



## ناشر خیلی متفاوت کتاب‌های آموزشی!

عنوان و نام پدیدآوران: پرسش‌های چهارگزینه‌ای فیزیک جامع تجربی

جلد اول: دوازدهم

سبزمیدانی، رضا - شاهی، نوید - امینی، امین -

مصلایی، احمد - سلیمان‌زاده، ایمان

مشخصات نشر: تهران، خیلی سبز، ۱۴۰۵

مشخصات ظاهری: ۷۳۷ ص. مصور، جدول ۲۹ × ۲۲ س م

شابک: ۳ - ۴۹۰ - ۴۲۲ - ۶۲۲ - ۹۷۸

وضعیت فهرست‌نویسی: فیپا

موضوع: فیزیک -- آزمون‌ها و تمرین‌ها (متوسطه)

موضوع: فیزیک -- راهنمای آموزشی (متوسطه)

شماره کتابشناسی ملی: ۴۸۹۵۲۳۲

۳۰۷۹۱۰۱

 [www.kheilisabz.com](http://www.kheilisabz.com)

 [kheilisabzgeneral](https://t.me/kheilisabzgeneral)

 [kheilisabz](https://www.instagram.com/kheilisabz)

کلیه حقوق این اثر برای ناشر محفوظ است و هیچ شخص حقیقی یا حقوقی حق چاپ و برداشت تمام یا قسمتی از اثر را به صورت چاپ، فتوکپی، جزوه و حتی دست‌نویس ندارد و متخلفین به موجب بند ۵ از ماده ۲ قانون حمایت از ناشرین تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.



برای دیدن قیمت و سال چاپ  
اینجا را اسکن کنید

## چون به رویاهات می‌رسی

نام کتاب: پرسش‌های چهارگزینه‌ای فیزیک جامع تجربی

جلد اول: دوازدهم

ناشر: خیلی سبز وابسته به توسعه خیلی سبز

مؤلفان: رضا سبزمیدانی - نوید شاهی - امین امینی -

احمد مصلایی - ایمان سلیمان‌زاده

اساتید حل ویدیویی سؤالات: احمد مصلایی - نوید شاهی - امین امینی

سرویراستار: مریم گلی‌حسنلو

ویراستاران علمی: داوود پاشا - امیر محمودی‌انزلی - محبوبه هادیان‌جری -

ادریس محمدی - پوریا علاقه‌مند - پویا هدایتی‌گودرزی

ویراستاران فنی: منصوره شقائی - مرضیه فرشید

طراح جلد: محمد منصور قناعی

گرافیکست: محمد منصور قناعی - سارا داودی - حسین پاشا‌زاده

طراح گرافیک متن: رعنا جمالی

رسم شکل: خاطره بهاگیر - سارا دژی

صفحه‌آرا: لاله سرلک - مقدس شهبازی

لینتوگرافی: گلپاگرافیک

چاپخانه: صبا

نوبت چاپ: اول

تیراژ: ۳۵۰۰ جلد

تلفن مرکز پخش: ۰۲۱ ۶۳۵۶۳

صندوق پستی: ۸۱۷۷ - ۱۴۱۵۵

SMS: ۳۰۰۰۶۳۵۶۳

نظرات و نکات ویرایشی‌تان در مورد این کتاب را می‌توانید از طریق آیدی تلگرامی

@edit\_kheilisabz برای ما بفرستید.

## مقدمه! ناشر

هیچی مثل خلق به اثر جدید حال نمی ده. توش کلی حس خوب داره، نمی دونم چه هورمون هایی از کجاها ترشح می شه که آدم دچار مخلوطی از شادی، هیجان و رضایت طولانی مدت می شه. (از *ATI پرسیدم می گه هم زمان دوپامین و سروتونین و اندورفین و نوراپی نفرین و فلان و بهمان توی مغز ترشح می شه و به میلیون تا فعل و انفعال می ره، ولی من می گم به اهمیتی داره چی از کجا ترشح می شه، مهم اینکه آدم کلی مالش فوب می شه*)، قسمت جذاب ترش این جاست که اگه اثر خلق شده همونی باشه که باید باشه، این شادی و هیجان و رضایت مثل امواج گسترده ای (رک به فصل امواج همین کتاب!) منتشر می شه و مخاطب رو هم سرکیف میاره. جوآن رولینگ رو حتماً می شناسید. **حدود سال های ۱۹۹۴ تا ۱۹۹۶** همزمان وقتی تنها با دختر یکی دو ساله اش در اسکاتلند در وضعیت افتضاح مالی با کمک هزینه دولتی زندگی می کرد، اولین جلد کتاب های هری پاتر رو در کافه های ارزون قیمت ادینبرا نوشت. (چون نمی تونست خونه اش رو گرم کنه، می رفت کافه؛ یعنی این قدر وضعیت داغون بود!) حالا به جامپ می زنیم می رسیم به سال ۲۰۰۷: آمازون کتاب «هری پاتر و یادگاران مرگ» (جلد هفتم سری هری پاتر) رو در سراسر جهان بیش از ۲/۲ میلیون نسخه پیش فروش کرد. یعنی ماه ها قبل از این که کتاب منتشر بشه، ملت پولشو داده بودن و قبل از انتشار برای گرفتنش صف های طولانی می کشیدن و مهمونی می گرفتن *واحدن یه وضعی!* داستان رولینگ و کتاب های هری پاتر و طرفدارانش نمونه ای از ایجاد حس های فوق العاده جمعی بشری از خلق یک اثر خوبه. این خانم در سال ۲۰۱۷ به مناسبت بیستمین سال انتشار اولین کتابش می گه:

«بیست سال پیش امروز، دنیایی که من در آن تنها زندگی می کردم، ناگهان به روی دیگران باز شد. فوق العاده بود. ممنونم.»  
فیلم *The Dark knight* به کارگردانی کریستوفر نولان و بازی درخشان هیث لجر در نقش جوکر و کریستین بیل در نقش بتمن هم یک نمونه از خلق اثر «هورمونی خوب ترشح کن» تاریخه که ما ایده روی جلد و صفحه آرای کتاب های بتمن رو از اون جا آوردیم. امیدوارم مجموعه کتاب های تست بتمن خیلی سبز هم بتونه (در حد خودش) هیجان انگیز، شادی آور و رضایت بخش باشه. بد نیست این جا چندتا از ویژگی های جدید و منحصربه فرد کتاب فیزیک بتمن رو با شما به اشتراک بذارم:  
**اول این که ۲ جلدیه** یعنی تستاش کم نیست، زیاد هم نیست. (اغلب کتابای جامع فیزیک بازار ۴ جلدی ان، مثل کتاب فیزیک ۴ جلدی خیلی سبز خودمون.)

