho_{نفت} \times g \times (۰/۴۰ - h)$$

$$P_{آب} = \rho_{آب} \times g \times (۰/۳۵ - h)$$

نیروی خالص وارد بر درپوش از طرف مایعات هنگامی صفر می‌شود که فشار دو طرف آن برابر باشد.

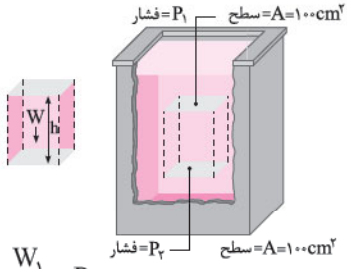
$$P_{نفت} = P_{آب} \Rightarrow \rho_{نفت}(۰/۴ - h) = \rho_{آب}(۰/۳۵ - h)$$

$$\Rightarrow ۰/۸ \times ۱۰^۳ (۰/۴ - h) = ۱ \times ۱۰^۳ (۰/۳۵ - h)$$

$$\Rightarrow ۰/۳۲ - ۰/۸h = ۰/۳۵ - h \Rightarrow ۰/۲h = ۰/۰۳ \Rightarrow h = ۰/۱۵m = ۱۵cm$$

۲۲۳ ـ **۲** این سؤال را به دو روش پاسخ می‌دهیم:

روش اول: فشار در نقطهٔ (۱) ناشی از فشار هوا و فشار مایع بالای آن است، پس داریم:



$$P_۱ = \frac{F_۱}{A} + P_۰ = \frac{W_۱}{A} + P_۰$$

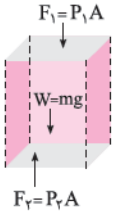
فشار در نقطهٔ (۲) نیز ناشی از فشار هوا و فشار مایع بالای آن است، پس داریم:

$$P_۲ = \frac{F_۲}{A} + P_۰ = \frac{W_۲}{A} + P_۰$$

مقدار مایع درون بخش نشان داده شده، باعث اختلاف فشار بین دو نقطه می‌شود، پس می‌توان نوشت:

$$P_۲ - P_۱ = \frac{W}{A} \xrightarrow[P_۱ = ۱۱۲kPa]{P_۲ = ۱۱۵kPa} (۱۱۵ - ۱۱۲) \times ۱۰^۳ = \frac{W}{۱۰۰ \times ۱۰^{-۴}} \Rightarrow W = ۳۰N$$

روش دوم: باتوجه به اینکه مایع نشان داده شده در حال تعادل است، بنابراین برایند نیروهای وارد بر آن صفر است. بر قسمت نشان داده شده از مایع، سه نیروی $F_۱$، $F_۲$ و وزن آن (mg) وارد می‌شود ($F_۱$ و $F_۲$ نیروهای وارد شده بر بالا و پایین مایع ناشی از فشار مایع است.).



$$F_۱ + W = F_۲ \xrightarrow[F_۲ = P_۲A]{F_۱ = P_۱A} P_۱A + W = P_۲A$$

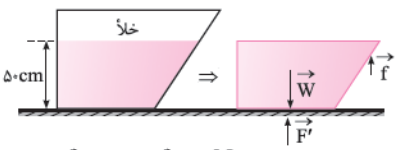
$$\Rightarrow ۱۱۲ \times ۱۰^۳ \times ۱۰۰ \times ۱۰^{-۴} + W = ۱۱۵ \times ۱۰^۳ \times ۱۰۰ \times ۱۰^{-۴}$$

$$\Rightarrow W = ۳۰N : \text{وزن مایع نشان داده شده}$$

۲۲۴ ـ **۲** اندازهٔ نیرویی که از طرف آب به کف ظرف وارد می‌شود، برابر است با:

$$F = P \times A = \rho g h A \Rightarrow F = ۱۰۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۵ \times ۴۰ \times ۱۰^{-۴} = ۲۰N$$

بنابراین نیرویی که کف ظرف نیز به آب وارد می‌کند برابر $F' = ۲۰N$ و رو به بالا است. برای محاسبهٔ اندازهٔ برایند نیروهایی که از طرف دیواره‌های ظرف به آب در راستای قائم وارد می‌شود ($\vec{f}$)، از صفر شدن برایند نیروهای قائم وارد بر آب در شکل زیر استفاده می‌کنیم:



$$F' + f = W \Rightarrow ۲۰ + f = ۳۰ \Rightarrow f = ۱۰N$$

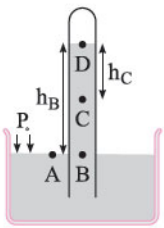
حواستون باشه

برای صفر شدن برایند نیروها، می‌بایست برایند نیروها از طرف دیواره‌ها بر آب ($\vec{f}$) رو به بالا باشد (چرا؟). دقت شود که مؤلفهٔ افقی نیروی دیواره‌ها برای حفظ تعادل، یکدیگر را خنثی می‌کنند.

۲۲۵ ۳ - دو نقطهٔ B و A، هم ارتفاع (هم‌تراز) بوده و درون یک مایع هستند، پس فشار در این نقاط با هم برابر است. فشار در نقطهٔ A ناشی از فشار هوا است، بنابراین داریم:

$$P_A = P_B = P_\circ$$

از طرفی فشار ناشی از مایعات در یک نقطه، به ارتفاع قائم آن از سطح آزاد مایع بستگی دارد. چون $h_B > h_C$ است، بنابراین فشار در نقطهٔ B، بیشتر از فشار در نقطهٔ C است $(P_B > P_C)$. هم‌چنین به‌طور مشابه $P_C > P_D$ است. بنابراین در مقایسهٔ فشار در این نقاط می‌توان نوشت:



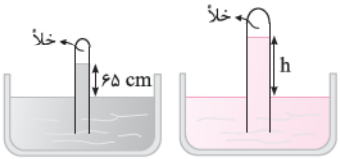
$$P_A = P_B = P_\circ > P_C > P_D$$

حواستون باشه

این سؤال نشان‌دهندهٔ آزمایش توریچلی برای محاسبهٔ فشار هوای محیط است. در واقع با اندازه‌گیری ارتفاع ستون جیوه در داخل لوله (h_B) به شرط تشکیل خلأ در بالای آن، فشار هوای محیط برحسب سانتی‌متر جیوه به‌دست می‌آید.

$$\underbrace{P_A}_{\text{فشار ناشی از هوا}} = \underbrace{P_B}_{\text{ارتفاع ستون جیوه}}$$

۲۲۶ ۲ - فشار هوای محیط، معادل h سانتی‌متر سولفوریک‌اسید و همچنین ۶۵ سانتی‌متر جیوه می‌باشد و این موضوع یعنی این دو ارتفاع معادل یک‌دیگر هستند:



$$\rho_{Hg} h_{Hg} = \rho_{\text{سولفوریک اسید}} h_{\text{سولفوریک اسید}} \Rightarrow \underbrace{۱۳/۶}_{۸\times۱/۷} \times ۰/۶۵ = ۱/۷ \times h \Rightarrow h = ۵/۲ \text{m}$$

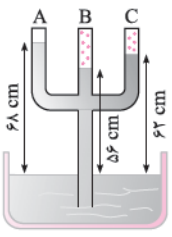
حواستون باشه

قطر مقطع دو لوله، در پاسخ این سؤال بی‌تأثیر است (چرا؟).

۲۲۷ ۲ - فرض کنید مایع به اندازهٔ x در لوله بالا می‌آید. در صورت وجود فضای خالی به اندازهٔ کافی، ارتفاع x باید فشاری به اندازهٔ $P_\circ$ تولید کند و می‌توان نوشت:

$$\rho g x = P_\circ = \text{فشار مایع در سطح آزاد} \Rightarrow ۱۰^۵ = ۴ \times ۱۰^۳ \times ۱۰ \times x \Rightarrow x = ۲/۵ \text{ m}$$

۲۲۸ ۴ - چون مایع درون ظرف جیوه است، فشار گاز در سه انتهای A، B و C برابر $P_{\text{گاز}} = P_\circ - h$ برحسب سانتی‌متر جیوه می‌باشد. با توجه به وجود خلأ در A داریم:



$$\begin{cases} P_A = P_\circ - h_A \xrightarrow{P_A = \circ} P_\circ = h_A = ۶۸ \text{ cmHg} \\ P_B = P_\circ - h_B \xrightarrow{P_\circ = ۶۸ \text{ cmHg}} P_B = ۶۸ - ۵۶ = ۱۲ \text{ cmHg} \\ P_C = P_\circ - h_C \xrightarrow{P_\circ = ۶۸ \text{ cmHg}} P_C = ۶۸ - ۶۲ = ۶ \text{ cmHg} \end{cases}$$

۲۲۹ ۴ - برای پاسخ دادن به این سؤال، به نکات زیر توجه کنید:

۱) اگر فشار گاز محبوس درون لوله از فشار هوای محیط کم‌تر باشد، مایع درون لوله بالاتر از سطح آزاد آن می‌ایستد، در حالی که اگر فشار گاز محبوس درون لوله بیشتر از فشار هوای محیط باشد، مایع درون لوله پایین‌تر از سطح آزاد آن می‌ایستد، بنابراین فشار گاز محبوس در لولهٔ (۲) بیشتر از فشار هوا است (یعنی فشار پیمانه‌ای آن مثبت است) و فشار گاز محبوس در لوله‌های (۱) و (۳) کم‌تر از فشار هوای محیط است (یعنی فشار پیمانه‌ای آن‌ها منفی است).

۲) برای محاسبهٔ فشار پیمانه‌ای گاز درون لوله‌ها، کافی است فشار ستون مایع را محاسبه کنیم. با توجه به این‌که چگالی جیوه ۴ برابر چگالی مایع درون ظرف است، برای محاسبهٔ فشار ستون مایع برحسب سانتی‌متر جیوه، کافی است ارتفاع آن را بر ۴ تقسیم کنیم.

فشار پیمانه‌ای گاز لولهٔ (۱): $P_۱ = -\frac{۶۰}{۴} = -۱۵ \text{cmHg}$

فشار پیمانه‌ای گاز لولهٔ (۲): $P_۲ = \frac{۲۰}{۴} = ۵ \text{cmHg}$

فشار پیمانه‌ای گاز لولهٔ (۳): $P_۳ = -\frac{۴۰}{۴} = -۱۰ \text{cmHg}$

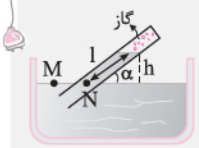
بنابراین فشار گاز محبوس در لولهٔ (۱)، ۲۰cmHg کم‌تر از فشار گاز جمع شده در لولهٔ (۲) است.

۳) وقتی فشار پیمانه‌ای گاز محبوس در لولهٔ (۱) برابر ۱۵cmHg- است، یعنی فشار آن ۱۵cmHg کم‌تر از فشار هوای محیط است، بنابراین فشار هوای محیط باید مقداری بیشتر از ۱۵cmHg داشته باشد و مثلاً می‌تواند ۲۰ cmHg باشد.

با توجه به این توضیحات، عبارت‌های «ج» و «د» صحیح هستند.

۲۳۰ ۴ -

حواستون باشه

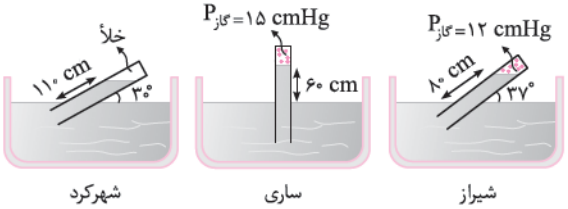


در مقایسهٔ فشار هوا در این گونه سؤالات، ارتفاع قائم جیوه از سطح آزاد ظرف حائز اهمیت است و داریم:

$$l \sin \alpha$$

$$P_M = P_N \Rightarrow P_\circ = P_{\text{گاز}} + \underbrace{h}_{\text{(برحسب cmHg)}}$$

محاسبهٔ فشار هوا در شهرهای مورد بررسی:



$$P_{\circ \text{ cmHg}}^{\text{شیراز برحسب}} = ۱۲ + ۸۰ \sin ۳۷^\circ = ۶۰ \text{ cmHg}$$

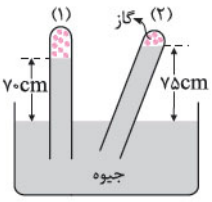
$$P_{\circ \text{ cmHg}}^{\text{ساری برحسب}} = ۱۵ + ۶۰ = ۷۵ \text{ cmHg}$$

$$P_{\circ \text{ cmHg}}^{\text{شهرکرد برحسب}} = ۰ + ۱۱۰ \text{ cm} \times \sin ۳۰^\circ = ۵۵ \text{ cm Hg}$$

می‌دانیم هر قدر ارتفاع از سطح دریا افزایش یابد، فشار کاهش می‌یابد و در نتیجه شهر ساری در این گزینه‌ها در کم‌ترین ارتفاع قرارگرفته است.

بررسی گزینهٔ (۴): $\frac{P_{\text{شیراز}}}{P_{\text{شهرکرد}}} = \frac{۶۰}{۵۵} = \frac{۱۲}{۱۱} \neq \frac{۹}{۸}$

۲۳۱ **۳** در صورتی‌که در انتهای لوله خلأ باشد (هوا وجود نداشته باشد.) ارتفاع قائم جیوه، فشار هوا را نشان می‌دهد، ولی در صورتی‌که در انتهای لوله هوا وجود داشته باشد، فشار هوا برابر مجموع ارتفاع جیوه و فشار هوای محبوس است. در شکل روبه‌رو در لولهٔ کج جیوه تا ۷۵ سانتی‌متر بالا رفته است، بنابراین فشار هوای محیط حداقل $75\,cm\,Hg$ است.



$P_{گاز} + ۷۵ = P_{محیط} \Rightarrow P_{گاز} + \text{ارتفاع قائم ستون جیوه} = P_{محیط}$: لولهٔ (۲)

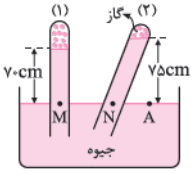
$\Rightarrow P_{محیط} \geq ۷۵\,cmHg$

می‌توانید بگویید

تمرین فشار هوای محبوس در کدام لوله بیشتر است؟

پاسخ لولهٔ سمت چپ (۱)، زیرا به جیوه کم‌تر اجازهٔ بالا آمدن داده است.

۲۳۲ **۴** ابتدا فشار هوای محبوس شده در انتهای لوله‌ها را به صورت جداگانه به‌دست می‌آوریم:



$$\begin{cases} P_M = P_A \Rightarrow P_۱ + ۷۰\,cm\,Hg = P_۰ \\ P_N = P_A \Rightarrow P_۲ + ۷۵\,cm\,Hg = P_۰ \end{cases}$$

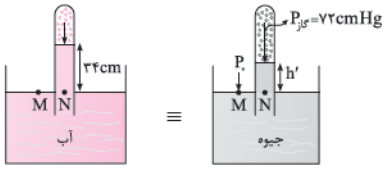
$$\Rightarrow P_۱ + ۷۰\,cmHg = P_۲ + ۷۵\,cmHg \Rightarrow P_۱ - P_۲ = ۵\,cmHg$$

اختلاف فشار بین هوای محبوس شده در انتهای لوله‌های (۱) و (۲) برابر $۵\,cmHg$ است. این فشار بر حسب پاسکال برابر است با:

$$P_۱ - P_۲ = ۱۳۶۰۰ \times ۱۰ \times \frac{۵}{۱۰۰} = ۶۸۰۰\,Pa$$

۲۳۳ **۲** برای حل این تست خوب و مفهومی، ابتدا باید فشار معادل با ۳۴ سانتی‌متر آب را برحسب ارتفاع جیوه محاسبه کنیم:

$$\rho_{آب} g h_{آب} = \rho_{جیوه} g h_{جیوه} \Rightarrow ۱ \times ۳۴ = ۱۳/۶ \times h' \Rightarrow h' = ۲/۵\,cm$$



در ادامه برای محاسبهٔ فشار هوا برحسب سانتی‌متر جیوه می‌توان نوشت:

نقاط M و N روی یک سطح هم‌فشار قرار دارند. $\Rightarrow P_M = P_N$

$$\Rightarrow P_۰ = P_{گاز} + \underbrace{\rho g h'}_{\text{فشار ستون جیوه}} \xrightarrow[\text{برحسب cmHg}]{\text{محاسبهٔ فشار}} P_۰ = ۷۲ + ۲/۵ = ۷۴/۵\,cmHg$$

می‌توانید بگویید

فشار هوای بیرون لوله بیشتر از فشار گاز درون لوله می‌باشد، به‌همین دلیل آب در داخل لوله بالا می‌آید. با توجه به این موضوع گزینه‌های (۳) و (۴) بدون حل کردن نادرست می‌باشند.