**دوم این که سطح بندی شده** است. کتاب با فرد و زوج کردن تست های درس ها و قراردادن تعداد کافی تست های درهم در آخر هر بخش، برای هر سطحی از دانش آموزان قابل استفاده است. یعنی اگه بخوای می تونی پله پله باهاش جلو ببری و اگر هم دنبال چالش و مسیرهای آفرودی هستی، حسابی حالتو جا میاره.

**سوم این که ساختارش با این که مدرنه، ولی پیچیده نیست و همه راحت می تونن ازش استفاده کنن.**  
**چهارم این که آزمون های تعاملی داره؛** یعنی می تونی آنلاین آزمون بدی، کارنامه بگیری، مشاوره بگیری و ....  
**پنجم این که چندتا از اساتید کارکشته برای یه سری از تستای چالشی و مهم ترش، ویدئوی حل سؤال گذاشتن.**  
**ششم این که درس نامه ها و پاسخ هاش از خیلی سبزی هم خیلی سبزی تره!**  
جا داره از تیم تألیف رضا، احمد، نوید، امین، ایمان و همه کسایی که با تیم تألیف همکاری کردن، تشکر کنم و همین طور از آقای بتمن هم متشکرم.

# مقدمه مؤلفان!

## سلام به همه دانش‌آموزان، دبیران و مشاوران

راهنمای مطالعه کتاب رو خوندین؟ آگه نخوندین حتمن اول اونو دقیق بخونین و بعد بیاین تا بهتون بگم! ■ داستان از این‌جا شروع شد که وقتی از همکاری بزرگوارمون می‌پرسیدیم چه‌طوری به بچه‌هاتون تکلیف می‌دین؟ درصد قابل توجهی در جواب می‌گفتن تستای کتاب ۴ جلدی‌تون خیلی زیاده و بچه‌ها نمی‌رسن بزبن؛ برای همین ما به بچه‌ها می‌گیم اول شماره‌های فرد یا شماره‌های زوج تستارو بزبن! (قیافه ما بعد از شنیدن این جواب: 😞) ما هم می‌گفتیم همکار جان! ترتیب این تستا حساب و کتاب داره! چرا مثل طرح ترافیک، زوج و فرد می‌کنین؟ لااقل به جای زوج و فرد بگین بچه‌ها تستای رنگی کتاب ۴ جلدی رو بزبن! ... سرتونو درد نیارم آخرش ما کم آوردیم! نافرمام کم آوردیم! ولی در عوض یک درس بزرگ زندگی گرفتیم:

«خودتو خسته نکن! دنیا رو نمی‌تونی تغییر بدی، پس خودت تغییر کن!»

■ این شد که ما نشستیم دور هم و فکرامون رو روی هم گذاشتیم و به این نتیجه رسیدیم باید یه کتابی بنویسیم که تو هر درس تستای فردش ترتیب آموزشی داشته باشه، تستای زوجش تمرینی باشه و بعد از چندتا درس (آخر هر بخش) هم به مقدار کافی تستای درهم بذاریم. این جوری هم علاقه‌مندان به فرد و زوج راضی می‌شن هم طراحی کتاب، هوشمند می‌شه و هر کس با هر توان و زمانی که داره، می‌تونه به فراخور حال خودش تستارو بزنه و از پله‌های ترقی فیزیک بالا بره. راستیتش خودمون هم با این ساختار خیلی حال کردیم و در این پروژه دومین درس بزرگ زندگیمون رو هم گرفتیم:

«آگه انعطاف‌پذیر باشی، پیشرفت می‌کنی.»

■ خلاصه این کتاب همه‌جوره جوابه! بستگی داره چه‌قدر بلندپرواز باشی. آگه فعل «خواستن» رو درست صرف کنی، می‌تونی با این کتاب فیزیک کنکور توله کنی. اول مقدمه گفتیم، آخرش هم می‌گیم: حتمن حتمن راهنمای استفاده از کتاب رو بخون. ■ در آخر سپاس‌گزاریم از همه دست‌اندرکاران و عوامل روی صحنه و پشت صحنه که برای بهتر شدن این کتاب با ما بودن: دکتر کمیل، مهندس بقایی، خانم‌ها شیوا کوهی و مریم گلی حسنلو و آقایان محسن نجاری، احسان حسینیان، داوود پاشا و برویچه‌های خوب تولید خیلی سبز و خیلی آدمای درجه یک دیگه که توی خیلی سبز بی‌دریغ زحمت می‌کشن. دم همتون گرم و روزگارتون آفتابی.



## مقدمات

### فصل ۱: حرکت بر خط راست

#### بخش اول: شناخت حرکت

| صفحه<br>درسنامه | صفحه<br>سؤال | تعداد<br>تست |
|-----------------|--------------|--------------|
| ۱۲              | ۴۰           | ۱۴           |
| ۱۷              | ۴۱           | ۱۴           |
| ۲۳              | ۴۳           | ۳۰           |
| ۲۸              | ۴۶           | ۱۶           |
| ۳۲              | ۴۷           | ۱۰           |
| ۳۳              | ۴۹           | ۳۴           |
| ۵۲              | ۵۲           | ۳۶           |
| ۵۶              | ۵۶           | ۱۴           |

#### آزمون تعاملی ۱ (بخش اول: شناخت حرکت) ...



#### بخش دوم: حرکت با سرعت ثابت

|    |    |    |
|----|----|----|
| ۵۸ | ۶۴ | ۲۴ |
| ۶۰ | ۶۶ | ۳۶ |
| ۶۹ | ۶۹ | ۲۴ |
| ۷۱ | ۷۱ | ۱۲ |

#### آزمون تعاملی ۲ (بخش دوم: حرکت با سرعت ثابت) ...



#### بخش سوم: حرکت راست خط شتاب ثابت

|     |     |    |
|-----|-----|----|
| ۷۳  | ۹۲  | ۱۸ |
| ۷۷  | ۹۳  | ۱۸ |
| ۸۱  | ۹۵  | ۱۸ |
| ۸۳  | ۹۶  | ۳۶ |
| ۸۸  | ۱۰۰ | ۱۶ |
| ۱۰۱ | ۱۰۱ | ۴۰ |
| ۱۰۴ | ۱۰۴ | ۱۲ |