۲۳۴ **۴** **گام اول:** محاسبهٔ ارتفاع معادل جیوه، برای ارتفاع ۵۱ سانتی‌متری مایع با چگالی $۲/۸\,\frac{gr}{cm^۳}$:

$$\rho_{مایع} h_{مایع} = \rho_{جیوه} h_{جیوه} \Rightarrow ۲/۸ \times ۵۱ = ۱۳/۶ \times h_{جیوه}$$

$$\Rightarrow h_{جیوه} = ۱۰/۵\,cm$$

گام دوم: با توجه به تساوی فشار نقاط هم‌تراز A و B داریم:



$$P_A = P_B$$

$$P_{گاز} + P_{مایع} = P_۰$$

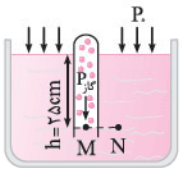
$$P_{گاز} + ۱۰/۵ = ۷۵/۵ \Rightarrow P_{گاز} = ۶۵\,cmHg$$

گام سوم: محاسبهٔ فشار گاز برحسب پاسکال:

فشار معادل برحسب پاسکال: $P_{گاز} = \rho_{Hg} g h_{Hg}$

$$\Rightarrow P_{گاز} = ۱۳۶۰۰ \times ۱۰ \times \frac{۶۵}{۱۰۰} = ۸۸۴۰۰\,Pa$$

۲۳۵ **۳** با توجه به سطح هم‌فشار M و N، می‌توان نوشت:

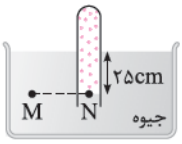


$$P_M = P_N \Rightarrow P_{گاز} = P_۰ + \rho g h$$

$$\Rightarrow P_{گاز} = ۱۰^۵ + ۲ \times ۱۰^۳ \times ۱۰ \times ۰/۲۵$$

$$\Rightarrow P_{گاز} = ۱۰۵ \times ۱۰^۳\,Pa = ۱۰۵\,kPa$$

۲۳۶ **۱** با برابر قرار دادن فشار در نقاط هم‌تراز M و N داریم:



$$P_M = P_N \Rightarrow P_۰ + ۲۵\,cmHg = P_{گاز}$$

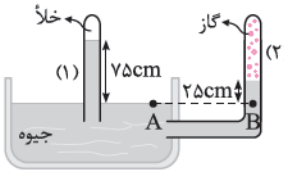
$$\Rightarrow P_{گاز} - P_۰ = ۲۵\,cmHg$$

$$\xrightarrow{P_{گاز} - P_۰ = \frac{۴۰}{۱۰۰} P_۰} \frac{۴۰}{۱۰۰} P_۰ = ۲۵\,cmHg \Rightarrow P_۰ = ۶۲/۵\,cmHg$$

۲۳۷ **۱** می‌دانیم که در فشارسنج جیوه‌ای که در انتهای آن خلأ وجود دارد، ارتفاعی از جیوه که نسبت به سطح آزاد مایع در لوله بالا می‌رود، فشار هوا در آن محل را برحسب سانتی‌متر جیوه نشان می‌دهد، پس برای پاسخ دادن به این سؤال کافی است فشار برحسب cmHg را به پاسکال تبدیل کنیم، بدین منظور داریم:

$$P_۰ = \rho g h \Rightarrow P_۰ = ۱۳۶۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۷۵ = ۱/۰۲ \times ۱۰^۵\,Pa$$

از طرفی فشار گاز در لولهٔ (۲) برحسب cmHg و Pa برابر است با:



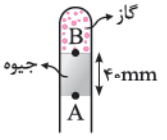
$$\Rightarrow \begin{cases} P_A = P_۰ \\ P_B = P_{گاز} + ۲۵(cmHg) \end{cases}$$

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{گاز} = P_۰ - ۲۵\,cmHg$$

$$\Rightarrow P_{گاز} = ۷۵\,cmHg - ۲۵\,cmHg = ۵۰\,cmHg$$

$$\Rightarrow P_{گاز} = ۱۳۶۰۰ \times ۱۰ \times \frac{۵۰}{۱۰۰} = ۶۸۰۰۰\,Pa = ۰/۶۸ \times ۱۰^۵\,Pa$$

۲۳۸ **۱**



$$\begin{cases} P_A = P_۰ \\ P_B = P_{گاز} \end{cases}$$

$$P_A = P_B + \rho g h \Rightarrow P_۰ = P_{گاز} + \rho g h$$

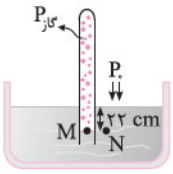
$$\Rightarrow \text{فشار پیمانه‌ای} = P_{گاز} - P_۰ = -\rho g h = -۱۳۶۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۰۴$$

$$\Rightarrow \text{فشار پیمانه‌ای} = -۵۴۴۰\,Pa = -۵/۴۴\,kPa$$

۲۳۹ ۴ - برای محاسبهٔ فشار، ابتدا تصویر قائم لوله را ترسیم می‌کنیم. در این تصویر، فشار گاز درون لوله از فشار محیط بیشتر است و برای پاسخ به سؤال، ابتدا بررسی می‌کنیم که ۲۲cm (معادل $44\sin 30^\circ$) از مایعی با چگالی $6/8\ gr/cm^3$، معادل چند سانتی‌متر جیوه فشار تولید می‌کند:

$$\rho_{Hg}h_{Hg}=\rho_{مایع}h_{مایع}\Rightarrow 13/6\times h_{Hg}=6/8\times 22\Rightarrow h_{Hg}=11cm$$

در ادامه فشار گاز درون لوله برابر است با:

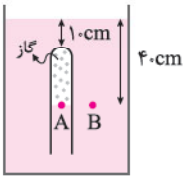


$$P_M=P_N\Rightarrow P_{گاز}=P_0+P_{مایع}$$

$$\Rightarrow P_{گاز}=76+11=87cmHg$$

فشار مایع برحسب cmHg

۲۴۰ ۱ - نقاط هم تراز A و B فشارهای یکسانی دارند، بنابراین داریم:



$$P_A=P_B$$

$$\Rightarrow P_{گاز}=P_{مایع}+P_0$$

$$\Rightarrow P_{پیمانه‌ای}=P_{گاز}-P_0=P_{مایع}$$

باتوجه به محاسبات بالا واضح است که فشار پیمانه‌ای گاز محبوس، برابر فشار ستون ۴۰ سانتی‌متری از مایع است. در ادامه باید بررسی کنیم که فشار ۴۰cm از مایع موردنظر برابر چند سانتی‌متر جیوه است.

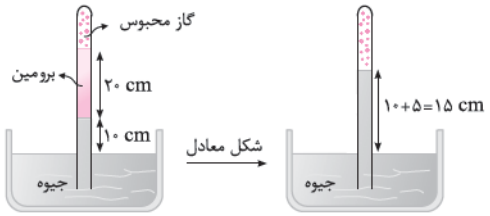
$$(\rho gh)_{جیوه}=(\rho gh)_{مایع}$$

$$\Rightarrow 1/7(40)=13/6h\Rightarrow h=5cm\Rightarrow P_{پیمانه‌ای\ گاز}=5cmHg$$

۲۴۱ ۳ - **گام اول:** ارتفاع معادل جیوه برای ۲۰cm از مایع برومین برابر است با:

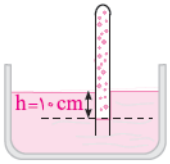
$$\rho_{برومین}h_{برومین}=\rho_{Hg}h_{Hg}\Rightarrow 3/4\times 20=13/6\times h_{Hg}\Rightarrow h_{Hg}=5cm$$

گام دوم: در ادامه اگر به جای ۲۰cm برومین، به اندازهٔ ۵cm جیوه قرار دهیم، به اندازهٔ ۱۵cm جیوه در لوله وجود خواهد داشت و فشار گاز درون لوله برابر است با:



$$P_{گاز}=P_0-h_{Hg}=80-15=65cmHg$$

۲۴۲ ۱ - **گام اول:** محاسبهٔ چگالی مخلوط: فشار گاز محبوس درون لوله ۹۵۰ پاسکال بیشتر از هوای محیط است، بنابراین داریم:



$$P_{گاز}=P_0+\rho gh$$

$$\Rightarrow \underbrace{P_{گاز}-P_0}_{950Pa}=\rho gh\Rightarrow 950=\rho\times 10\times 0/1\Rightarrow\rho=9500kg/m^3$$

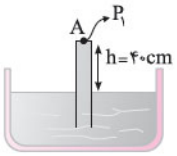
گام دوم: محاسبهٔ درصد حجم الکل:

$$\rho_{مخلوط}=\frac{\rho_1V_1+\rho_2V_2}{V_1+V_2}\Rightarrow 950=\frac{1000V_{الکل}+800V_{آب}}{V_{الکل}+V_{آب}}\Rightarrow 50V_{آب}=150V_{الکل}$$

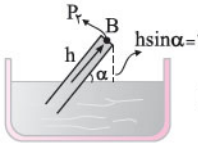
$$\Rightarrow V_{الکل}=\frac{1}{3}V_{آب}\Rightarrow\begin{cases}V_{الکل}=x\\V_{آب}=3x\end{cases}\Rightarrow\frac{V_{الکل}}{V_{کل}}=\frac{x}{4x}=\frac{1}{4}$$

بنابراین حجم الکل $\frac{1}{4}$ حجم مخلوط، یعنی ۲۵ درصد از حجم آن است.

۲۴۳ ۴ - در این سؤال، اگر فضای کافی در انتهای لولهٔ شکل (۱) وجود داشت، جیوه به اندازهٔ ۸۰cm (معادل فشار P_0) در آن بالا می‌رفت. بنابراین جیوه در شکل (۱)، به اندازهٔ ارتفاعی که نمی‌تواند بالا برود، به انتهای بستهٔ لوله فشار وارد می‌کند.



$$P_1=P_A=P_0-h=80-40=40cmHg$$



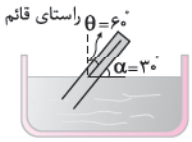
$$P_2=P_B=P_0-h\sin\alpha=80-40\sin\alpha$$

در ادامه چون با مایل کردن میله، ارتفاع قائم مایع از سطح ظرف کم شده است، P_2 بزرگ‌تر از P_1 می‌باشد و نیروی وارد بر انتهای بستهٔ لوله، ۵۰ درصد افزایش یافته است و داریم:

$$F_2=F_1+\frac{50}{100}F_1=1/5F_1$$

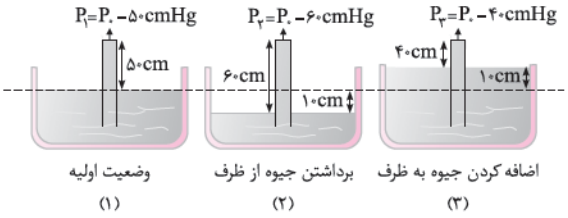
$$\Rightarrow F_2=1/5F_1\xrightarrow{F=PA}(80-40\sin\alpha)\times A=1/5\times 40\times A$$

$$\Rightarrow\sin\alpha=\frac{1}{2}\Rightarrow\alpha=30^\circ$$



بنابراین باید لوله را به اندازهٔ $\theta=60^\circ$ حول محور قائم بچرخانیم تا زاویهٔ آن با راستای افق برابر $\alpha=30^\circ$ شود.

۲۴۴ ۴ - فشار وارد بر انتهای لوله در هر سه حالت عبارت است از:



در حالت دوم چون لوله هم‌چنان پر از جیوه است، فشار در انتهای بستهٔ لوله نمی‌تواند کم‌تر از صفر شود و داریم: $P_2>0\Rightarrow P_0-60>0\Rightarrow P_0>60cmHg$

از طرفی در حالت سوم، با توجه به آسیب ندیدن انتهای لوله، فشار P_3 کوچک‌تر از حداکثر فشار قابل تحمل لوله می‌باشد و داریم:

$$P_3<30\Rightarrow P_0-40<30\Rightarrow P_0<70cmHg$$

$$\text{درمجموع:}\begin{cases}P_0>60\\P_0<70\end{cases}\Rightarrow 60cmHg<P_0<70cmHg$$

۲۴۵ ۴ - برای این‌که بدانیم ارتفاع h از مایعی به چگالی ρ معادل با چه ارتفاعی از جیوه است از رابطهٔ $\rho h=\rho_{Hg}.h_{Hg}$ استفاده می‌کنیم.

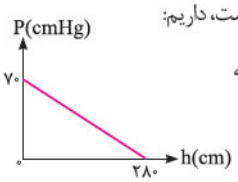
$$\rho h=\rho_{Hg}.h_{Hg}\Rightarrow\frac{1}{4}\rho_{Hg}.h=\rho_{Hg}\times 70\Rightarrow h=280cm$$

اگر ارتفاع مایع داخل لوله، برابر با ۲۸۰cm باشد، آن‌گاه فشار وارد بر انتهای لوله، صفر می‌شود.

اگر طول زیادی از لوله بیرون از مایع باشد، مایع می‌تواند به ارتفاع ۲۸۰cm برسد و در این شرایط فشاری به سقف لوله وارد نمی‌کند، اما اگر ارتفاع مایع داخل لوله کم‌تر از ۲۸۰cm باشد، به اندازه‌ای که مایع نتوانسته به طور قائم بالا برود، به انتهای لوله فشار وارد می‌شود. بنابراین برای حالتی که $h \le ۲۸۰cm$ است، داریم:

فشار وارد بر انتهای لوله: $P = ۷۰ - \frac{۱}{۴}h\,(cmHg)$

$h_{Hg} = \frac{۱}{۴}h$



حواستون باشه

چون چگالی مایع $\frac{۱}{۴}$ چگالی جیوه است، فشار حاصل از ارتفاع h از مایع برابر $\frac{h}{۴}$ سانتی‌متر جیوه است.

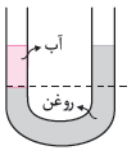
۲۴۶ - ۲ - فشار هوا باید آن‌قدر کاهش یابد تا آب بتواند حداقل ۲۰cm در نی بالا بیاید و این یعنی اختلاف فشار P' (فشار هوای کاهش یافته) و $P_۰$ (فشار هوا در حالت عادی) برابر است با:

$$P' - P_۰ = \Delta P = -\rho gh = -۱۰^۳ \times ۱۰ \times ۰/۲ = -۲۰۰۰Pa$$

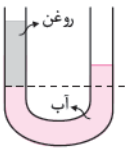
۲۴۷ - ۳ - **گام اول:** ابتدا فصل مشترک بین آب و روغن را در هر مورد مشخص می‌کنیم (فصل مشترک مرز میان دو مایع است.):

بررسی موارد

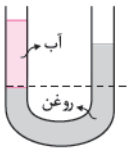
الف) فصل مشترک



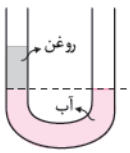
ب) فصل مشترک



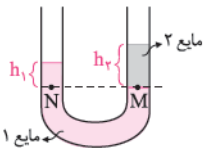
ج) فصل مشترک



د) فصل مشترک



گام دوم: مطابق شکل، اگر دو مایع مخلوط‌نشدنی با چگالی‌های $\rho_۱$ و $\rho_۲$ را در یک لولهٔ U شکل بریزیم، فشار در نقاط M و N از مایع (۱) برابر است و می‌توان نوشت:



$$P_M = \rho_۲ gh_۲ + P_۰ \quad , \quad P_N = \rho_۱ gh_۱ + P_۰$$

$$P_M = P_N \Rightarrow \rho_۲ gh_۲ = \rho_۱ gh_۱ \Rightarrow \rho_۲ h_۲ = \rho_۱ h_۱$$

گام سوم: می‌دانیم چگالی روغن از چگالی آب کم‌تر است، بنابراین خواهیم داشت:

$$\rho_{روغن} h_{روغن} = \rho_{آب} h_{آب} \xrightarrow{\rho_{آب} > \rho_{روغن}} h_{روغن} > h_{آب}$$

حال هر یک از موارد را بررسی می‌کنیم:

الف) $h_{آب} = h_{روغن}$ امکان‌پذیر نیست.

ب) $h_{آب} = ۰$ و $h_{روغن} \neq ۰$، چون روغن وجود دارد، امکان‌پذیر نیست.

ج) $h_{روغن} > h_{آب}$ امکان‌پذیر نیست.

د) $h_{آب} > h_{روغن}$ امکان‌پذیر است.

بنابراین تنها یک مورد از شکل‌های نشان‌داده‌شده می‌تواند در حال تعادل باشد.

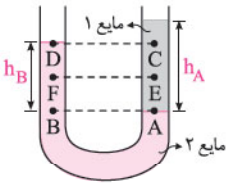
۲۴۸ - ۱ - برای پاسخ دادن به این سؤال به نکات زیر توجه کنید:

(۱) نقاط A و B در یک مایع قرار دارند و A پایین‌تر از B است، بنابراین $P_A > P_B$ می‌باشد.

(۲) نقاط C و D در سطح آزاد مایعات قرار دارند و فشار در آن‌ها برابر فشار هوا است، یعنی $P_C = P_D = P_۰$ می‌باشد.

$$\Rightarrow P_A > P_B > P_C = P_D = P_۰$$

۲۴۹ - ۲ - نقاط A و B در یک مایع و در یک ارتفاع قرار دارند، بنابراین فشار در این نقاط با هم برابر است $(P_B = P_A)$. حال می‌توان نوشت:



$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_۲ h_B = \rho_۱ h_A$$

$$\xrightarrow{h_A > h_B} \rho_۱ < \rho_۲$$

بررسی گزینه‌ها

۱) فشار نقاط A و B برابر است و از فشار نقطهٔ F (P_F) بیشتر است، زیرا F در عمق کم‌تری نسبت به B قرار دارد و فشارش نیز کم‌تر است.

۲) واضح است که فشار نقطهٔ F از فشار نقطهٔ D بیشتر است، ولی فشار در نقاط E و F یکسان نیست، چون این نقاط در دو مایع مختلف قرار دارند.

۳) فشار در نقاط A و B یکسان بوده و این فشار بیشتر از فشار در هر یک از نقاط E و F است، چون در عمق بیشتری قرار دارند.

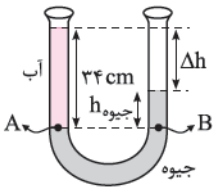
۴) فشار نقطهٔ D همان فشار سطح آزاد مایع است $(P_D = P_۰)$، اما فشار نقطهٔ C برابر است با:

$$P_C = \rho_۱ gh_C + P_۰ \Rightarrow P_C > P_۰ \xrightarrow{P_D = P_۰} P_C > P_D$$

از سوی دیگر فشار نقطهٔ C، از نقاط A و B کم‌تر است.

با توجه به توضیحات فوق، فقط عبارت مطرح‌شده در گزینهٔ (۲) نادرست است.

۲۵۰ - ۴ - فشار در نقاط A و B برابر است و می‌توان نوشت:



$$P_A = P_B$$

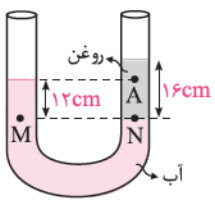
$$\Rightarrow P_۰ + \rho_{آب} gh_{آب} = P_۰ + \rho_{جیوه} gh_{جیوه}$$

$$\Rightarrow h_{جیوه} = \frac{\rho_{آب} h_{آب}}{\rho_{جیوه}} = \frac{۳۴ \times ۱}{۱۳/۶} = ۲/۵\,cm$$

بنابراین اختلاف ارتفاع آب و جیوه در دو طرف لوله برابر است با:

$$\Delta h = h_{آب} - h_{جیوه} = ۳۴ - ۲/۵ = ۳۱/۵\,cm$$

۲۵۱ - ۳ - با توجه به شکل مقابل، فشار در نقاط M و N برابر است، بنابراین می‌توان نوشت:



$$P_M = P_N$$

$$\Rightarrow \rho_{آب} gh_{آب} + P_۰ = \rho_{روغن} gh_{روغن} + P_۰$$

$$\Rightarrow \rho_{آب} h_{آب} = \rho_{روغن} h_{روغن}$$

$$\Rightarrow ۱ \times ۱۲ = \rho_{روغن} \times ۱۶$$

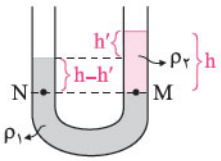
$$\Rightarrow \rho_{روغن} = ۰/۷۵\,gr/cm^۳$$

نقطهٔ A از سطح آزاد روغن ۴ سانتی‌متر فاصله دارد، در نتیجه می‌توان نوشت:

$$P_A = \rho_{\text{روغن}} g h_A + P_\circ = ۷۵۰ \times ۱۰ \times ۰/۰۴ + ۱۰^۵ = ۳۰۰ + ۱۰^۵$$

$$\Rightarrow P_A = ۱/۰۰۳ \times ۱۰^۵ \text{ Pa} \xrightarrow{۱۰^۵\text{Pa}=۱\text{bar}} P_A = ۱/۰۰۳ \text{bar}$$

۲۵۲ ۲ - فشار در نقاط M و N برابر است (چرا؟)، بنابراین خواهیم داشت:

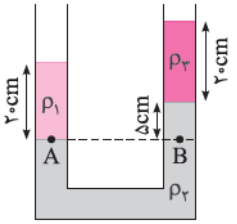


$$P_M = P_N \Rightarrow \rho_۱(h - h') = \rho_۲ h$$

$$\xrightarrow{h=۵h'} \rho_۱(۵h' - h') = \rho_۲ \times ۵h'$$

$$\Rightarrow \frac{\rho_۱}{\rho_۲} = \frac{۵}{۴}$$

۲۵۳ ۲ - در لولهٔ Uشکل زیر فشار وارد شده به نقاط هم‌تراز A و B یکسان است و داریم:



$$P_A = P_B$$

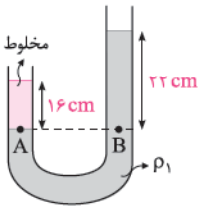
$$\Rightarrow \rho_۱(g)(۲۰) = \rho_۲(g)(۵) + \rho_۳(g)(۲۰)$$

$$\Rightarrow ۴\rho_۱ = \rho_۲ + ۴\rho_۳$$

$$\xrightarrow{\rho_۳ = \frac{۱}{۲}\rho_۱} ۴\rho_۱ = \rho_۲ + ۴(\frac{۱}{۲}\rho_۱)$$

$$\Rightarrow \rho_۲ = ۲\rho_۱$$

۲۵۴ ۱ - برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:



گام اول: محاسبهٔ چگالی مخلوط:

فشار در نقاط A و B برابر است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} h_{\text{مخلوط}} = \rho_۱ h_۱$$

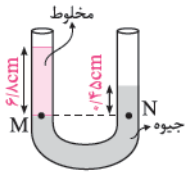
$$\Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} \times ۱۶ = ۰/۸ \times ۲۲ \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = ۱/۱ \text{gr/cm}^۳$$

گام دوم: محاسبهٔ درصد حجم مایع (۳) در مخلوط:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_۲ V_۲ + \rho_۳ V_۳}{V_۲ + V_۳} \Rightarrow ۱/۱ = \frac{V_۲ + ۱/۴ V_۳}{V_۲ + V_۳}$$

$$\Rightarrow ۰/۱ V_۲ = ۰/۳ V_۳ \Rightarrow \frac{V_۳}{V_۲} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow \frac{V_۳}{V_۲ + V_۳} = \frac{۱}{۴} = ۲۵٪$$

۲۵۵ ۱ - **گام اول:** فشار در نقاط M و N با هم برابر است، بنابراین خواهیم داشت:



$$P_M = P_N \Rightarrow \rho_{\text{جیوه}} g h_{\text{جیوه}} = \rho_{\text{مخلوط}} g h_{\text{مخلوط}}$$

$$\Rightarrow ۱۳/۶ \times ۰/۰۴۵ = \rho_{\text{مخلوط}} \times ۶/۸$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = ۰/۹ \text{gr/cm}^۳$$

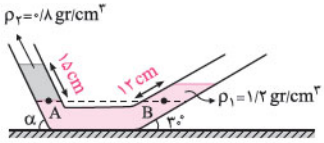
گام دوم: با توجه به اینکه طبق صورت سؤال، حجم دو مایع A و B با هم برابر است، به کمک رابطهٔ چگالی مخلوط دو ماده می‌توان نوشت:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{V_A + V_B} \xrightarrow{V_A = V_B = V} ۰/۹ = \frac{\rho_A V + \rho_B V}{\underbrace{V + V}_{۲V}}$$

$$\Rightarrow \rho_A + \rho_B = ۱/۸ \text{ gr/cm}^۳$$

بنابراین با توجه به جدول سؤال، گزینهٔ (۱) صحیح است.

۲۵۶ ۲ - فشار در نقاط A و B با هم برابر است (چرا؟)، بنابراین می‌توان نوشت:



$$P_A = P_B$$

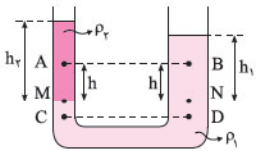
$$\Rightarrow ۰/۸ \times ۱۵ \sin\alpha = ۱/۲ \times ۱۲ \underbrace{\sin ۳۰^\circ}_{۰/۵}$$

$$\Rightarrow \sin\alpha = ۰/۶ \Rightarrow \alpha = ۳۷^\circ$$

حواستون باشه

برای محاسبهٔ فشار در نقاط A و B، از ارتفاع قائم مایع در نقاط A و B استفاده می‌کنیم.

۲۵۷ ۴ - برای پاسخ دادن به این سؤال، به موارد زیر توجه کنید:



۱) نقاط C و D در یک مایع یکسان و در یک ارتفاع قرار دارند (سطح هم‌تراز)، بنابراین فشار در این نقاط با هم برابر است.

$$P_C = P_D$$

۲) فشار در نقاط M و N نیز یکسان است (چرا؟)، بنابراین $\rho_۲ > \rho_۱$ است.

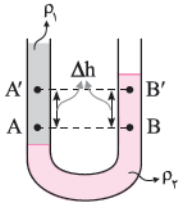
$$P_N = P_M \Rightarrow \rho_۱ h_۱ = \rho_۲ h_۲ \xrightarrow{h_۲ > h_۱} \rho_۱ > \rho_۲$$

۳) برای محاسبهٔ فشار در نقاط هم‌ارتفاع A و B برحسب فشار در نقاط M و N می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} P_A = P_M - \rho_۲ gh \\ P_B = P_N - \rho_۱ gh \end{cases}$$

از آن‌جایی که $\rho_۱$ بزرگ‌تر از $\rho_۲$ است، بنابراین فشار در نقطهٔ B کم‌تر از فشار در نقطهٔ A است $(P_B < P_A)$.

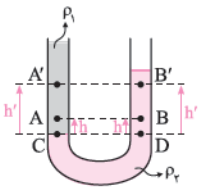
۲۵۸ ۱ - **گام اول:** محاسبهٔ اختلاف فشار در هر ستون: با توجه به شکل مقابل و توضیحات سؤال قبل، $\rho_۱ > \rho_۲$ است (چرا؟)، از طرفی اختلاف ارتفاع بین نقاط B و B' با اختلاف ارتفاع بین نقاط A و A' برابر است (همان Δh). بنابراین می‌توان نوشت:



$$\begin{cases} \Delta P_{A,A'} = \rho_۱ g \Delta h \\ \Delta P_{B,B'} = \rho_۲ g \Delta h \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta P_{B,B'}}{\Delta P_{A,A'}} = \frac{\rho_۲ g \Delta h}{\rho_۱ g \Delta h} = \frac{\rho_۲}{\rho_۱} > ۱$$

$$\Rightarrow \Delta P_{B,B'} > \Delta P_{A,A'}$$

گام دوم: محاسبهٔ اختلاف فشار میان نقاط دو ستون: همان‌طور که می‌دانیم، در شکل مقابل $P_C = P_D$ است، حال می‌توان نوشت:



$$P_A = P_C - \rho_۱ gh \ , \ P_B = P_D - \rho_۲ gh$$

$$P_A - P_B = P_C - \rho_۱ gh - (P_D - \rho_۲ gh)$$

$$\xrightarrow{P_C = P_D} P_A - P_B = (\rho_۲ - \rho_۱) gh$$

به‌طور مشابه $P_{A'} - P_{B'} = (\rho_۲ - \rho_۱) gh'$ به‌دست می‌آید. حال می‌توان نوشت:

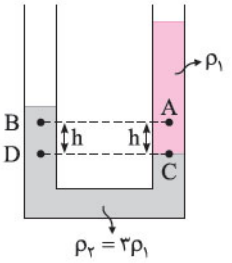
$$\frac{P_A - P_B}{P_{A'} - P_{B'}} = \frac{(\rho_۲ - \rho_۱) gh}{(\rho_۲ - \rho_۱) gh'} = \frac{h}{h'} \xrightarrow[\text{مطابق شکل } h' > h]{} \frac{P_A - P_B}{P_{A'} - P_{B'}} < ۱$$

$$\Rightarrow P_A - P_B < P_{A'} - P_{B'}$$

حواستون باشه

می‌توان گفت هر چه به سطح هم‌فشار CD نزدیک می‌شویم، اختلاف فشار کم‌تر می‌شود و به‌همین دلیل $P_A - P_B < P_{A'} - P_{B'}$ می‌باشد.

۲۵۹ ۱ - فشار در نقاط C و D برابر است و برای محاسبهٔ اختلاف فشار نقاط A و B می‌توان نوشت:



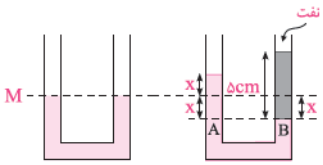
$$\begin{cases} P_A = P_C - \rho_1 gh \\ P_B = P_D - \rho_2 gh \end{cases} \xrightarrow{P_C = P_D} P_A - P_B = (\rho_2 - \rho_1)gh$$

$$\xrightarrow{\rho_2 = 3\rho_1} P_A - P_B = 2\rho_1 gh$$

خواستون باشه

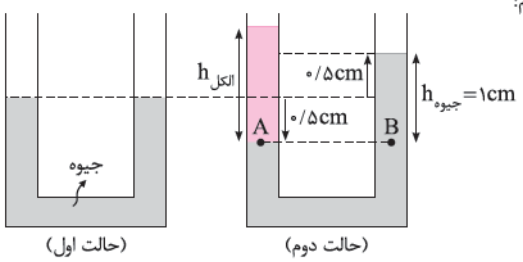
با توجه به شکل و با کمک مفاهیم ارائه‌شده در سؤالات قبل، می‌توان گفت که $P_A > P_B$ بوده و گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست می‌باشند.

۲۶۰ ۲ - فرض کنید با ریختن نفت در سمت راست، آب x سانتی‌متر در این شاخه پایین رفته و در طرف مقابل نیز x سانتی‌متر بالا می‌رود (زیرا شاخه‌ها مشابه هستند) و داریم:



$$P_B = P_A \Rightarrow \rho_{نفت} h_{نفت} = \rho_{آب} h_{آب} \Rightarrow ۰/۸ \times ۵ = ۱ \times ۲x \Rightarrow x = ۲cm$$

۲۶۱ ۳ - **گام اول:** ابتدا شکل ساده‌ای از وضعیت قرارگیری جیوه و الکل را رسم می‌کنیم:



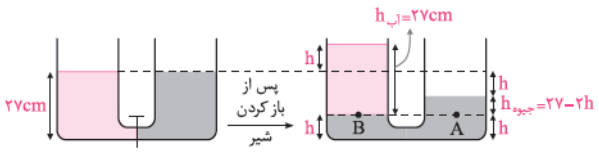
گام دوم: فشار در نقاط هم‌تراز A و B برابر است، بنابراین داریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_{الکل} h_{الکل} = \rho_{جیوه} h_{جیوه}$$

$$\Rightarrow ۰/۸(h_{الکل}) = ۱۳/۶(۱) \Rightarrow h_{الکل} = ۱۷cm$$

$$V_{الکل} = A \times h = ۲ \times ۱۷ = ۳۴cm^۳$$

۲۶۲ ۳ - همان‌طور که می‌دانیم، با توجه به یکسان بودن مساحت لوله‌ها اگر جیوه در لولهٔ سمت راست h سانتی‌متر پایین بیاید، آب در لولهٔ سمت چپ h سانتی‌متر بالا می‌آید و داریم:



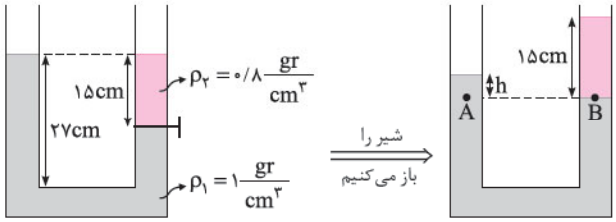
$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_{جیوه} gh_{جیوه} + P_۰ = \rho_{آب} gh_{آب} + P_۰$$

$$\Rightarrow \rho_{جیوه} h_{جیوه} = \rho_{آب} h_{آب} \Rightarrow ۱۳/۵ \times (۲۷ - ۲h) = ۱ \times ۲۷$$

$$\Rightarrow h = ۱۲/۵cm$$

بنابراین سطح جیوه درون لوله به اندازهٔ ۱۲/۵cm پایین می‌آید.