#### آزمون‌های تعاملی ۳ و ۴ (بخش سوم: حرکت راست خط ...)



#### بخش چهارم: حرکت چند مرحله‌ای و حرکت دو متحرک با شتاب ثابت

|     |     |    |
|-----|-----|----|
| ۱۰۶ | ۱۱۵ | ۵۶ |
| ۱۱۱ | ۱۲۲ | ۴۸ |
| ۱۲۷ | ۱۲۷ | ۳۶ |
| ۱۳۱ | ۱۳۱ | ۱۰ |

#### آزمون تعاملی ۵ (بخش چهارم: حرکت چند مرحله‌ای و ...)



#### آزمون‌های تعاملی ۶ و ۷ (جامع فصل ۱) ...



### فصل ۲: دینامیک

#### بخش اول: قانون‌های نیوتون در دینامیک

|     |     |    |
|-----|-----|----|
| ۱۳۴ | ۱۴۳ | ۱۰ |
| ۱۳۶ | ۱۴۴ | ۳۶ |
| ۱۴۰ | ۱۴۸ | ۱۰ |
| ۱۴۲ | ۱۴۲ | ۲۲ |
| ۱۵۱ | ۱۵۱ | ۱۰ |

#### آزمون تعاملی ۸ (بخش اول: قانون‌های نیوتون در دینامیک)



#### بخش دوم: نیروهای آشنا

|     |     |    |
|-----|-----|----|
| ۱۵۳ | ۱۷۶ | ۶  |
| ۱۵۴ | ۱۷۶ | ۲۲ |
| ۱۵۷ | ۱۷۸ | ۲۴ |
| ۱۶۰ | ۱۸۱ | ۳۲ |
| ۱۶۵ | ۱۸۵ | ۳۲ |
| ۱۶۷ | ۱۸۸ | ۳۰ |
| ۱۷۱ | ۱۹۱ | ۱۸ |
| ۱۷۳ | ۱۹۳ | ۴  |
| ۱۹۳ | ۱۹۳ | ۵۶ |
| ۱۹۸ | ۱۹۸ | ۲۰ |

#### آزمون تعاملی ۹ (بخش دوم: نیروهای آشنا) ...



#### بخش سوم: تکانه و قانون عمومی گرانش

|     |     |    |
|-----|-----|----|
| ۲۰۱ | ۲۰۸ | ۱۰ |
| ۲۰۳ | ۲۰۹ | ۳۶ |
| ۲۰۵ | ۲۱۲ | ۱۰ |
| ۲۰۶ | ۲۱۳ | ۱۶ |
| ۲۱۴ | ۲۱۴ | ۳۰ |
| ۲۱۷ | ۲۱۷ | ۱۰ |

#### آزمون تعاملی ۱۰ (بخش سوم: تکانه و قانون عمومی گرانش)



#### آزمون‌های تعاملی ۱۱ و ۱۲ (جامع فصل ۲) ...



## فصل ۳: نوسان و امواج

### بخش اول: حرکت هماهنگ ساده

| صفحه<br>درسنامه | صفحه<br>سؤال | تعداد<br>تست |
|-----------------|--------------|--------------|
| ۲۱۹             | ۲۴۶          | ۴            |
| ۲۲۰             | ۲۴۷          | ۶            |
| ۲۲۴             | ۲۴۷          | ۵۰           |
| ۲۳۳             | ۲۵۲          | ۱۸           |
| ۲۳۶             | ۲۵۳          | ۲۰           |
| ۲۳۷             | ۲۵۵          | ۲۰           |
| ۲۳۹             | ۲۵۶          | ۶۶           |
| ۲۴۵             | ۲۶۲          | ۴            |
| ۲۶۲             | ۲۶۲          | ۴۶           |
| ۲۶۶             | ۲۶۶          | ۱۰           |

### آزمون تعاملی ۱۳ (بخش اول: حرکت هماهنگ ساده)

### بخش دوم: آشنایی با موجها

|     |     |    |
|-----|-----|----|
| ۲۶۸ | ۲۹۰ | ۴  |
| ۲۷۰ | ۲۹۱ | ۳۲ |
| ۲۷۴ | ۲۹۳ | ۴۶ |
| ۲۷۸ | ۲۹۹ | ۲۲ |
| ۲۸۱ | ۳۰۰ | ۱۰ |
| ۲۸۳ | ۳۰۲ | ۶۰ |
| ۲۸۸ | ۳۰۶ | ۶  |
| ۳۰۶ | ۳۰۶ | ۴۲ |
| ۳۱۱ | ۳۱۱ | ۸  |

### آزمون تعاملی ۱۴ (بخش دوم: آشنایی با موجها)

### بخش سوم: بازتاب و شکست موج

|     |     |    |
|-----|-----|----|
| ۳۱۲ | ۳۳۵ | ۴  |
| ۳۱۲ | ۳۳۵ | ۲۲ |
| ۳۱۸ | ۳۳۸ | ۳۴ |
| ۳۲۳ | ۳۴۱ | ۱۰ |
| ۳۲۵ | ۳۴۲ | ۸  |

|     |     |    |
|-----|-----|----|
| ۳۲۷ | ۳۴۳ | ۲۲ |
| ۳۲۹ | ۳۴۶ | ۳۴ |
| ۳۳۳ | ۳۴۹ | ۱۶ |
| ۳۵۱ | ۳۵۱ | ۳۸ |
| ۳۵۵ | ۳۵۵ | ۱۰ |

|     |     |     |
|-----|-----|-----|
| ۳۵۶ | ۳۵۶ | ۳۵۶ |
| ۳۵۶ | ۳۵۶ | ۳۵۶ |

## فصل ۴: آشنایی با فیزیک اتمی و هسته‌ای

### بخش اول: آشنایی با فیزیک اتمی

|     |     |    |
|-----|-----|----|
| ۳۵۸ | ۳۷۳ | ۲  |
| ۳۵۸ | ۳۷۳ | ۲۴ |
| ۳۶۱ | ۳۷۵ | ۸  |
| ۳۶۳ | ۳۷۶ | ۴  |
| ۳۶۵ | ۳۷۶ | ۴۲ |
| ۳۶۸ | ۳۸۰ | ۴۴ |
| ۳۷۲ | ۳۸۲ | ۸  |
| ۳۸۳ | ۳۸۳ | ۳۸ |
| ۳۸۶ | ۳۸۶ | ۸  |

### آزمون تعاملی ۱۸ (بخش اول: آشنایی با فیزیک اتمی)

### بخش دوم: هسته و ویژگی‌های آن

|     |     |    |
|-----|-----|----|
| ۳۸۷ | ۳۹۶ | ۲۴ |
| ۳۹۳ | ۳۹۸ | ۴۲ |
| ۳۹۵ | ۴۰۱ | ۲۴ |
| ۴۰۳ | ۴۰۳ | ۲۰ |
| ۴۰۵ | ۴۰۵ | ۶  |

### آزمون تعاملی ۱۹ (بخش دوم: هسته و ویژگی‌های آن)

### آزمون تعاملی ۲۰ (جامع فصل ۴)

## پاسخنامه

|     |                 |
|-----|-----------------|
| ۴۰۶ | پاسخنامه تشریحی |
| ۷۳۳ | پاسخنامه کلیدی  |

### آیکون‌های مهم کتاب در یک نگاه



بعضی وقتا این آیکون‌ها با هم ترکیب می‌شن مثلاً این

هم بتمنه و هم حل ویدیویی داره!



## بخش دوم

# حرکت با سرعت ثابت

## درس ۷: معادله و نمودار مکان - زمان حرکت با سرعت ثابت



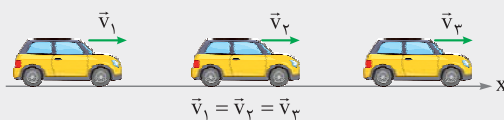
اگر بردار سرعت متحرکی با گذشت زمان «ثابت» بماند، آن گاه حرکت آن «سرعت ثابت» است.

**حواستون باشه:** وقتی می‌گیم بردار سرعت متحرک، ثابت به‌منه یعنی متحرک بر مسیر مستقیم در یک جهت حرکت کنه.

**ویژگی حرکت با سرعت ثابت** یکی از مهم‌ترین ویژگی‌های این حرکت این است که سرعت متوسط متحرک در هر بازه زمانی دلخواه، برابر سرعت متحرک در هر لحظه دلخواه است؛ یعنی:

$$\text{سرعت در هر لحظه دلخواه} = \text{سرعت متوسط در هر بازه زمانی دلخواه} \Rightarrow v_{av} = v$$

**چند نکته:** ۱ در حرکت با سرعت ثابت، «بردار سرعت لحظه‌ای» ثابت است، یعنی هم، اندازه سرعت و هم، جهت آن همواره ثابت است و تغییر نمی‌کند. مطابق شکل زیر چون بردار سرعت تغییر جهت نمی‌دهد؛ بنابراین متحرک الزاماً بر روی یک خط راست و بدون تغییر جهت حرکت می‌کند.



۲ در حرکت سرعت ثابت، متحرک در بازه‌های زمانی یکسانی جابه‌جایی‌هایی یکسان دارد:

$$v = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2} \xrightarrow{\Delta t_1 = \Delta t_2} \Delta x_1 = \Delta x_2$$

۳ تغییر نکردن جهت حرکت باعث می‌شود که در این حرکت در هر بازه زمانی دلخواه

اندازه جابه‌جایی با مسافت برابر شود:  $|\Delta x| = \ell$

در نتیجه در این حرکت اندازه سرعت متوسط و لحظه‌ای برابر تندی متوسط و لحظه‌ای است:

$$|v_{av}| = |v| = s_{av} = s$$

۴ با ثابت ماندن بردار سرعت، تغییر سرعت ( $\Delta v$ ) صفر است؛ پس شتاب هم صفر است. نیروی خالص هم صفر است.  $a = 0, F_{net} = 0 \Rightarrow \Delta v = 0 \Rightarrow v = \text{ثابت}$

۵ حرکت با سرعت ثابت، نه تندشونده است و نه کندشونده! در واقع چون در تمام لحظه‌ها اندازه سرعت (تندی) ثابت می‌ماند، این حرکت، نوعی حرکت یکنواخت است. برای همین به این نوع حرکت، حرکت راست‌خط یکنواخت هم می‌گوییم. (حرکت با سرعت ثابت هم راست فضا، هم یکنواخته!)

### معادله مکان - زمان حرکت با سرعت ثابت

گفتیم در حرکت با سرعت ثابت، سرعت در هر لحظه برابر با سرعت متوسط در هر بازه زمانی دلخواه است؛ یعنی:  $\Delta x = v \Delta t$   $\Rightarrow v = v_{av} \xrightarrow{v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}} v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = v \Delta t$  قبل از این‌که معادله مکان - زمان را به دست بیاوریم، تست زیر را ببینید:

**تست:** در یک حرکت با سرعت ثابت، متحرک در لحظه  $t_1 = 2/5$  s در حال عبور از مکان  $x_1 = 4$  m و در لحظه  $t_2 = 7$  s در حال گذر از مکان  $x_2 = 22$  m است. به ترتیب از راست به چپ سرعت این متحرک در لحظه  $t_0 = 0$  چند متر بر ثانیه و مکان آن در این لحظه ( $x_0$ ) چند متر است؟

$$-6, 4(1) \quad 6, 4(2) \quad -1, 2(3) \quad 1, 2(4)$$

**پاسخ:** ۱ گام چون در حرکت با سرعت ثابت، سرعت در هر لحظه (از جمله لحظه  $t_0 = 0$ ) برابر با سرعت متوسط در هر بازه دلخواه است؛ پس داریم:

$$v = v_{av} \Rightarrow v_0 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{22 - 4}{7 - 2/5} = 4 \text{ m/s}$$

۲ گام می‌خواهیم بدانیم متحرک در مبدأ زمان، در چه مکانی بوده است. کافی است یک بار دیگر رابطه  $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$  را برای بازه زمانی صفر تا  $7/5$  یا صفر تا  $2/5$  بنویسیم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_0 = \frac{x_1 - x_0}{t_1 - 0} \Rightarrow 4 = \frac{4 - x_0}{2/5} \Rightarrow 10 = 4 - x_0 \Rightarrow x_0 = -6 \text{ m}$$

**اثبات معادله مکان - زمان با سرعت ثابت** برای این‌که به معادله مکان - زمان برسیم، در رابطه  $\Delta x = v \Delta t$  را از مبدأ زمان ( $t_0 = 0$ ) تا لحظه  $t$

در نظر می‌گیریم، بنابراین داریم:  $\Delta x = v \Delta t \Rightarrow x - x_0 = v(t - t_0) \xrightarrow{t_0 = 0} x - x_0 = vt \Rightarrow \boxed{x = vt + x_0}$  معادله بالا، معادله مکان - زمان حرکت با سرعت ثابت است. همین‌طور که می‌بینید معادله مکان - زمان حرکت با سرعت ثابت یک معادله خطی است.