۲۶۳ ۳ - با توجه به این‌که $\rho_1 > \rho_2$ است با باز کردن شیر رابط، سطح آزاد مایع با چگالی ρ_1 پایین آمده و سطح آزاد مایع با چگالی ρ_2 بالا می‌رود. در این حالت با توجه به یکسان بودن فشار در نقاط هم‌تراز A و B داریم:



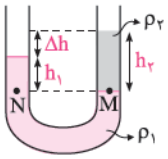
$$P_A = P_B$$

$$\Rightarrow \rho_1 gh_1 + \cancel{P_۰} = \rho_2 gh_2 + \cancel{P_۰}$$

$$\Rightarrow ۱(۱۰)(h) = ۰/۸(۱۰)(۱۵) \Rightarrow h = ۱۲cm$$

دقت کنید که در صورت سؤال اختلاف ارتفاع سطح آزاد در دو طرف لوله خواسته شده است که برابر $۱۵ - ۱۲ = ۳cm$ می‌شود.

۲۶۴ ۱ - در شکل زیر، با توجه به توضیحات سؤالات قبل، $\rho_1 > \rho_2$ خواهد بود و اختلاف سطح آزاد در آن‌ها به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:



$$P_M = P_N \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 \Rightarrow h_1 = \frac{\rho_2}{\rho_1} h_2$$

$$\Delta h = h_2 - h_1 = h_2 - \frac{\rho_2}{\rho_1} h_2 = h_2 (۱ - \frac{\rho_2}{\rho_1})$$

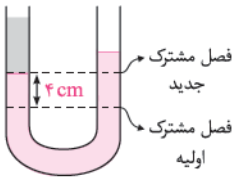
واضح است که با زیاد شدن ارتفاع روغن (h_2)، Δh بین دو شاخه نیز افزایش می‌یابد.

۲۶۵ ۳ - اگر به شاخهٔ سمت چپ آب اضافه کنیم، چون در فشار ستون روغن در سمت راست تغییری ایجاد نمی‌شود، بنابراین ارتفاع ستونی از آب که معادل با روغن است نیز تغییر نمی‌کند. بنابراین مقدار آب اضافه‌شده به‌طور یکسان در دو طرف قرار می‌گیرد تا هر دو طرف به یک اندازه بالا آمده و تغییری در اختلاف سطح آزاد روغن و آب در دو طرف ایجاد نشود.

خواستون باشه

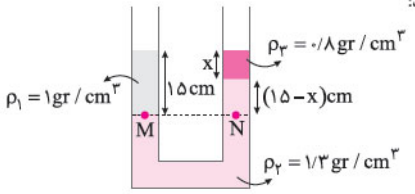
با کمک رابطهٔ به‌دست‌آمده در سؤال قبل نیز می‌توان به این سؤال پاسخ داد.

۲۶۶ ۴ - اگر سطح آزاد نفت ۴ سانتی‌متر بالا رود، به این معنی است که ۴ سانتی‌متر آب به شاخهٔ سمت چپ اضافه شده است. از طرفی لوله در حال تعادل است و بایستی ۴ سانتی‌متر آب در لولهٔ سمت راست نیز اضافه شود، بنابراین در مجموع ۸ سانتی‌متر آب باید اضافه کرد که حجم آن برابر است با:



$$V = Ah = ۲ \times ۸ = ۱۶cm^۳$$

۲۶۷ **۳** - شکل نشان داده شده وضعیت قرارگیری مایع‌ها را در وضعیت مدنظر سؤال نشان می‌دهد:



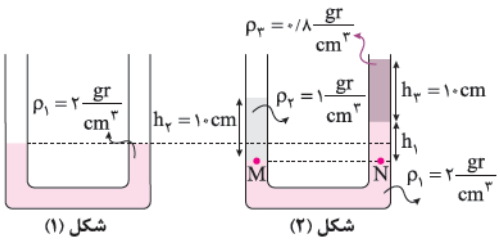
فشار در نقاط M و N برابر است، بنابراین داریم:

$$P_M = P_N \Rightarrow \rho_۱ g h_۱ = \rho_۲ g h_۲ + \rho_۳ g h_۳$$

$$\Rightarrow ۱\times ۱۵ = ۱/۳ \times (۱۵-x) + ۰/۸x \Rightarrow ۱۵ = ۱۹/۵ - ۰/۵x \Rightarrow x = ۹cm$$

بنابراین حجم مایع اضافه شده برابر $V = Ax = ۱\times ۹ = ۹cm^۳$ است.

۲۶۸ **۲** - دو شکل زیر را با توجه به اطلاعات سؤال رسم می‌کنیم:



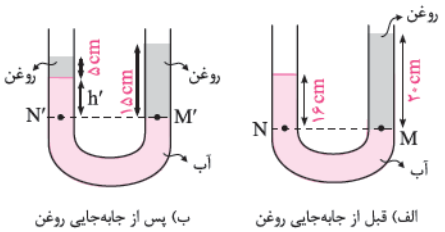
با توجه به شکل (۲) و برابر بودن فشار در نقاط M و N، می‌توان نوشت:

$$P_M = P_N \Rightarrow P_۰ + \rho_۲ g h_۲ = P_۰ + \rho_۱ g h_۱ + \rho_۳ g h_۳$$

$$\Rightarrow \rho_۲ h_۲ = \rho_۱ h_۱ + \rho_۳ h_۳ \Rightarrow ۱\times ۱۰ = ۲h_۱ + ۰/۸ \times ۱۰ \Rightarrow h_۱ = ۱\ cm$$

بنابراین اختلاف سطح آزاد مایعات در دو طرف لوله برابر ۱cm است.

۲۶۹ **۲** - **گام اول:** ابتدا شکل مسئله را پس از جابه‌جایی روغن رسم می‌کنیم که به‌صورت زیر است:



گام دوم: محاسبه چگالی روغن: با توجه به برابر بودن فشار در نقاط M و N در شکل (الف)، خواهیم داشت:

$$P_M = P_N \Rightarrow \rho_{روغن} h_{روغن} = \rho_{آب} h_{آب} \Rightarrow \rho_{روغن} \times ۲۰ = ۱\times ۱۶$$

$$\Rightarrow \rho_{روغن} = ۰/۸\ gr/cm^۳$$

گام سوم: محاسبه ارتفاع ستون آب: با توجه به برابر بودن فشار در نقاط M' و N' در شکل (ب)، می‌توان نوشت:

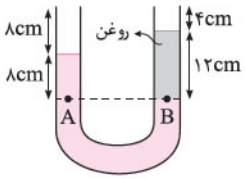
$$\underbrace{P_{N'}}_{\text{شاخه چپ}} = \underbrace{P_{M'}}_{\text{شاخه راست}}$$

$$\Rightarrow \rho_{آب} h' + \rho_{روغن} h_{روغن\ در\ شاخه\ چپ} = \rho_{روغن} h_{روغن\ در\ شاخه\ راست}$$

$$\Rightarrow ۱\times h' + ۰/۸ \times ۵ = ۰/۸ \times ۱۵ \Rightarrow h' = ۸cm$$

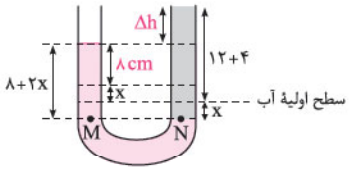
بنابراین اختلاف ارتفاع سطح آزاد روغن در دو طرف لوله برابر ۲ سانتی‌متر می‌شود.

۲۷۰ **۴** - ابتدا توجه کنید که چون فشار ۱۲cm روغن با فشار ۸cm آب برابر است، چگالی روغن $\frac{۲}{۳}$ برابر چگالی آب است.



$$۱۲\rho_{روغن} = ۸\rho_{آب} \Rightarrow \rho_{روغن} = \frac{۲}{۳}\rho_{آب}$$

حال فرض می‌کنیم در شاخهٔ سمت راست آنقدر روغن بریزیم تا در این شاخه روغن در آستانهٔ لبریز شدن باشد. در این حالت اگر آب در شاخهٔ سمت راست به اندازهٔ x پایین برود، در شاخهٔ سمت چپ نیز به اندازهٔ x بالا خواهد آمد. حال با توجه به برابر بودن فشار در نقاط M و N می‌توان نوشت:



$$P_M = P_N \Rightarrow \rho_{آب}(۸+۲x) = \rho_{روغن}(۴+۱۲+x)$$

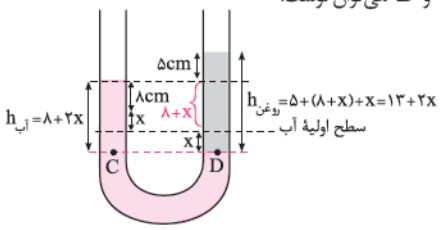
$$\xrightarrow{\rho_{روغن} = \frac{۲}{۳}\rho_{آب}} (۸+۲x) = \frac{۲}{۳}(۱۶+x) \Rightarrow x = ۲cm$$

در این حالت اختلاف ارتفاع سطح آزاد مایعات در دو طرف لوله به $\Delta h = ۶cm$ می‌رسد.

$$\Delta h = (۱۲+۴+x) - (۸+۲x) = ۸ - x = ۶cm$$

با توجه به توضیحات سؤالات قبل، در چنین سؤالاتی با اضافه کردن روغن به شاخهٔ سمت راست، اختلاف ارتفاع مایعات در دو طرف لوله افزایش می‌یابد (چرا؟). پس حداکثر اختلاف ارتفاع سطح آزاد آب و روغن در دو طرف لوله به ۶cm می‌رسد و گزینهٔ (۴) صحیح است.

۲۷۱ **۳** - با توجه به شکل، اگر آب در شاخهٔ سمت راست به اندازهٔ x سانتی‌متر پایین بیاید، آب در شاخه سمت چپ به اندازهٔ x سانتی‌متر بالا می‌رود. حال با برابر قرار دادن فشار در نقاط C و D می‌توان نوشت:

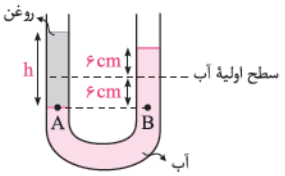


$$\frac{۲}{۳}\rho_{آب}$$

$$P_C = P_D \Rightarrow \rho_{آب}(۸+۲x) = \rho_{روغن}(۱۳+۲x) \Rightarrow x = ۱cm$$

بنابراین ارتفاع روغن در حالت اولیه برابر ۱۲cm و در حالت نهایی برابر $۱۳+۲\times ۱ = ۱۵cm$ است. پس به ارتفاع روغن به اندازهٔ ۳cm اضافه می‌شود. با توجه به آنکه سطح مقطع لوله برابر $۱cm^۲$ است، باید $۳cm^۳$ روغن به شاخهٔ راست اضافه کنیم.

۲۷۲ **۳** - با اضافه کردن روغن به شاخهٔ چپ، آب در شاخهٔ چپ پایین رفته و در شاخهٔ راست بالا می‌رود. همان‌طور که می‌دانیم، تا زمانی که نقاط A و B هر دو در آب قرار دارند، فشار آن‌ها با هم برابر است (در این شرایط، این دو نقطه در عمق یکسان از یک مایع هستند)، بنابراین حداکثر روغنی که می‌توان اضافه کرد به اندازه‌ای است که مطابق شکل مقابل، نقطهٔ A در مرز بین آب و روغن قرار بگیرد.



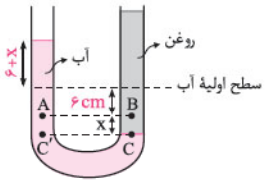
حال می‌توان نوشت:

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_{روغن} gh = \rho_{آب} g \times ۱۲$$

$$\xrightarrow[\rho_{روغن}=۰/۸ gr/cm^۳]{\rho_{آب}=۱ gr/cm^۳} ۰/۸h = ۱ \times ۱۲ \Rightarrow h = ۱۵ cm$$

$$V_{روغن} = Ah = ۲۰ \times ۱۵ = ۳۰۰ cm^۳ = ۳۰۰ mLit$$

۲۷۳ - **۴** - برای آنکه با اضافه کردن روغن به یک شاخه، فشار نقاط A و B متفاوت باشد، باید به قدری روغن اضافه شود تا یک نقطه درون روغن و یک نقطه درون آب قرار بگیرد. مطابق مطالب تست‌های قبلی، می‌دانیم که در یک لولهٔ U شکل، در دو نقطهٔ هم‌ارتفاع، فشار نقطه‌ای که در مایع با چگالی کم‌تر قرار دارد، بیشتر از نقطهٔ دیگر خواهد بود، بنابراین برای آنکه فشار نقطهٔ B، ۱۰۰ پاسکال بیشتر از A شود، باید نقطهٔ B درون روغن باشد، یعنی باید روغن را به شاخهٔ سمت راست اضافه کنیم.



حال می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} P_B = P_C - \rho_{روغن} gx \\ P_A = P_{C'} - \rho_{آب} gx \end{cases} \xrightarrow{P_C = P_{C'}} P_B - P_A = (\rho_{آب} - \rho_{روغن}) gx$$

$$\xrightarrow{P_B - P_A = ۱۰۰ Pa} ۱۰۰ = (۱۰۰۰ - ۸۰۰) \times ۱۰ \times x \Rightarrow x = \frac{۱}{۲۰} m = ۵ cm$$

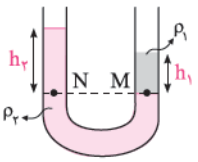
بنابراین ارتفاع آب در شاخهٔ چپ نسبت به نقطهٔ C' برابر $۱۲ + ۲x = ۲۲ cm$ است و برای محاسبهٔ ارتفاع روغن به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$P_C = P_{C'}$$

$$\Rightarrow \rho_{روغن} h_{روغن} = \rho_{آب} \overset{۲۲cm}{\overbrace{h_{آب}}} \Rightarrow ۰/۸ h_{روغن} = ۱ \times ۲۲ \Rightarrow h_{روغن} = ۲۷/۵ cm$$

$$V_{روغن} = Ah = ۲۰ \times ۲۷/۵ = ۵۵۰ cm^۳ = ۵۵۰ mLit$$

۲۷۴ - **۱** - **گام اول:** مقایسهٔ چگالی‌ها: با توجه به شکل $h_۲ > h_۱$ است. بنابراین می‌توان نوشت:



$$P_M = P_N \Rightarrow \rho_۱ g h_۱ = \rho_۲ g h_۲$$

$$\Rightarrow \rho_۱ h_۱ = \rho_۲ h_۲ \xrightarrow{h_۲ > h_۱} \rho_۱ > \rho_۲$$

گام دوم: محاسبه اختلاف سطح آزاد: می‌دانیم چگالی مایع (۱)، بیشتر از مایع (۲) است، بنابراین اختلاف سطح آزاد دو مایع به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\rho_۲ h_۲ = \rho_۱ h_۱ \Rightarrow h_۲ = \frac{\rho_۱}{\rho_۲} h_۱$$

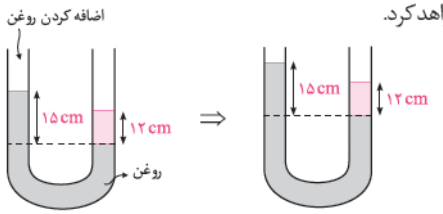
$$\Delta h = h_۲ - h_۱ = \frac{\rho_۱}{\rho_۲} h_۱ - h_۱ = h_۱ (\frac{\rho_۱}{\rho_۲} - ۱)$$

لذا با افزایش $h_۱$، مقدار Δh نیز افزایش می‌یابد.

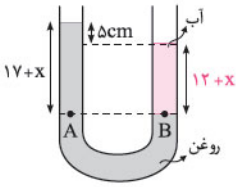
۲۷۵ - **۳** - **بررسی گزینه‌ها**

۱و۲) با اضافه‌کردن روغن به شاخهٔ سمت چپ، سطح آزاد هر دو شاخه به یک اندازه بالا می‌رود، زیرا طول ستون آب درون لوله ثابت مانده است.

بنابراین اختلاف ارتفاع سطح آزاد دو مایع با اضافه کردن روغن به شاخهٔ سمت چپ، تغییری نخواهد کرد.