**تست:** معادله مکان - زمان متحرکی در SI به صورت  $x = 5t - 1200$  است. این متحرک در مدت  $5$  h چند کیلومتر را می‌پیماید؟

$$9(4) \quad 12(3) \quad 18(2) \quad 36(1)$$

**پاسخ:** ۴ چون حرکت با سرعت ثابت است؛ مسافت با مقدار جابه‌جایی برابر است. پس می‌شود گفت که تست جابه‌جایی متحرک را در مدت  $5$  h می‌خواهد

$$x = 5t + x_0 \Rightarrow \Delta x = 5t = 5 \times (5 \times 3600) = 9000 \text{ m} = \frac{9000}{1000} \text{ km} = 9 \text{ km} \quad (-1200 \text{ m مکان اولیه است):}$$



**تست:** متحرکی که بر روی محور  $x$  حرکت می‌کند، در لحظه  $t = 2/5$  s، از نقطه  $A$  واقع در مکان  $x = -9$  m با تندی ثابت  $8$  m/s در جهت منفی محور  $x$  می‌گذرد. معادله

حرکت این متحرک در SI کدام است؟

$$x = -8t + 11 \quad (4)$$

$$x = 8t - 29 \quad (3)$$

$$x = -8t + 29 \quad (2)$$

$$x = 8t - 11 \quad (1)$$

**پاسخ: ۴:** حرکت با سرعت ثابت است، پس داده‌های مسئله را در معادله کلی مکان-زمان حرکت با سرعت ثابت قرار می‌دهیم تا  $x_0$  را پیدا کنیم:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow -9 = -8 \times 2/5 + x_0 \Rightarrow x_0 = 11 \text{ m}$$

$$x = vt + x_0 \xrightarrow{v = -8 \text{ m/s}, x_0 = 11 \text{ m}} x = -8t + 11$$

حالا می‌توانیم معادله مکان-زمان این متحرک را بنویسیم:

**نکته:** گاهی متحرک، مُظَوَّل (یعنی دراز) است؛ به طوری که طول متحرک را در محاسبه جابه‌جایی باید در نظر بگیریم (مثل عبور قطار از پل یا تونل). در این مسئله‌ها یک نقطه از جسم (مثلاً یک نقطه جلوی قطار) را به عنوان متحرک در نظر بگیرید و مسئله را حل کنید.

تست زیر را ببینید:

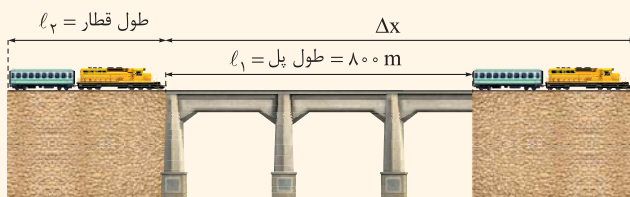
**تست:** قطاری با سرعت ثابت  $40$  m/s از روی پل مستقیمی به طول  $800$  m عبور می‌کند. اگر  $25$  s طول بکشد تا قطار به طور کامل از پل عبور کند، طول قطار چند متر است؟

$$1000 \quad (4)$$

$$400 \quad (3)$$

$$200 \quad (2)$$

$$100 \quad (1)$$



**پاسخ: ۲:** به شکل روبه‌رو نگاه کنید. قطار برای آن‌که به طور کامل از پل عبور کند، باید مسافتی برابر مجموع طول پل و طول خودش را پیماید. در واقع جابه‌جایی یک نقطه از قطار (مثلاً جلوی قطار) برابر  $\Delta x$  است:  $\Delta x = l_1 + l_p = 800 + l_p$

از طرف دیگر چون حرکت با سرعت ثابت است، داریم:

$$\Delta x = vt \Rightarrow 800 + l_p = 40 \times 25 \Rightarrow l_p = 1000 - 800 = 200 \text{ m}$$

### نمودارهای حرکت با سرعت ثابت

نمودارهای حرکت با سرعت ثابت را به کمک معادله‌های مکان-زمان، سرعت-زمان و شتاب-زمان این حرکت رسم می‌کنیم. این معادله‌ها عبارت‌اند از:

**معادله مکان-زمان:**  $x = vt + x_0$

**ثابت:**  $v = \text{معادله سرعت-زمان}$

**معادله شتاب-زمان:**  $a = 0$

با توجه به این معادله‌ها، نمودارهای مکان-زمان، سرعت-زمان و شتاب-زمان حرکت با سرعت ثابت را در جدول زیر آورده‌ایم:

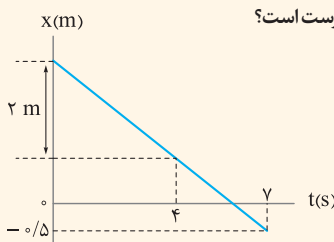
| ویژگی                                  | معادله | $a = 0$ | $v = \text{ثابت}$ | $x = vt + x_0$ |
|----------------------------------------|--------|---------|-------------------|----------------|
| حرکت با سرعت ثابت در جهت محور $x$      |        |         |                   |                |
| حرکت با سرعت ثابت در خلاف جهت محور $x$ |        |         |                   |                |

**نوشتن معادله مکان-زمان از روی نمودار سرعت-زمان حرکت با سرعت ثابت** همین‌طور که در جدول بالا می‌بینید نمودار مکان-زمان حرکت با سرعت ثابت، خطی

راست با شیب ثابت است. در این نمودار عرض از مبدأ، مکان اولیه ( $x_0$ ) است و شیب نمودار، سرعت حرکت را نشان می‌دهد. پس داریم:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow x = (\text{شیب نمودار مکان-زمان})t + (\text{عرض از مبدأ نمودار مکان-زمان})$$

**تست:** نمودار مکان-زمان متحرکی که بر روی محور  $x$  حرکت می‌کند، مطابق شکل روبه‌رو است. کدام موارد درباره این حرکت درست است؟



الف) بردار مکان اولیه متحرک در SI  $3 \hat{i}$  است.

ب) جهت بردار مکان متحرک در لحظه  $t = 5/5$  s تغییر می‌کند.

پ) متحرک در ثانیه پنجم از مکان  $x = (1 \text{ m}) \hat{i}$  تا  $x = (0 \text{ m}) \hat{i}$  جابه‌جا می‌شود.

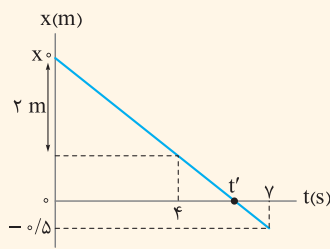
ت) حرکت متحرک ابتدا کندشونده است.

الف و ت (۲)

ب و پ (۴)

الف و ب (۱)

ب و ت (۳)



**پاسخ: ۱** نمودار مکان-زمان داده شده مربوط به یک حرکت با سرعت ثابت است که در آن جابه جایی متحرک در بازه زمانی صفر تا ۴ s برابر ۲ m است؛ پس می توانیم سرعت متحرک را حساب کنیم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-2}{4-0} = -0.5 \text{ m/s}$$

حالا عبارت را یکی یکی بررسی می کنیم:

**الف (✓)** در نمودار می بینیم که متحرک در لحظه  $t = 7 \text{ s}$  در مکان  $x = -0.5 \text{ m}$  قرار دارد، پس داریم:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow -0.5 = -0.5 \times 7 + x_0 \Rightarrow x_0 = 3 \text{ m} \Rightarrow \vec{x}_0 = (3 \text{ m}) \vec{i}$$

**ب (✗)** در مکان  $x = 0$  جهت بردار مکان تغییر می کند و لحظه تغییر جهت این بردار به صورت زیر محاسبه می شود:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow 0 = -0.5t' + 3 \Rightarrow t' = 6 \text{ s}$$

**پ (✓)** ثانیه پنجم یعنی بازه زمانی  $t_1 = 4 \text{ s}$  تا  $t_2 = 5 \text{ s}$ ؛ پس کافی است مکان متحرک را در این لحظه ها داشته باشیم تا درستی این عبارت معلوم شود:

$$x_{fs} = -0.5t_1 + 3 \xrightarrow{t_1=4 \text{ s}} x_{fs} = -0.5 \times 4 + 3 = 1 \text{ m} \Rightarrow \vec{x}_{fs} = (1 \text{ m}) \vec{i}$$

$$x_{ds} = -0.5t_2 + 3 \xrightarrow{t_2=5 \text{ s}} x_{ds} = -0.5 \times 5 + 3 = 0.5 \text{ m} \Rightarrow \vec{x}_{ds} = (0.5 \text{ m}) \vec{i}$$

**ت (✗)** تندی این متحرک کلا ثابت است، یعنی در هیچ بازه زمانی نه کندشونده است و نه تندشونده.

تست های ۱۶۹ تا ۱۹۲ مربوط به این درس نامه است. با همون شیوه همیشه که تستای فرد، آموزشی و به ترتیب آسون به دشوارند.

## درس ۸: مسئله های ترکیبی حرکت با سرعت ثابت

### الف) محاسبه سرعت متوسط و تندی متوسط در چند حرکت متوالی با سرعت های ثابت

اگر متحرکی که بر مسیر مستقیم حرکت می کند، در مدت  $\Delta t_1$  با سرعت ثابت  $v_1$  و در مدت  $\Delta t_2$  با سرعت ثابت  $v_2$  و در مدت  $\Delta t_3$  با سرعت ثابت  $v_3$  و ... حرکت کند، سرعت متوسط و تندی متوسط آن را با رابطه سرعت متوسط ( $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ ) و رابطه تندی متوسط ( $s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}$ ) که در درس نامه ۲ هم دیده اید، محاسبه می کنیم. این جا در جدول، یک بار دیگر فرمول ها را با هم مرور می کنیم: (لازم نیست این جدول رو حفظ کنین کافی خوب بفونید و بفهمید که چی به چی!)

|            | رابطه کلی                                                                                                    | روش حل مسئله                                                                                    | رابطه به دست آمده                                                                                                                                |
|------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| سرعت متوسط | $v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 + \dots}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 + \dots}$ | اگر $\Delta t$ های متوالی را بدهند، به جای $\Delta x$ ها، $v \Delta t$ قرار می دهیم.            | $v_{av} = \frac{v_1 \Delta t_1 + v_2 \Delta t_2 + v_3 \Delta t_3 + \dots}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 + \dots}$                         |
|            |                                                                                                              | اگر $\Delta x$ های متوالی را بدهند، به جای $\Delta t$ ها، $\frac{\Delta x}{v}$ می گذاریم.       | $v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 + \dots}{\frac{\Delta x_1}{v_1} + \frac{\Delta x_2}{v_2} + \frac{\Delta x_3}{v_3} + \dots}$ |
| تندی متوسط | $s_{av} = \frac{\ell_1 + \ell_2 + \ell_3 + \dots}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 + \dots}$             | اگر $\Delta t$ های متوالی را بدهند، به جای مسافت ها ( $\ell$ ها)، $ v  \Delta t$ قرار می دهیم.  | $s_{av} = \frac{ v_1  \Delta t_1 +  v_2  \Delta t_2 +  v_3  \Delta t_3 + \dots}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 + \dots}$                   |
|            |                                                                                                              | اگر مسافت های متوالی ( $\ell$ ها) را بدهند، به جای $\Delta t$ ها، $\frac{\ell}{ v }$ می گذاریم. | $s_{av} = \frac{\ell_1 + \ell_2 + \ell_3 + \dots}{\frac{\ell_1}{ v_1 } + \frac{\ell_2}{ v_2 } + \frac{\ell_3}{ v_3 } + \dots}$                   |

**حواستون باشه:** در جدول بالا برای محاسبه سرعت متوسط، باید علامت سرعت ها را در نظر بگیریم.

**تست:** متحرکی که بر مسیر مستقیم حرکت می کند، ۵ s با سرعت ثابت ۱۰ m/s و t ثانیه با سرعت ثابت ۴ m/s در یک جهت حرکت می کند. اگر سرعت متوسط آن در کل مسیر ۵ m/s باشد، t چند ثانیه است؟

(۳۰.ق)

**پاسخ: ۲ گام** جابه جایی متحرک در ۵ s اول و t ثانیه بعد برابر می شود با:

$$\begin{cases} \Delta x_1 = v_1 \Delta t_1 = 10 \times 5 = 50 \text{ m} \\ \Delta x_2 = v_2 \Delta t_2 = 4 \times t = 4t \text{ (m)} \end{cases} \Rightarrow \Delta x_T = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 50 + 4t \text{ (m)}$$