۳و۴) با اضافه کردن آب به شاخهٔ سمت راست، طول ستون آب تغییر می‌کند و در نتیجه اختلاف ارتفاع سطح آزاد دو مایع تغییر می‌کند. مطابق شکل مقابل، فرض می‌کنیم اگر طول ستون آب را به اندازهٔ x افزایش دهیم، اختلاف ارتفاع سطح آزاد دو مایع برابر ۵cm می‌شود. در این صورت می‌توان نوشت:



$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_{روغن}(۱۷+x) = \rho_{آب}(۱۲+x)$$

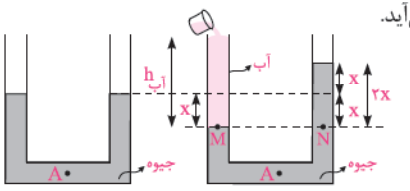
$$\xrightarrow{\rho_{روغن} = \frac{۴}{۵}\rho_{آب}} ۱۷+x = \frac{۵}{۴}(۱۲+x) \Rightarrow ۶۸+۴x = ۶۰+۵x \Rightarrow x = ۸ cm$$

با توجه به آنکه سطح مقطع لوله‌ها $۱ cm^۲$ است، باید $۸ cm^۳$ آب اضافه کنیم.

می‌دانستن باشه

چون در ابتدا فشار ۱۲cm از آب با فشار ۱۵cm از روغن برابر بود، چگالی آب $\frac{۵}{۴}$ برابر چگالی روغن است.

۲۷۶ - **۱** - این تست، یک سؤال زیبا و مفهومی از بحث فشار می‌باشد. با ریختن آب در یکی از شاخه‌ها، برای محاسبهٔ افزایش فشار در نقطهٔ A، باید مقدار تغییر ارتفاع جیوه در شاخهٔ دیگر لوله را به‌دست آوریم. مطابق شکل زیر، با ریختن آب در سمت چپ لوله، سطح جیوه در آن شاخه کمی پایین رفته و در شاخهٔ مقابل به همان مقدار، بالا می‌آید.



رابطهٔ (I):

$$P_M = P_N \Rightarrow \rho_{آب} h_{آب} = \rho_{جیوه} \times ۲x$$

در ادامه برای یافتن $h_{آب}$ با توجه به رابطهٔ $\rho = \frac{m}{V}$ و اینکه جرم آب ۶۸gr است، می‌توان نوشت:

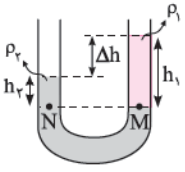
$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow ۱ = \frac{۶۸}{V} \Rightarrow V = ۶۸ cm^۳ \xrightarrow[A=۲cm^۲]{V=Ah} ۲ \times h_{آب} = ۶۸$$

$$\Rightarrow h_{آب} = ۳۴ cm$$

حال به کمک رابطهٔ (I) داریم: $\xrightarrow{(I)} ۱ \times ۳۴ = ۱۳/۶ \times ۲x \Rightarrow x = ۱/۲۵ cm$

بنابراین ارتفاع جیوه در شاخهٔ راست لولهٔ فوق، به اندازهٔ ۱/۲۵cm نسبت به وضعیت اولیه افزایش می‌یابد. اما نکتهٔ جالب آن است که با توجه به اصل پاسکال، فشار در تمامی نواحی (از جمله نقطهٔ A در پایین لوله) به اندازهٔ ۱/۲۵ سانتی‌متر جیوه افزایش می‌یابد.

۲۷۷ - **۱** - در شکل مقابل، فشار در نقاط M و N یکسان است، بنابراین می‌توان نوشت:

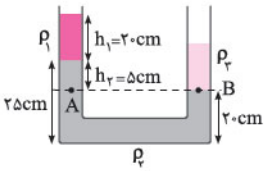


$$P_M = P_N \Rightarrow \cancel{P_۰} + \rho_۱ g \cancel{h_۱} = \cancel{P_۰} + \rho_۲ g \cancel{h_۲}$$

$$\Rightarrow \rho_۱ h_۱ = \rho_۲ h_۲$$

در رابطهٔ به‌دست آمده در فوق، شتاب گرانش بی‌تأثیر است. بنابراین با تغییر شتاب گرانش و ثابت بودن چگالی مواد، ارتفاع‌های $h_۱$ و $h_۲$ نیز ثابت می‌مانند، پس اختلاف سطح آزاد دو مایع (Δh) نیز تغییر نمی‌کند.

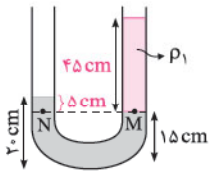
۲۷۸ ۱ با توجه به برابری فشار در نقاط هم‌تراز A و B داریم:



$$P_A = P_B$$
$$\Rightarrow \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 + P_0 = \frac{m_3 g}{A} + P_0$$
$$\Rightarrow 800(0/2) + 2400\left(\frac{5}{100}\right) = \frac{m_3}{2\times10^{-4}}$$
$$\Rightarrow m_3 = 56\times10^{-3}\,kg \Rightarrow m_3 = 56\,gr$$

۲۷۹ ۳ گام اول: محاسبه ρ_1:

فشار در نقاط M و N در درون جیوه با هم برابر است، بنابراین می‌توان نوشت:



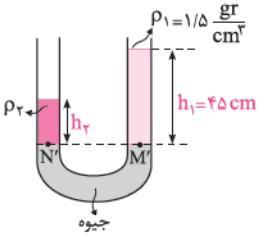
الف) قبل از اضافه کردن مایع ۲

$$P_N = P_M \Rightarrow \rho_{جیوه} h_{جیوه} = \rho_1 h_1$$
$$\xrightarrow[h_1=45cm]{h_{جیوه}=5cm} 13/5\times5 = \rho_1\times45$$
$$\Rightarrow \rho_1 = 1/5\,gr/cm^3$$

گام دوم: طبق صورت سؤال، ۱۰۸۰ سانتی‌متر مکعب از مایع با چگالی ρ_2 به شاخهٔ چپ اضافه شد، لذا خواهیم داشت:

$$V_2 = h_2 A \Rightarrow h_2 = \frac{1080}{40} = 27cm$$

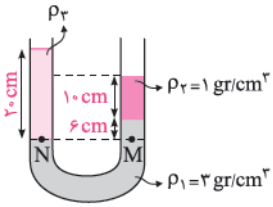
با توجه به برابر بودن فشار در نقاط M' و N'، می‌توان مقدار ρ_2 را محاسبه کرد:



ب) پس از اضافه کردن مایع ۲

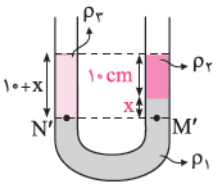
$$P_{N'} = P_{M'} \Rightarrow \rho_2 h_2 = \rho_1 h_1 \xrightarrow[\rho_1=1/5\,gr/cm^3]{h_1=45cm,\ h_2=27cm} \rho_2\times27 = 1/5\times45$$
$$\Rightarrow \rho_2 = 2/5\,gr/cm^3$$

۲۸۰ ۴ گام اول: با توجه به شکل صورت سؤال، می‌توان نوشت:



$$P_M = P_N \Rightarrow \rho_1 h_1 + \rho_2 h_2 = \rho_3 h_3$$
$$\Rightarrow 3\times6 + 1\times10 = 20\rho_3$$
$$\Rightarrow \rho_3 = 1/4\,gr/cm^3$$

گام دوم: حال فرض می‌کنیم با برداشتن مقداری از مایع (۳)، سطح آزاد مایع‌ها در دو طرف لوله یکسان شود. در این‌صورت می‌توان نوشت:

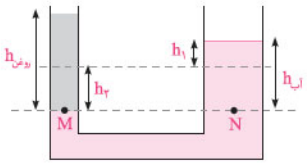


$$P_{M'} = P_{N'} \Rightarrow \rho_2\times10 + \rho_1\times x = \rho_3\times(10+x)$$
$$\Rightarrow 1\times10 + 3\times x = 1/4(10+x) \Rightarrow 1/6x = 4 \Rightarrow x = 2/5cm$$

بنابراین ارتفاع مایع (۳) در حالت جدید به $10+x = 10+2/5 = 12/5cm$ می‌رسد. پس باید به اندازهٔ $7/5cm$ از ارتفاع مایع (۳) کم کنیم. حجم و جرم برداشته‌شده از مایع (۳) برابر است با:

$$\Delta V_3 = A\Delta h_3 = 4\times7/5 = 30cm^3$$
$$\Delta m = \rho_3 \Delta V_3 = 1/4\times30 = 42gr$$

۲۸۱ ۲ برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:



گام اول: حجم آب جابه‌جاشده در سمت چپ و راست لوله باید با هم برابر باشد. بنابراین می‌توان نوشت:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 h_1 = A_2 h_2 \Rightarrow 5\times4 = 2\times h_2 \Rightarrow h_2 = 10cm$$

گام دوم: باتوجه به یکسان بودن فشار در نقاط هم‌تراز M و N می‌توان نوشت:

$$\rho_{روغن} h_{روغن} = \rho_{آب} h_{آب} \xrightarrow{h_{آب}=h_1+h_2=14cm} 0/8\,h_{روغن} = 1\times14$$
$$\Rightarrow h_{روغن} = \frac{14}{0/8}cm$$

گام سوم: بنابراین جرم روغن برابر است با:

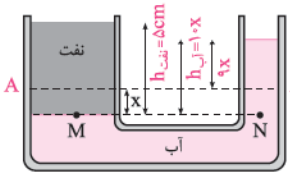
$$m = \rho V = \rho(Ah) = 0/8\times2\times\frac{14}{0/8} = 28gr$$:جرم روغن

۲۸۲ ۲ با توجه به اینکه قطر قاعدهٔ سمت چپ ظرف، ۳ برابر قطر قاعدهٔ سمت راست آن است، بنابراین مساحت قاعدهٔ سمت چپ ظرف، ۹ برابر مساحت قاعدهٔ سمت راست آن می‌باشد.

$$(3)^2 = 9$$

مساحت قاعدهٔ سمت چپ، ۹ برابر سمت راست است. $A = \pi r^2 \Rightarrow$

حال اگر با باز کردن شیر رابط، آب در سمت چپ به اندازهٔ ارتفاع x پایین برود، در شاخهٔ سمت راست، آب به اندازهٔ 9x بالا می‌آید، زیرا حجم آب جابه‌جاشده در دو سمت ظرف باید با هم برابر باشد.

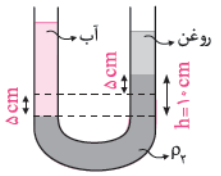


در ادامه با توجه به نقاط هم‌فشار M و N می‌توان نوشت:

$$P_M = P_N \Rightarrow P_0 + \rho_{نفت} g h_{نفت} = P_0 + \rho_{آب} g h_{آب}$$
$$\Rightarrow \rho_{نفت} h_{نفت} = \rho_{آب} h_{آب} \Rightarrow 0/8\times5 = 1\times10x \Rightarrow x = 0/4cm$$

بنابراین آب در شاخهٔ سمت راست ظرف، به اندازهٔ $9x = 9\times0/4 = 3/6cm$ نسبت به حالت قبل از باز کردن شیر رابط بالا می‌آید.

۲۸۳ ۳ برای آنکه سطح روغن در شاخهٔ سمت راست به اندازهٔ 5cm بالا برود، باید سطح مایع زیرین در شاخهٔ سمت چپ به اندازهٔ 5cm پایین برود (به شکل مقابل توجه کنید).



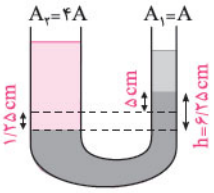
رابطهٔ (۱): $P_{روغن} = P_{آب}$: قبل از اضافه کردن آب

رابطهٔ (۲): $P_{روغن} + \rho_2 gh = P_{آب\ اضافه\ شده}$: پس از اضافه کردن آب

با کم کردن رابطهٔ (۱) از رابطهٔ (۲) داریم:

$$P_{آب\ اضافه‌شده} = \rho_2 gh \Rightarrow \frac{mg}{\pi r^2} = \rho_2 gh$$
$$\Rightarrow \frac{m}{3\times4\times10^{-4}} = 4000\times0/1 \Rightarrow m = 0/48kg = 480gr$$

۲۸۴ - در این سؤال، برای آنکه سطح روغن در شاخهٔ سمت راست به اندازهٔ ۵cm بالا برود، باید سطح مایع‌ها در شاخهٔ چپ $\frac{۱}{۴} \times ۵ = ۱/۲۵\,cm$ پایین بیاید (چرا؟)، بنابراین می‌توان نوشت:



رابطهٔ (۱): $P_{آب} = P_{روغن}$:قبل از اضافه کردن آب

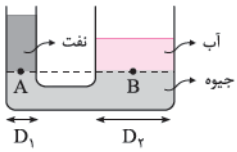
رابطهٔ (۲): $P_{آب\ اضافه‌شده} + P_{آب} = P_{روغن} + \rho_{۲}gh$:پس از اضافه کردن آب

با کم کردن رابطهٔ (۱) از رابطهٔ (۲) داریم:

$$P_{اضافه‌شده} = \rho_{۲}gh \Rightarrow \frac{mg}{\pi r^{۲}} = \rho_{۲}gh$$

$$\Rightarrow \frac{m}{۳ \times ۴ \times ۱۰^{-۴}} = ۴۰۰۰ \times ۶/۲۵ \times ۱۰^{-۲} \Rightarrow m = ۰/۳\,kg = ۳۰۰\,gr$$

۲۸۵ - فشار در نقاط هم‌تراز A و B با هم برابر است، بنابراین می‌توان نوشت: $P_A = P_B$



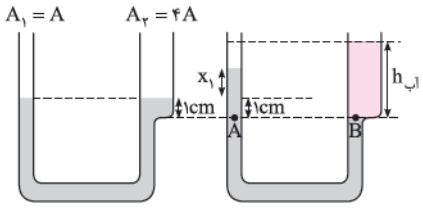
$$\Rightarrow \frac{m_{نفت}g}{A_{۱}} = \frac{m_{آب}g}{A_{۲}} \Rightarrow \frac{m_{آب}}{m_{نفت}} = \frac{A_{۲}}{A_{۱}}$$

$$\xrightarrow{A=\pi\frac{D^{۲}}{۴}} \frac{m_{آب}}{m_{نفت}} = (\frac{D_{۲}}{D_{۱}})^{۲}$$

۲۸۶ - چون قطر قسمت پهن دو برابر قطر قسمت باریک است، سطح مقطع قسمت پهن ۴ برابر قسمت باریک خواهد بود. برای خروج تمام جیوه از قسمت پهن باید جیوه درون لولهٔ سمت راست ۱ سانتی‌متر پایین بیاید. این عمل باعث می‌شود تا جیوه از طرف دیگر ۴ سانتی‌متر نسبت به حالت قبل بالا رود.

حجم جیوهٔ بالارفته = حجم جیوهٔ پایین‌آمده $\Rightarrow A_{۲}x_{۲} = A_{۱}x_{۱}$

$$\Rightarrow ۴A \times ۱ = A \times x_{۱} \Rightarrow x_{۱} = ۴cm$$

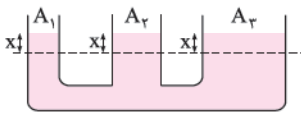


با توجه به نقاط هم‌تراز A و B داریم: $P_A = P_B$

$$\Rightarrow \rho_{جیوه}gh_{جیوه} + P_{۰} = \rho_{آب}gh_{آب} + P_{۰}$$

$$\Rightarrow \rho_{جیوه}h_{جیوه} = \rho_{آب}h_{آب} \Rightarrow h_{آب} = \frac{۱۳/۵ \times ۵}{۱} = ۶۷/۵cm$$

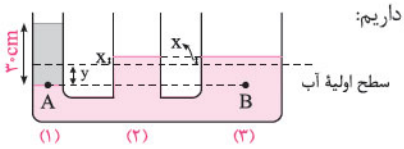
۲۸۷ - با توجه به آنکه درون ظرف فقط آب داریم، باید سطح آزاد آب در هر سه شاخه یکسان باشد، بنابراین با اضافه کردن آب به شاخهٔ (۱)، سطح آب در هر سه شاخه به اندازهٔ x بالا می‌رود.



$$\Delta V = \Delta V_{۱} + \Delta V_{۲} + \Delta V_{۳} = A_{۱}x + A_{۲}x + A_{۳}x$$

$$\xrightarrow{\Delta V = ۲۴\,cm^{۳}} ۲۴ = x\underbrace{(A_{۱} + A_{۲} + A_{۳})}_{۱۲cm^{۲}} \Rightarrow x = ۲cm$$

۲۸۸ - با اضافه کردن روغن به شاخهٔ (۱)، سطح آب در این شاخه پایین می‌رود و سطح آب در شاخه‌های (۲) و (۳) به اندازهٔ x بالا می‌رود. حجم آب پایین آمده در شاخهٔ (۱)، باید برابر مجموع حجم آب بالا رفته در شاخه‌های (۲) و (۳) می‌باشد، بنابراین داریم:



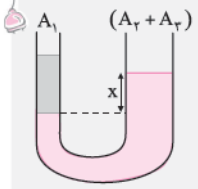
$$\Delta V_{۱} = \Delta V_{۲} + \Delta V_{۳} \Rightarrow A_{۱}y = A_{۲}x + A_{۳}x \Rightarrow ۲y = ۴x + ۶x \Rightarrow y = ۵x$$

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_{روغن}gh_{روغن} = \rho_{آب}g(x+y)$$

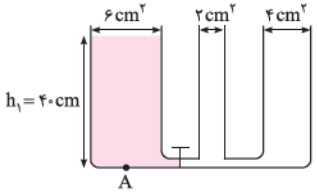
$$\Rightarrow ۰/۸ \times ۳۰ = ۱ \times (x + ۵x) \Rightarrow x = ۴cm$$

حتماً بخونش

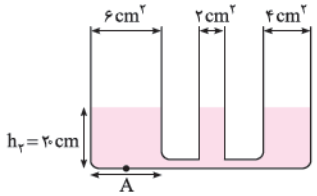
به عنوان یک روش سریع‌تر، می‌توان فرض کرد که سمت راست یک لوله با مساحت $(A_{۲} + A_{۳})$ وجود دارد و سؤال را ساده‌تر حل کرد.