زمان کل هم برابر می شود با:

$$\Delta t_T = 5 + t \text{ (s)}$$

حالا اطلاعاتمان را در رابطه  $v_{av} = \frac{\Delta x_T}{\Delta t_T}$  قرار می دهیم:

$$5 = \frac{50 + 4t}{5 + t} \Rightarrow 25 + 5t = 50 + 4t \Rightarrow t = 25 \text{ s}$$

**تست:** متحرکی نیمی از زمان حرکت خود را با سرعت ثابت ۳۰ m/s،  $\frac{1}{3}$  از زمان حرکتش را با سرعت ثابت ۱۲ m/s و مابقی را با سرعت ثابت ۶ m/s می پیماید. اگر کل این حرکت بر یک مسیر مستقیم و در یک جهت انجام شود، سرعت متوسط آن در کل مسیر چند متر بر ثانیه است؟

**پاسخ: ۲ روش اول: گام** اگر کل زمان حرکت را  $\Delta t$  در نظر بگیریم، جابه جایی متحرک در هر قسمت برابر است با:

$$\Delta x_1 = v_1 \Delta t_1 = 30 \times \frac{\Delta t}{3} = 10 \Delta t, \quad \Delta x_2 = v_2 \Delta t_2 = 12 \times \frac{\Delta t}{3} = 4 \Delta t$$

(زمان حرکت در بخش آخر حرکت برابر می شود با  $\Delta t_3 = \Delta t - (\frac{\Delta t}{3} + \frac{\Delta t}{3})$  که همان  $\Delta t_3 = \frac{\Delta t}{3}$  است.)

$$\Delta t_3 = v_3 \Delta t_3 = 6 \times \frac{\Delta t}{3} = 2 \Delta t$$

حالا می توانیم سرعت متوسط کل مسیر را حساب کنیم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_T}{\Delta t_T} = \frac{10 \Delta t + 4 \Delta t + 2 \Delta t}{\Delta t} = 16 \text{ m/s}$$



**تست:** متحرکی که بر مسیر مستقیم و در یک جهت حرکت می‌کند،  $\frac{1}{3}$  مسیرش را با سرعت ثابت  $18 \text{ m/s}$  و  $\frac{1}{3}$  مسیر را با سرعت ثابت  $12 \text{ m/s}$  و بقیه مسیر را با سرعت ثابت  $24 \text{ m/s}$  می‌پیماید. سرعت متوسط این متحرک در کل مسیر چند متر بر ثانیه است؟

۱۲ (۱) ۱۶ (۲) ۱۸ (۳) ۲۰ (۴)

**پاسخ: ۲ روش اول: کام** اگر جابه‌جایی متحرک در کل مسیر را  $\Delta x$  فرض کنیم، باید  $\Delta x$  را به سه بخش  $\frac{\Delta x}{3}$  و  $\frac{\Delta x}{3}$  و باقی‌مانده مسیر تقسیم کنیم:

$$\Delta x - \left(\frac{\Delta x}{3} + \frac{\Delta x}{3}\right) = \Delta x - \frac{2\Delta x}{3} = \frac{\Delta x}{3}$$

**کام** حالا به کمک رابطه  $\Delta x = v \Delta t$ ، زمانی که هر قسمت طول کشیده را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\Delta x}{3} = 18 \Delta t_1 \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{\Delta x}{36}, \frac{\Delta x}{3} = 12 \Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{\Delta x}{36}, \frac{\Delta x}{3} = 24 \Delta t_3 \Rightarrow \Delta t_3 = \frac{\Delta x}{72} = \frac{\Delta x}{144}$$

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 = \frac{\Delta x}{36} + \frac{\Delta x}{36} + \frac{\Delta x}{144} = \frac{4\Delta x + 4\Delta x + \Delta x}{144} = \frac{9\Delta x}{144} = \frac{\Delta x}{16}$$

پس زمان کل حرکت برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\frac{\Delta x}{16}} = 16 \text{ m/s}$$

**کام** حالا می‌توانیم سرعت متوسط کل مسیر را به دست بیاوریم:

**روش دوم: کام** همین طور که در آخر روش قبلی دیدید،  $\Delta x$  از صورت و مخرج ساده شده؛ پس  $\Delta x$  می‌تواند هر مقدار دلخواه باشد و تأثیری در جواب نهایی تست ندارد. ما برای راحتی کار به  $\Delta x = 180 \text{ m}$  مثلاً می‌دهیم، (این روش همان روش قبلی است فقط عددگذاری کرده‌ایم تا سریع‌تر به جواب برسیم).

$$\Delta x_1 = \frac{180}{3} = 60 \text{ m} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{\Delta x_1}{v_1} = \frac{60}{18} = \frac{10}{3} \text{ s}, \Delta x_2 = \frac{180}{3} = 60 \text{ m} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{\Delta x_2}{v_2} = \frac{60}{12} = 5 \text{ s}$$

$$\Delta x_3 = \frac{180}{6} = 30 \text{ m} \Rightarrow \Delta t_3 = \frac{\Delta x_3}{v_3} = \frac{30}{24} = \frac{5}{4} \text{ s}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{180}{\frac{10}{3} + 5 + \frac{5}{4}} = \frac{180 \times 12}{40 + 60 + 15} = \frac{2160}{115} = 16 \text{ m/s}$$

**کام** حالا می‌توانیم به راحتی  $v_{av}$  را به دست بیاوریم:

ممکن است در این طور تست‌ها متحرک تغییر جهت هم داشته باشد. در این صورت برای محاسبه سرعت متوسط و تندی متوسط باید حواستان به جابه‌جایی‌های منفی متحرک هم باشد. تست زیر را ببینید:

**تست:** متحرکی به مدت  $\Delta t_1$  با تندی ثابت  $8 \text{ m/s}$  در خلاف جهت محور  $x$  و بلافاصله بعد از این حرکت به مدت  $\Delta t_2 = 3\Delta t_1$  با تندی ثابت  $6 \text{ m/s}$  در جهت محور  $x$  حرکت می‌کند. اندازه سرعت متوسط و تندی متوسط این متحرک در بازه  $\Delta t_1 + \Delta t_2$  به ترتیب از راست به چپ چند متر بر ثانیه است؟