۲۸۹ - مشابه با سؤال قبل، می‌توان لوله‌های وسط و راست را مانند یک لوله با سطح مقطع $(۲cm^{۲} + ۴cm^{۲} =) ۶cm^{۲}$ درنظر گرفت و در این حالت با توجه به صرف نظر کردن از حجم لوله‌های رابط افقی، پس از باز شدن شیر، ارتفاع آب در هر سه لوله به ۲۰cm می‌رسد.



$$\Rightarrow P_{A_{۱}} = \rho gh_{۱} + P_{۰}$$

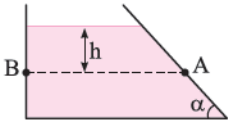


$$\Rightarrow P_{A_{۲}} = \rho gh_{۲} + P_{۰}$$

$$\Delta P_A = P_{A_{۲}} - P_{A_{۱}} = \rho g(h_{۲} - h_{۱}) = ۱۰^{۳} \times ۱۰ \times (۰/۲ - ۰/۴)$$

$$\Rightarrow \Delta P_A = -۲ \times ۱۰^{۳}\,Pa = -۲ \times ۱۰^{۶}\,mPa$$

۲۹۰ - فشار در شاره‌ها در همهٔ جهت‌ها به‌طور یکسان وارد می‌شود، بنابراین فشار در یک عمق معین از مایع به جهت‌گیری سطحی که فشار به آن وارد می‌شود، بستگی ندارد و گزینهٔ (۲) عبارت نادرستی است. به عبارت بهتر در شکل زیر فشار در نقاط A و B یکسان است.

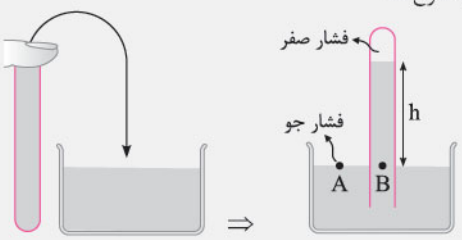


$$P_A = P_B = \rho gh + P_{۰}$$

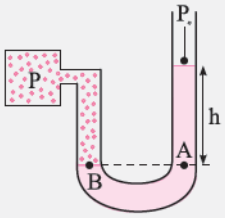
سایر عبارت‌ها با توجه به متن کتاب درسی صحیح هستند.

حواستون باشه

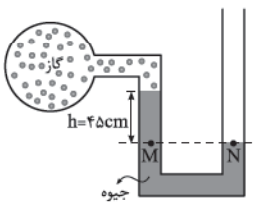
فشارسنج هوا (بارومتر): وسیله‌ای ساده که برای اندازه‌گیری فشار جو به کار می‌رود. این فشارسنج در سال ۱۶۴۳ میلادی توسط توریچلی فیزیک‌دان ایتالیایی اختراع شد.



فشارسنج شاره‌ها (مانومتر): یکی از وسیله‌های ساده برای اندازه‌گیری فشار یک شارهٔ محصور، فشارسنج U شکل است.



۲۹۱ ۱ - با توجه به تساوی فشار در دو نقطهٔ M و N می‌توان نوشت:

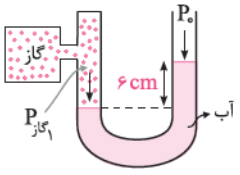


$$P_M = P_N \Rightarrow P_{\text{گاز}} + \rho gh = P_0$$

$$\Rightarrow P_{\text{گاز}} + ۱۳۶۰۰ \times ۱۰ \times \frac{۴۵}{۱۰۰} = ۱۰^۵$$

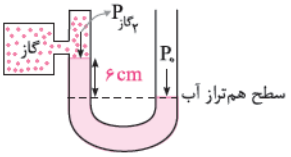
$$\Rightarrow P_{\text{گاز}} = ۳۸۸۰۰\,Pa$$

۲۹۲ ۳ - با توجه به شکل نشان داده شده، فشار گاز به اندازهٔ فشار معادل ارتفاع ۶ cm از آب، بیشتر از فشار هوا است.



رابطهٔ (I): $P_{\text{گاز}_1} = P_0 + \underbrace{P_{\text{مایع}}}_{\text{فشار ۶cm آب}}$

حال اگر بخواهیم فشار گاز را به گونه‌ای تغییر دهیم تا اندازهٔ اختلاف سطح آزاد آب در دو شاخه تغییر نکند، تنها راه‌حل آن است که آب درون لولهٔ سمت چپ بالا آمده و درون لولهٔ سمت راست پایین برود به گونه‌ای که اختلاف ارتفاع سطح آزاد آب در دو لوله دوباره برابر ۶ cm شود. بنابراین باید فشار گاز کاهش یابد و می‌توان نوشت:

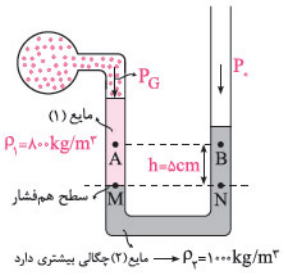


رابطهٔ (II): $P_{\text{گاز}_2} + \underbrace{P_{\text{مایع}}}_{\text{فشار ۶cm آب}} = P_0 \Rightarrow P_{\text{گاز}_2} = P_0 - P_{\text{مایع}}$

$$\xrightarrow{\text{روابط (I), (II)}} P_{\text{گاز}_2} - P_{\text{گاز}_1} = -۲P_{\text{مایع}} = -۲\rho gh_{\text{آب}} = -۲\times۱۰^۳ \times ۱۰ \times ۰/۰۶$$

$$\Rightarrow P_{\text{گاز}_2} - P_{\text{گاز}_1} = -۱۲۰۰\,Pa$$

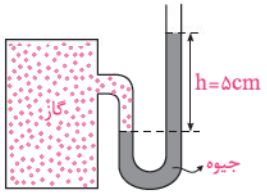
۲۹۳ ۴ - با توجه به اینکه نقاط M و N در یک مایع یکسان و در یک سطح هم‌تراز قرار دارند، بنابراین فشار در این دو نقطه با هم برابر است $(P_N = P_M)$ و در مورد فشار در نقاط M و N با توجه به فشار در نقاط A و B می‌توان نوشت:



$$\begin{cases} P_M = P_A + \rho_1 gh \\ P_N = P_B + \rho_2 gh \end{cases} \Rightarrow P_M = P_N \Rightarrow P_A + \rho_1 gh = P_B + \rho_2 gh$$

$$\Rightarrow P_A = P_B + (\rho_2 - \rho_1)gh \Rightarrow P_A = P_B + (۱۰۰۰ - ۸۰۰) \times ۱۰ \times \frac{۵}{۱۰۰} = P_B + ۱۰۰$$

۲۹۴ ۱ - فشار پیمانه‌ای، همان اختلاف فشار گاز درون مخزن با فشار هوا است و با توجه به این‌که $P_G > P_0$ است، مقدار آن مثبت می‌باشد. بنابراین می‌توان نوشت:

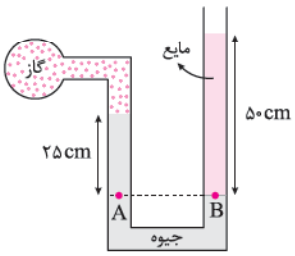


اختلاف فشار گاز درون مخزن و هوا: $\Delta P = \rho gh$

$$\Rightarrow \Delta P = ۱۳/۶ \times ۱۰^۳ \times ۱۰ \times ۵ \times ۱۰^{-۲} = ۶۸۰۰\,Pa$$

تبدیل kg/m^3 به gr/cm^3

۲۹۵ ۳ - با برابر قرار دادن فشار در نقاط هم‌تراز A و B می‌توان نوشت:



$$P_A = P_B$$

$$\Rightarrow P_{\text{گاز}} + P_{\text{جیوه}} = P_{\text{هوا}} + P_{\text{مایع}}$$

$$\Rightarrow \underbrace{P_{\text{گاز}} - P_{\text{هوا}}}_{\text{فشار پیمانه‌ای}} = P_{\text{مایع}} - P_{\text{جیوه}}$$

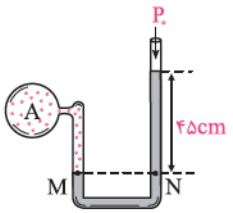
$$\Rightarrow -۲۵ \times ۱۰^۳ = \rho_{\text{مایع}} gh_{\text{مایع}} - \rho_{\text{جیوه}} gh_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow -۲۵ \times ۱۰^{-۳} = \rho_{\text{مایع}} \times ۱۰ \times ۰/۵ - ۱۳۶۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۲۵$$

$$\Rightarrow -۲۵۰۰۰ = ۵\rho_{\text{مایع}} - ۳۴۰۰۰ \Rightarrow \rho_{\text{مایع}} = ۱۸۰۰ \frac{kg}{m^3}$$

۲۹۶ ۴ - فشار هر دو مخزن A و B را بر حسب سانتی‌متر جیوه به‌دست می‌آوریم:

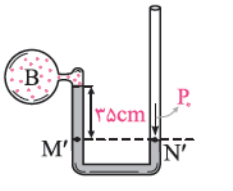
فشار مخزن A: با توجه به شکل، برای دو نقطهٔ هم‌فشار M و N می‌توان نوشت:



$$P_M = P_N \Rightarrow P_{A_{\text{گاز}}} = P_0 + \rho gh$$

$$\xrightarrow{\text{بر حسب cmHg}} P_{A_{\text{گاز}}} = ۷۵ + ۴۵ = ۱۲۰\,cmHg$$

فشار مخزن B: با توجه به شکل، برای دو نقطهٔ هم‌فشار M′ و N′ می‌توان نوشت:



$$P_{M'} = P_{N'} \Rightarrow P_{B_{\text{گاز}}} + \rho gh = P_0$$

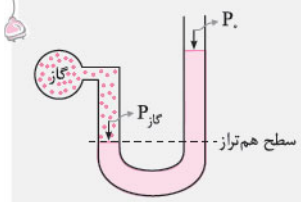
$$\Rightarrow P_{B_{\text{گاز}}} = P_0 - \rho gh$$

$$\xrightarrow{\text{بر حسب cmHg}} P_{B_{\text{گاز}}} = ۷۵ - ۳۵ = ۴۰\,cmHg \Rightarrow \frac{P_{A_{\text{گاز}}}}{P_{B_{\text{گاز}}}} = \frac{۱۲۰}{۴۰} = ۳$$

۲۹۷ - **۴**

حتماً بخونش

فشار پیمانه‌ای گاز درون یک مخزن، برابر اختلاف فشار گاز درون مخزن با فشار هوای محیط است. در این سؤال، فشار پیمانه‌ای در واقع برابر فشار ناشی از اختلاف ارتفاع ستون مایع در دو شاخه است.

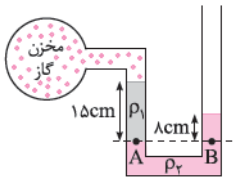


$P_{گاز} = P_0 + P_{مایع} \Rightarrow P_{گاز} - P_0 = P_{مایع} = \rho gh$: فشار پیمانه‌ای

بنابراین در این سؤال می‌توان نوشت:

$$\frac{P_{\text{پیمانه‌ای}_2}}{P_{\text{پیمانه‌ای}_1}} = \frac{\rho_2 g h_2}{\rho_1 g h_1} \Rightarrow \frac{30}{10} = \frac{\rho_2 \times 180}{\rho_1 \times 120} \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = 2$$

۲۹۸ - **۱** - با توجه به برابری فشار در دو نقطهٔ هم‌تراز A و B داریم:



$$P_A = P_B$$

$$\Rightarrow P_{مخزن} + \rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2 + P_0$$

$$\xrightarrow{P_{\text{پیمانه‌ای}} = P_{مخزن} - P_0} P_{\text{پیمانه‌ای}} = (\rho_2 h_2 - \rho_1 h_1) g$$

حال کافی است با قرار دادن h بر حسب میلی‌متر، این فشار را به mmHg تبدیل کنیم:

$$\rho_2 h_2 - \rho_1 h_1 = \rho_{جیوه} h_{جیوه} \Rightarrow h_{جیوه} = \frac{1/57 \times 80 - 1/2 \times 150}{13/6} = -4$$

$$\Rightarrow P_{مخزن} = -4\,mmHg = -4\,torr$$

هواستون باشه

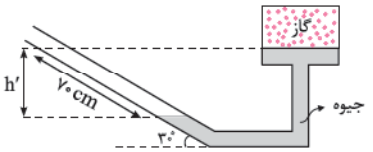
۱torr عملاً معادل با ۱mmHg می‌باشد.

۲۹۹ - **۲** - **گام اول:** ابتدا فشار گاز درون مخزن را برحسب سانتی‌متر جیوه به‌دست می‌آوریم:

$$P_{گاز} = \rho g h_{جیوه} \Rightarrow 54 \times 10^3 = 13/5 \times 10^3 \times 10 \times h_{جیوه}$$

$$\Rightarrow h_{جیوه} = 0/4\,m = 40\,cm$$

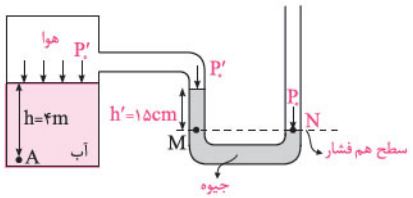
گام دوم: همان‌طور که می‌دانیم، برای محاسبهٔ فشار ناشی از یک مایع، باید طول ستون قائم آن را در نظر بگیریم. بنابراین فشار هوا برابر است با:



$$h' = 70 \sin 30^\circ = 70 \times \frac{1}{2} = 35\,cm$$

$$P_0 = P_{مایع} + P_{گاز} \xrightarrow{\text{برحسب سانتی‌متر جیوه}} P_0 = 35 + 40 = 75\,cmHg$$

۳۰۰ - **۲** - برای محاسبهٔ فشار در نقطهٔ A، ابتدا باید فشار هوای گرفتارشده در داخل مخزن را به‌دست آورد (P'_0):



$$P_M = P_N \Rightarrow P'_0 + \rho_{جیوه} g h' = P_0 \Rightarrow P'_0 = P_0 - \rho_{جیوه} g h'$$

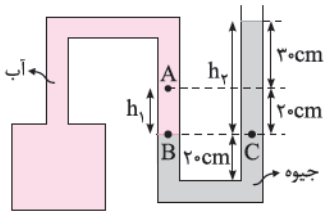
پس از محاسبهٔ P'_0، فشار در نقطهٔ A به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$P_A = P'_0 + \rho_{آب} g h = P_0 - \rho_{جیوه} g h' + \rho_{آب} g h$$

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری مقادیر}} P_A = 10^5 - 136000 \times 10 \times 0/15 + 1000 \times 10 \times 4$$

$$\Rightarrow P_A = 119600\,Pa = 119/6\,kPa$$

۳۰۱ - **۱** - با برابر قرار دادن فشار در نقاط هم‌تراز B و C داریم:

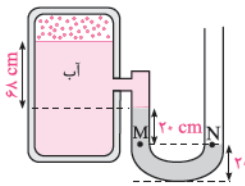


$$P_B = P_C \Rightarrow P_A + \rho_{آب} g h_1 = P_0 + \rho_{جیوه} g h_2$$

$$\Rightarrow P_A + 1000 \times 10 \times 0/2 = P_0 + 13600 \times 10 \times 0/5$$

$$\Rightarrow P_A - P_0 = 68000 - 2000 = 66000\,Pa \Rightarrow (P_{\text{پیمانه‌ای}})_A = 66\,kPa$$

۳۰۲ - **۴** - **گام اول:** فشار در نقاط M و N یکسان است (چرا؟)، بنابراین می‌توان نوشت:



$$P_{گاز} + P_{آب} + P_{مایع} = P_0$$

$P_{مایع} - P_{آب} - P_{گاز} = P_0$: فشار پیمانه‌ای

گام دوم: اگر فشار هرکدام از مایعات را برحسب سانتی‌متر جیوه به دست آوریم، فشار پیمانه‌ای برحسب سانتی‌متر جیوه به‌دست می‌آید. با توجه به بحث فشار معادل دو مایع، فشار آب برحسب سانتی‌متر جیوه برابر است با:

$$\rho_{آب} h_{آب} = \rho_{جیوه} h'_{جیوه} \Rightarrow 68 \times 1 = 13/6 h'_{جیوه} \Rightarrow h' = 5\,cmHg$$

$$P_{\text{پیمانه‌ای}} = -P_{آب} - P_{مایع} \xrightarrow{P_{\text{پیمانه‌ای}} = -10\,cmHg} -10 = -5 - P_{مایع}$$

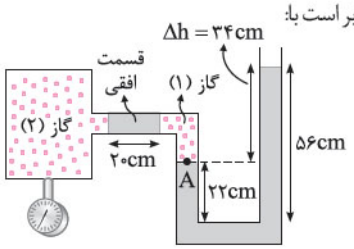
$$\Rightarrow P_{مایع} = 5\,cmHg$$

گام سوم: با توجه به شکل صورت سؤال، فشار معادل ارتفاع ۲۰cm از مایع درون لوله، برابر $P_{مایع} = 5\,cmHg$ به‌دست آمده است. بنابراین با توجه به بحث فشار معادل دو مایع، می‌توان نوشت:

$$\rho_{مایع} h_{مایع} = \rho_{جیوه} h_{جیوه} \Rightarrow \rho_{مایع} \times 20 = 13/6 \times 5 \Rightarrow \rho_{مایع} = 3/4\,gr/cm^3$$

بنابراین مایع درون ظرف برومین می‌باشد.

۳۰۳ ۴ **گام اول:** فشار گاز (۱) و گاز (۲) که در طرفین مایع افقی قرار دارند، برابر است، زیرا مایع افقی در حال تعادل بوده و در نتیجه فشاری که گازهای (۱) و (۲) از دو طرف بر آن وارد می‌کنند، باید برابر باشد. بنابراین فشار گازهای (۱) و (۲) برحسب سانتی‌متر جیوه برابر است با:



$$۱۰۸/۸\times۱۰^{۳}=\rho_{\text{جیوه}}gh_{\text{جیوه}}$$

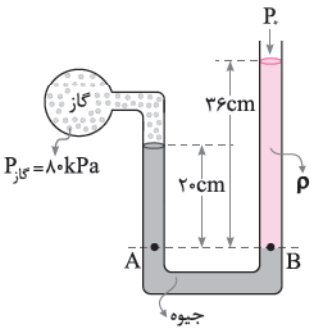
$$\Rightarrow ۱۰۸/۸\times۱۰^{۳}=۱۳۶۰۰\times۱۰\times h_{\text{جیوه}}\Rightarrow h_{\text{جیوه}}=۰/۸\text{m}$$

$$\Rightarrow P_{\text{گاز}(۱)}=۸۰\text{cmHg}$$

گام دوم: از این ۸۰cmHg، به‌اندازهٔ ۷۵ سانتی‌متر جیوه توسط فشار هوا ($P_۰$) و ۵ سانتی‌متر جیوهٔ دیگر توسط ستون مایع با ارتفاع $\Delta h=۳۴\,\text{cm}$ تأمین می‌شود، پس داریم:

$$\rho_{\text{جیوه}}h'_{\text{جیوه}}=\rho_{\text{مایع}}\Delta h\Rightarrow ۱۳/۶\times۵=\rho_{\text{مایع}}\times۳۴\Rightarrow\rho_{\text{مایع}}=۲\frac{\text{gr}}{\text{cm}^{۳}}$$

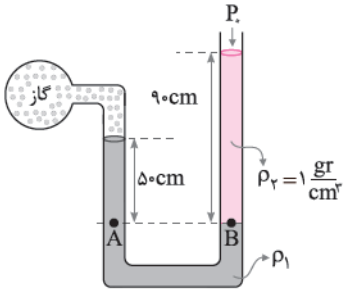
۳۰۴ ۳ با توجه به تساوی فشار در نقاط A و B می‌توان نوشت:



$$P_A=P_B\Rightarrow\rho_{\text{جیوه}}g\times۰/۲+P_{\text{گاز}}=\rho g\times۰/۳۶+P_۰$$

$$\Rightarrow ۱۳۶۰۰\times۱۰\times۰/۲+۸\times۱۰^{۴}=\rho\times۱۰\times۰/۳۶+۱۰^{۵}\Rightarrow\rho=۲۰۰۰\,\text{kg/m}^{۳}$$

۳۰۵ ۲ با نوشتن تساوی فشار در نقاط A و B داریم:



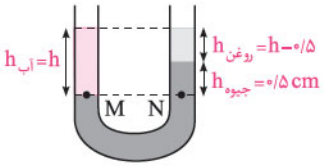
$$P_A=P_B\Rightarrow P_{\text{گاز}}+\rho_۱gh_۱=P_۰+\rho_۲gh_۲$$

$$\Rightarrow \overbrace{P_{\text{گاز}}-P_۰}^{\text{فشار پیمانه‌ای}}=\rho_۲gh_۲-\rho_۱gh_۱=۰$$

$$\Rightarrow ۱۰۰۰\times۱۰\times۰/۹-\rho_۱\times۱۰\times۰/۵=۰\Rightarrow\rho_۱=\frac{۹}{۵}\frac{\text{gr}}{\text{cm}^{۳}}$$

$$\Rightarrow\rho_۱=۱/۸\frac{\text{gr}}{\text{cm}^{۳}}=۱۸۰۰\frac{\text{gr}}{\text{Lit}}$$

۳۰۶ ۱ **حالت اول:** با توجه به تعادل سه مایع داده‌شده، می‌توان نوشت:



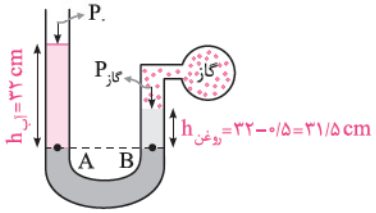
$$P_M=P_N\Rightarrow \cancel{P_۰}+P_{\text{آب}}=\cancel{P_۰}+P_{\text{روغن}}+P_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow\rho_{\text{آب}}\cancel{g}h_{\text{آب}}=\rho_{\text{روغن}}\cancel{g}h_{\text{روغن}}+\rho_{\text{جیوه}}\cancel{g}h_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow\rho_{\text{آب}}h_{\text{آب}}=\rho_{\text{روغن}}h_{\text{روغن}}+\rho_{\text{جیوه}}h_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow ۱\times h=۰/۸\times(h-۰/۵)+۱۳/۶\times۰/۵\Rightarrow h=۳۲\,\text{cm}$$

حالت دوم: طبق صورت سؤال، با وصل کردن مخزن گاز به شاخهٔ سمت راست، سطح جیوه در دو شاخه، در یک ارتفاع یکسان قرار گرفته است. بنابراین با توجه به شکل مقابل می‌توان نوشت:



$$P_B=P_A\Rightarrow P_{\text{گاز}}+P_{\text{روغن}}=P_۰+P_{\text{آب}}$$

$$\Rightarrow \text{فشار پیمانه‌ای}: P_{\text{گاز}}-P_۰=P_{\text{آب}}-P_{\text{روغن}}$$

در ادامه برای محاسبهٔ فشار پیمانه‌ای برحسب سانتی‌متر جیوه، ابتدا فشار آب و روغن را برحسب سانتی‌متر جیوه به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}\rho_{\text{آب}}h_{\text{آب}}=\rho_{\text{جیوه}}h'_{\text{جیوه}}\Rightarrow ۱\times۳۲=۱۳/۶\,h'_{\text{جیوه}}\Rightarrow h'_{\text{جیوه}}=\frac{۳۲}{۱۳/۶}\,\text{cm}\\ \rho_{\text{روغن}}h_{\text{روغن}}=\rho_{\text{جیوه}}h''_{\text{جیوه}}\Rightarrow ۰/۸\times۳۱/۵=۱۳/۶\times h''_{\text{جیوه}}\\ \Rightarrow h''_{\text{جیوه}}=\frac{۲۵/۲}{۱۳/۶}\,\text{cm}\end{cases}$$

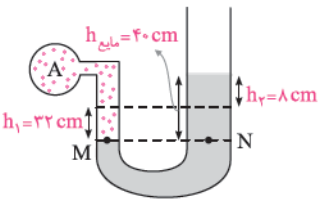
$$\Rightarrow P_{\text{پیمانه‌ای}}=P_{\text{آب}}-P_{\text{روغن}}=\frac{۳۲}{۱۳/۶}-\frac{۲۵/۲}{۱۳/۶}=\frac{۶/۸}{۱۳/۶}=۰/۵\,\text{cmHg}$$

متماً بخونش

اگه درک درستی از شکل اصلی سؤال داشته باشی، این سؤال اصلاً حل نمی‌خواد، ببینیم اون درک چیه ...

همان‌طور که در شکل اصلی سؤال مشاهده می‌کنیم، فشار ناشی از ستون آب، به اندازهٔ ۰/۵ cmHg بیشتر از فشار ناشی از ستون روغن است. حال اگر بخواهیم با وصل کردن مخزن گاز به شاخهٔ سمت راست، سطح جیوه در دو طرف در یک ارتفاع قرار گیرد، باید فشار پیمانه‌ای ناشی از مخزن گاز، به اندازهٔ ۰/۵ cmHg باشد تا بتواند روغن را پایین برده و سطح جیوه در دو شاخه در یک ارتفاع قرار گیرد.

۳۰۷ ۳ **حالت اول:** با وصل کردن مخزن گاز A به شاخهٔ سمت چپ، مایع در شاخهٔ سمت چپ پایین آمده و در شاخهٔ سمت راست بالا می‌رود. از طرفی می‌دانیم حجم مایع جابه‌جاشده در هر دو ستون باید با هم برابر باشد.



بنابراین می‌توان نوشت:

$V_1 = V_2 \Rightarrow A_1h_1 = A_2h_2$: حجم مایع جابه‌جاشده

$\Rightarrow 2 \times h_1 = 8 \times 8 \Rightarrow h_1 = 32\,cm$

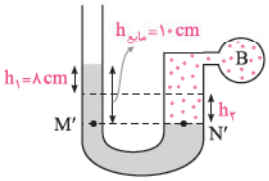
رابطهٔ (I): $P_M = P_N \Rightarrow P_A = P_0 + P_{مایع}$

در ادامه به راحتی می‌توان فهمید که فشار ناشی از $40\,cm$ از مایعی با چگالی $3/4\,gr/cm^3$، برابر $10\,cm$ از جیوه است.

$\rho_{مایع}h_{مایع} = \rho_{جیوه}h'_{جیوه} \Rightarrow 3/4 \times 40 = 13/6\,h'_{جیوه}$

$\Rightarrow h'_{جیوه} = 10\,cm \xrightarrow[\text{رابطهٔ (I)}]{\text{برحسب cmHg}} P_A = P_0 + 10\,cmHg$

حالت دوم: مشابه روند حالت اول، می‌توان نوشت:



$V_1 = V_2 \Rightarrow A_1h_1 = A_2h_2$

$\Rightarrow 2 \times 8 = 8 \times h_2 \Rightarrow h_2 = 2\,cm$

$P_{N'} = P_{M'}$

رابطهٔ (II): $\Rightarrow P_B = P_0 + P_{مایع}$

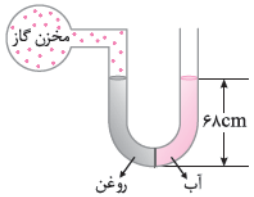
$\rho_{جیوه}h'_{جیوه} = \rho_{مایع}h_{مایع}$: فشار مایع برحسب سانتی‌متر جیوه

$\Rightarrow 3/4 \times 10 = 13/6\,h'_{جیوه} \Rightarrow h'_{جیوه} = 2/5\,cm$

$\xrightarrow[\text{رابطهٔ (II)}]{\text{برحسب cmHg}} P_B = P_0 + 2/5\,cmHg$

$P_A - P_B = 10 - 2/5 = 7/5\,cmHg$

۳۰۸ ۳ ریهٔ شخص مشابه با یک مخزن گاز است و فشار پیمانه‌ای گاز درون آن برابر است با:



$P_{آب} + P_{روغن} = P_0 + P_{مخزن}$

$\Rightarrow \rho_{آب}gh_{آب} + \rho_{روغن}gh_{روغن} = P_0 + P_{مخزن}$

$\Rightarrow \rho_{روغن}gh_{روغن} - \rho_{آب}gh_{آب} = P_{مخزن} - P_0$

$\Rightarrow P_{پیمانه‌ای} = 10^3 \times 10 \times 0/68 - 10^3 \times 10 \times 0/8 = 1360\,Pa$

حال محاسبه می‌کنیم که فشار $1360\,Pa$، معادل چند میلی‌متر جیوه است:

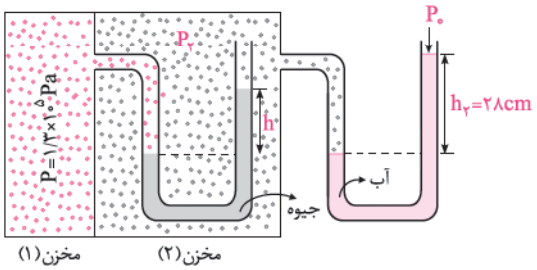
$\rho_{جیوه}h = 13600 \times 10 \times 0/01 = 1360$: محاسبهٔ ارتفاع معادل جیوه

$\Rightarrow h_{جیوه} = 0/01\,m = 10\,mm$

بنابراین فشار پیمانه‌ای هوای درون ریهٔ شخص، برابر $10\,mmHg$ است.

۳۰۹ ۲ برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: محاسبهٔ P_2: با توجه به شکل، فشار گاز محبوس در مخزن (۲)، برابر مجموع فشار P_0 و فشار ناشی از $28\,cm$ آب می‌باشد، بنابراین داریم:



$h_2 = 28\,cm$, $\rho_{آب} = 1000\,kg/m^3$, $P_0 = 10^5\,Pa$, $P_2 = ?$

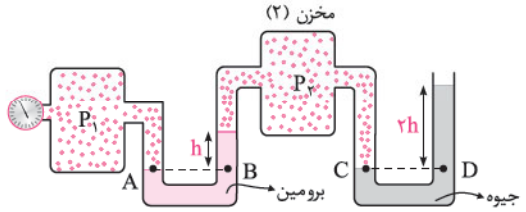
$P_2 = \rho_{آب}gh_2 + P_0 = 10^3 \times 10 \times 0/28 + 10^5 = 1/028 \times 10^5\,Pa$

گام دوم: محاسبهٔ h: با توجه به شکل، فشار گاز محبوس در مخزن (۱)، برابر مجموع فشار P_2 و فشار h سانتی‌متر جیوه بوده و داریم:

$P = \rho_{Hg}gh + P_2 \Rightarrow 1/3 \times 10^5 = 13600 \times 10 \times h + 1/028 \times 10^5$

$\Rightarrow h = 0/02\,m = 2\,cm$

۳۱۰ ۲ مطابق شکل، نقاط A و B در عمق یکسانی از یک مایع قرار دارند، بنابراین فشار آن‌ها با هم برابر است و می‌توان نوشت:



رابطهٔ (۱): $P_A = P_B \Rightarrow P_1 = P_2 + P_{برومین}$

از طرفی فشار نقاط C و D نیز با هم برابر است و می‌توان نوشت:

رابطهٔ (۲): $P_C = P_D \Rightarrow P_2 = P_0 + P_{جیوه}$

با جای‌گذاری P_2 از رابطهٔ (۲) در رابطهٔ (۱) داریم:

$P_1 = P_2 + P_{برومین} \xrightarrow{P_2 = P_0 + P_{جیوه}} P_1 = P_0 + P_{جیوه} + P_{برومین}$

رابطهٔ (۳): $\Rightarrow P_1 - P_0 = P_{جیوه} + P_{برومین}$

$P_1 - P_0$: فشار پیمانه‌ای مخزن (۱)

با توجه به آنکه فشارسنج بوردون فشار پیمانه‌ای مخزن (۱) را برابر ۲۷ سانتی‌متر جیوه اندازه می‌گیرد، کافی است $P_{جیوه}$ و $P_{برومین}$ را برحسب سانتی‌متر جیوه قرار دهیم. برای محاسبهٔ فشار معادل h سانتی‌متر از مایع برومین برحسب سانتی‌متر جیوه، به کمک بحث فشار معادل دو مایع، می‌توان نوشت:

$\rho_{برومین}h_{برومین} = \rho_{جیوه}h'_{جیوه} \Rightarrow 3/4\,h = 13/6\,h' \Rightarrow h' = \frac{1}{4}h$

$\Rightarrow P_{برومین} = (\frac{1}{4}h)\,cmHg$

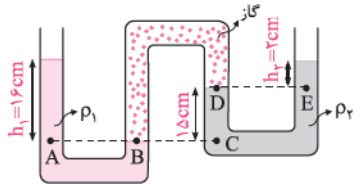
در نهایت با کمک رابطهٔ (۳)، می‌توان نوشت:

$27 = 2h + \frac{1}{4}h \Rightarrow \frac{9}{4}h = 27 \Rightarrow h = 12\,cm$

هوا ستون باشه

فشارسنج بوردون فشار پیمانه‌ای را اندازه می‌گیرد.

۳۱۱ ۳ فشار نقاط A و B با هم برابر است، زیرا هر دو نقطه در یک عمق یکسان از یک مایع قرار دارند، بنابراین می‌توان نوشت:



رابطهٔ (۱): $P_A = P_B \Rightarrow P_0 + \rho_1gh_1 = P_{گاز}$

همچنین فشار نقاط D و E نیز با یکدیگر برابر است، بنابراین می‌توان نوشت:

رابطهٔ (۲): $P_D = P_E \Rightarrow P_{گاز} = P_0 + \rho_2 g h_2$

بررسی گزاره‌ها

الف) مطابق رابطه‌های (۱) و (۲)، فشار گاز بیشتر از فشار هواست.

ب) با برابر قرار دادن روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\cancel{P_0} + \rho_1 g h_1 = \cancel{P_0} + \rho_2 g h_2 \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$$

$$\xrightarrow[h_2 = 2\,cm]{h_1 = 16\,cm} 16\rho_1 = 2\rho_2 \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = 8$$

ج) نقاط A و B در یک مایع و در یک عمق هستند، پس $P_A = P_B$ است.

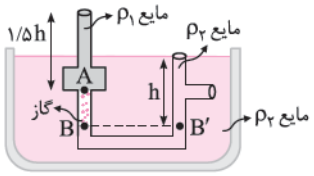
د) فشار نقطهٔ B برابر با فشار گاز است ولی فشار نقطهٔ C، بیشتر از فشار گاز است، بنابراین $P_C > P_B$ است. دقت شود که نقاط B و C در یک مایع قرار ندارند.

بنابراین موارد (الف)، (ب) و (ج) صحیح هستند.

۳۱۲ ۲ - با توجه به اینکه ارتفاع h_1 بزرگ‌تر از h_2 است، فشار مایع در ظرف c، بیشتر از ظرف b است. این اختلاف فشار باعث می‌شود آب به‌صورت فواره از لولهٔ متصل به ظرف b به بالا پرتاب شود. مطابق این توضیحات، عبارت‌های (ب) و (پ) صحیح هستند.

در مورد عبارت (الف)، توجه کنید که فشار هوای محبوس در ظرف c، به اندازهٔ فشار ستونی از آب به ارتفاع h_1 بیشتر از فشار هوای محیط است، یعنی **فشار پیمانه‌ای** آن معادل فشار ستونی از آب به ارتفاع h_1 است، بنابراین فقط عبارت (الف) نادرست است.

۳۱۳ ۲ - با توجه به وضعیت گاز محبوس در درون لوله داریم:



$$P_A = P_B = P_{B'} = P_{گاز}$$

$$\Rightarrow \rho_1 g \times 1/5h + P_0 = \rho_2 g h + P_0$$

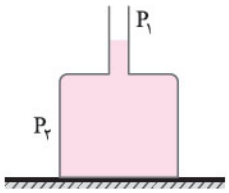
$$\Rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{2}{3}$$

۳۱۴ ۲ - با قرار دادن وزنهٔ سنگین‌تر بر روی پیستون، فشار در هر یک از نقاط زیرین آن افزایش می‌یابد، بنابراین فشار در نقاط A و B نیز افزایش می‌یابد. طبق اصل پاسکال، فشار در هر یک از نقاط A و B به یک اندازه افزایش می‌یابد $(\Delta P = \frac{W}{A})$، بنابراین اختلاف فشار بین نقاط A و B تغییر نمی‌کند. به بیان دقیق‌تر، اختلاف فشار بین نقاط A و B برابر $\Delta P_{AB} = \rho g \Delta h_{AB}$ می‌باشد که مقداری ثابت است.

۳۱۵ ۲ - با اضافه کردن روغن، فشار در تمامی نقاط درون ظرف به یک اندازه افزایش می‌یابد. بنابراین افزایش نیروی وارد بر هر یک از سطوح A_1 و A_2 برابر است با:

$$\Delta F = \Delta P \times A \xrightarrow{\Delta P:\text{یکسان}} \frac{\Delta F_1}{\Delta F_2} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{100}{50} = 2 \Rightarrow \Delta F_1 = 2\Delta F_2$$

۳۱۶ ۱ - **گام اول:** طبق اصل پاسکال فشار اضافه‌شده به یک نقطه از مایع عیناً به تمام مایع اضافه می‌شود. بنابراین اگر در شکل مقابل، فشار اضافه‌شده به قسمت باریک را با P_1 و فشار اضافه‌شده به قسمت پهن را با P_2 نشان دهیم داریم:



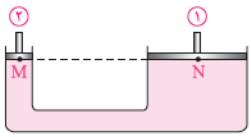
$$P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \xrightarrow[A_2 = 100\,cm^2]{F_1 = W,\ A_1 = 2\,cm^2} \frac{W_1}{2} = \frac{F_2}{100}$$

$$\Rightarrow F_2 = 50 W_1$$

بنابراین نیرویی که آب به کف ظرف وارد می‌کند به اندازهٔ $50W_1$ افزایش می‌یابد.

گام دوم: نیرویی که ظرف به سطح افقی وارد می‌کند، برابر مجموع وزن آب و ظرف است. بنابراین هنگامی‌که وزن آب به اندازهٔ W_1 افزایش می‌یابد، نیرویی که ظرف به سطح افقی وارد می‌کند، نیز به اندازهٔ W_1 زیاد خواهد شد.

۳۱۷ ۴ - با توجه به اینکه مایع زیر پیستون‌ها در یک تراز قرار دارند، فشار در دو نقطهٔ M و N یکسان است و برای مقایسهٔ نیرو داریم:



$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{P_1}{P_2} \times \frac{A_1}{A_2} = 1 \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = 10^2 = 100$$

۳۱۸ ۱ - حجم مایع جابه‌جاشده در دو طرف با یکدیگر برابر است، بنابراین داریم:

$$V = Ah \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{A_2}{A_1} \times \frac{h_2}{h_1} \xrightarrow{h_1 = 1m} 1 = \frac{400}{100} \times \frac{h_2}{1} \Rightarrow h_2 = 0/25m$$

در ادامه با توجه به اینکه پیستون بزرگ در مدت ۵ ثانیه به اندازهٔ $0/25\,m$ بالا رفته است، تندی متوسط آن برابر است با:

$$s_{av} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}} \Rightarrow s_{av} = \frac{0/25}{5} = 0/05\,m/s = 5\,cm/s$$

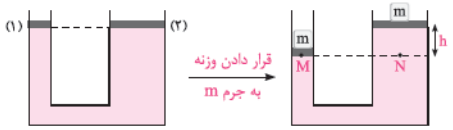
۳۱۹ ۳ - فشار در زیر هر دو پیستون با هم برابر است (چرا؟)، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\cancel{P_0} + \frac{F_1}{A_1} = \cancel{P_0} + \frac{F_2}{A_2} \Rightarrow \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$\Rightarrow \frac{F + W_{\text{پیستون کوچک}}}{A_1} = \frac{W_{\text{پیستون بزرگ}} + W_{\text{وزنه}}}{A_2}$$

$$\xrightarrow{A_2 = 10A_1} \frac{40 + 5 \times 10}{A_1} = \frac{20 \times 10 + m \times 10}{10A_1} \Rightarrow m = 70\,kg$$

۳۲۰ ۲ - ابتدا باید دقت شود که با قرار دادن وزنه‌ای به جرم m بر روی هر یک از پیستون‌ها، فشار در زیر آن‌ها به اندازهٔ $\frac{mg}{A}$ افزایش خواهد یافت. با توجه به اینکه $A_1 < A_2$ می‌باشد، بنابراین فشار وارد شده از طرف پیستون (۱) بر سطح مایع بیشتر از پیستون (۲) است.



$$\uparrow P = \frac{mg}{A\downarrow} \xrightarrow{A_1 < A_2} P_1 > P_2$$

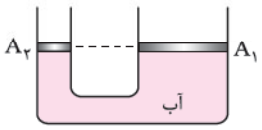
در ادامه می‌توان گفت با توجه به اینکه فشار حاصل از گذاشتن وزنه بر روی پیستون (۱) بیشتر است، باید ارتفاع مایع در ستون (۲) بالاتر برود تا فشار ناشی از مایع بالا رفته، بتواند به گونه‌ای عمل کند که در مجموع فشار در دو نقطهٔ M و N برابر شود.

$$P_M = P_N \Rightarrow \frac{mg}{A_1} + P_\circ = \frac{mg}{A_2} + \rho gh + P_\circ$$

متماً بخونش

به‌طور مفهومی‌تر می‌توان گفت با توجه به بیشتر بودن فشار در بالای لولهٔ (۱)، مایع در این لوله پایین رفته و در لولهٔ دیگر بالا می‌رود. با توجه به این موضوع ارتفاع مایع در لولهٔ (۲) بیشتر از لولهٔ (۱) می‌شود.

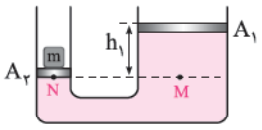
۳۲۱ - **۲** - **گام اول:** محاسبهٔ نسبت سطح مقطع پیستون‌ها:



رابطهٔ (۱): $P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$

$$\Rightarrow \frac{10\times10}{A_1} = \frac{2\times10}{A_2} \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = 5$$

گام دوم: با قرار دادن وزنهٔ m بر روی پیستون کوچک، مایع در سمت دیگر بالا می‌آید تا فشار ناشی از اختلاف ارتفاع ستون مایع در دو طرف، برابر فشار وزنهٔ m شود. به عبارت دیگر با کمک رابطهٔ (۱) می‌توان نوشت:

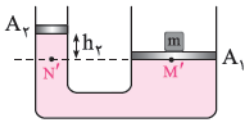


$$P_M = P_N$$

$$\Rightarrow P_\circ + \frac{F_1}{A_1} + \rho gh_1 = P_\circ + \frac{F_2}{A_2} + \frac{mg}{A_2}$$

رابطهٔ (I): $\Rightarrow \rho gh_1 = \frac{mg}{A_2}$

گام سوم: اگر وزنهٔ m را بر روی پیستون بزرگ قرار می‌دادیم، مشابه گام دوم می‌توان نوشت:



$$P_{M'} = P_{N'}$$

$$\Rightarrow P_\circ + \frac{F_1}{A_1} + \frac{mg}{A_1} = P_\circ + \frac{F_2}{A_2} + \rho gh_2$$

رابطهٔ (II): $\Rightarrow \rho gh_2 = \frac{mg}{A_1}$

حال با توجه به روابط (I) و (II) می‌توان نوشت:

$$\frac{(II)}{(I)} \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{\frac{mg}{A_1}}{\frac{mg}{A_2}} \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{A_2}{A_1} = \frac{1}{5} \xrightarrow{h_1=10cm} \frac{h_2}{10} = \frac{1}{5}$$

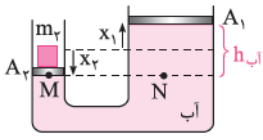
$$\Rightarrow h_2 = 2cm$$

۳۲۲ - **۱** - **گام اول:** با توجه به تعادل اولیهٔ بالابر هیدرولیکی، می‌توان نوشت:

$$P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \Rightarrow \frac{11\times10}{A_2} = \frac{110\times10}{1000}$$

$$\Rightarrow A_2 = 100cm^2 : \text{مساحت پیستون کوچک}$$

گام دوم: با برداشتن وزنهٔ m_1، پیستون بزرگ به اندازهٔ x_1 بالا آمده و پیستون کوچک به اندازهٔ x_2 پایین می‌رود. همان‌طور که می‌دانیم حجم آب پایین رفته در سمت چپ با حجم آب بالا آمده در سمت راست باید برابر باشد، بنابراین می‌توان نوشت: $V = Ah \Rightarrow A_1x_1 = A_2x_2$



$$\Rightarrow 1000x_1 = 100x_2 \Rightarrow x_2 = 10x_1 \Rightarrow h_{آب} = 11x_1$$

گام سوم: با توجه به برابر بودن فشار در نقاط M و N می‌توان نوشت:

$$P_M = P_N \Rightarrow \frac{m_2g}{A_2} + P_\circ = \rho_{آب}gh_{آب} + P_\circ$$

$$\Rightarrow \frac{11\times10}{100\times10^{-4}} = 10^3\times10\times11x_1 \Rightarrow x_1 = 0/1m = 10cm \Rightarrow x_2 = 10x_1 = 100cm$$

۳۲۳ - **۱** - با توجه به موقعیت پیستون‌ها، فشار در زیر تمامی پیستون‌ها با هم برابر است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$P = \frac{F}{A} + P_\circ \Rightarrow \begin{cases} (1): P_1 = \frac{2mg}{A} + P_\circ \\ (2): P_2 = \frac{m_1g + mg}{2A} + P_\circ \\ (3): P_3 = \frac{m_2g + 3mg}{3A} + P_\circ \end{cases}$$

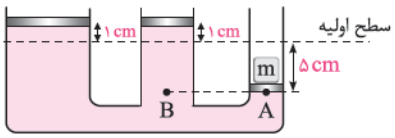
$$P_2 = P_1 \Rightarrow \frac{m_1g}{2A} + \frac{mg}{2A} = \frac{2mg}{A} \Rightarrow \frac{m_1g}{2A} = \frac{3}{2}\frac{mg}{A} \Rightarrow m_1 = 3m$$

$$P_3 = P_1 \Rightarrow \frac{m_2g}{3A} + \frac{3mg}{3A} = \frac{2mg}{A} \Rightarrow \frac{m_2g}{3A} = \frac{mg}{A} \Rightarrow m_2 = 3m$$

$$\text{خواستهٔ سؤال} \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{3m}{3m} = 1$$

۳۲۴ - **۲** - برای رسیدن به تعادل، پیستون‌های (۲) و (۳) باید به یک اندازه بالا بروند (چرا؟)، بنابراین هر دو پیستون یک سانتی‌متر بالا می‌روند. با توجه به آن‌که حجم مایع جابه‌جاشده در زیر پیستون (۱) باید با مجموع حجم مایع جابه‌جا شده در زیر پیستون‌های (۲) و (۳) برابر باشد، می‌توان نوشت:

$$A_1h_1 = A_2h_2 + A_3h_3 \Rightarrow 10h_1 = 20\times1 + 30\times1 \Rightarrow h_1 = 5\,cm$$



بنابراین پیستون (۱) به اندازهٔ ۵ سانتی‌متر پایین رفته است و می‌توان نوشت:

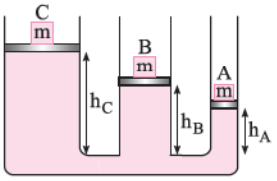
$$P_A = P_B \Rightarrow \frac{mg}{A_1} = \rho g(0/01 + 0/05)$$

$$\xrightarrow{A_1=10cm^2} \frac{m}{10\times10^{-4}} = 2000\times0/06 \Rightarrow m = 0/12kg = 120gr$$

۳۲۵ - **۱** - طبق رابطهٔ $\Delta P = \frac{mg}{A}$، چون جرم پیستون‌ها یکسان است، اضافه فشار ناشی از جرم وزنه، با سطح مقطع لوله رابطهٔ عکس دارد و داریم:

$$\Delta P_A > \Delta P_B > \Delta P_C$$

بنابراین پیستون A نسبت به سایرین اضافه فشار بیشتر و پیستون C نسبت به سایرین اضافه فشار کمتری وارد می‌کند و در نتیجه وضعیت قرارگیری پیستون‌ها بعد از رسیدن به حالت تعادل به صورت زیر است:



$$h_C > h_B > h_A$$

حواستون باشه

اونی که اضافه فشار بیشتری ایجاد کرده، ستون مایع رو بیشتر پایین برده ...