۶/۵، ۲/۵ (۱) ۷، ۲/۵ (۳) ۷، ۱ (۲) ۶/۵، ۲/۵ (۱)

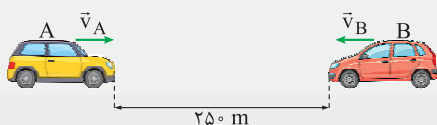
**پاسخ: ۱** در مدت  $\Delta t_1$  سرعت متحرک  $8 \text{ m/s}$  و در مدت  $\Delta t_2 = 3\Delta t_1$  سرعت متحرک  $6 \text{ m/s}$  است. پس سرعت متوسط و تندی متوسط متحرک در کل زمان حرکت برابر می‌شود با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{v_1 \Delta t_1 + v_2 \Delta t_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} \xrightarrow{v_1 = -8 \text{ m/s}, v_2 = 6 \text{ m/s}} \xrightarrow{\Delta t_2 = 3\Delta t_1} v_{av} = \frac{-8\Delta t_1 + 6(3\Delta t_1)}{\Delta t_1 + 3\Delta t_1} = 2/5 \text{ m/s}$$

$$s_{av} = \frac{|\Delta x_1| + |\Delta x_2|}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{-8\Delta t_1 + 6(3\Delta t_1)}{4\Delta t_1} = 6/5 \text{ m/s}$$

## ب) حرکت دو متحرک با سرعت‌های ثابت

اگر در یک مسئله، با دو متحرک با سرعت‌های ثابت که در یک جهت یا در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند روبه‌رو شویم، چه کار باید بکنیم؟ روش‌های مختلفی برای حل این مسئله‌ها هست. در این جا با یک مثال دو روش را به شما معرفی می‌کنیم:



**مثال:** مطابق شکل دو خودروی  $A$  و  $B$  با سرعت‌های ثابت  $v_A = 20 \text{ m/s}$  و  $v_B = 30 \text{ m/s}$  به طرف هم حرکت می‌کنند. اگر در لحظه  $t_0 = 0 \text{ s}$  فاصله  $250 \text{ m}$  متری هم باشند، پس از چند ثانیه سپر به سپر به هم می‌رسند؟

**پاسخ:** این مثال را با روش‌هایی که در زیر می‌گوییم، حل می‌کنیم:

**الف) نوشتن معادله مکان-زمان دو متحرک:** یکی از روش‌های حل مسائل دو متحرک، نوشتن معادله مکان-زمان آن است. برای این کار دستورالعملی را که در جدول زیر آورده‌ایم، اجرایی کنیم:

|              |                                                                                                                                |
|--------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>(الف)</p> | <p>(۱) محور <math>x</math> را رسم می‌کنیم (شکل الف).</p>                                                                       |
| <p>(ب)</p>   | <p>(۲) مکان اولیه یکی از متحرک‌ها را به عنوان مبدأ مختصات انتخاب می‌کنیم (شکل ب)) و مکان اولیه متحرک دیگر را مشخص می‌کنیم:</p> |

|                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                   |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>(۳) با توجه به جهت محور <math>x</math>، علامت سرعت‌ها را تعیین می‌کنیم.</p>                                                         | <p>خودروی <math>A</math> در جهت مثبت حرکت می‌کند. <math>v_A = +20 \text{ m/s}</math></p> <p>خودروی <math>B</math> در جهت منفی حرکت می‌کند. <math>v_B = -30 \text{ m/s}</math></p> |
| <p>(۴) معادله مکان - زمان دو متحرک را می‌نویسیم.</p>                                                                                   | $x = vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_A = v_A t + x_{0A} \Rightarrow x_A = 20t \\ x_B = v_B t + x_{0B} \Rightarrow x_B = -30t + 250 \end{cases}$                              |
| <p>(۵) در لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند، <math>x</math>‌های آن‌ها با هم برابر می‌شود.</p> <p>پس <math>x_A = x_B</math> می‌شود.</p> | $x_A = x_B \Rightarrow 20t = -30t + 250 \Rightarrow 50t = 250 \Rightarrow t = 5 \text{ s}$                                                                                        |

(ب) **روش شهودی (نسبی):** وقتی می‌گوییم سرعت متحرکی  $+20 \text{ m/s}$  است، یعنی این متحرک در هر ثانیه  $20 \text{ m}$  در جهت مثبت محور پیش‌روی می‌کند. پس در مسائلی که دو متحرک با سرعت ثابت به طرف هم یا در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند، به راحتی می‌توانیم به سؤال زیر پاسخ دهیم:

«دو متحرک در هر ثانیه چند متر به هم نزدیک یا از هم دور می‌شوند؟»

در واقع جواب این سؤال، سرعت نسبی دو متحرک است.

در مثال صفحه قبل تندی خودروی  $A$ ،  $20 \text{ m/s}$  و تندی خودروی  $B$ ،  $30 \text{ m/s}$  است. پس در هر ثانیه خودروی  $A$  به اندازه  $20 \text{ m}$  و خودروی  $B$  به اندازه  $30 \text{ m}$  و در مجموع دو خودرو  $50 \text{ m}$  به هم نزدیک می‌شوند. یعنی اندازه سرعت نسبی دو خودرو  $50 \text{ m/s}$  است:

حال اگر بدانیم دو خودرو مجموعاً باید  $250 \text{ m}$  به هم نزدیک شوند تا به هم برسند، می‌توانیم در یک مرحله به جواب برسیم:

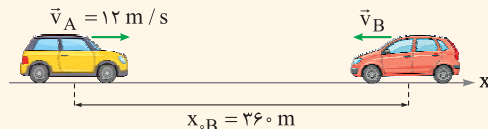
$$\Delta x_{\text{نسبی}} = v_{\text{نسبی}} t \Rightarrow 250 = 50t \Rightarrow t = \frac{250}{50} = 5 \text{ s}$$

**تست:** دو متحرک  $A$  و  $B$  در مبدأ زمان بر روی محور  $x$  در فاصله  $360 \text{ m}$  از هم قرار دارند. اگر متحرک  $A$  با سرعت ثابت  $12 \text{ m/s}$  و متحرک  $B$  با سرعت ثابت  $v_B$ ، هم‌زمان

به سمت یکدیگر حرکت کنند، پس از  $18 \text{ s}$  به هم می‌رسند. اندازه  $v_B$  چند متر بر ثانیه است؟

۶ (۱)      ۸ (۲)      ۱۰ (۳)      ۱۲ (۴)

**پاسخ: ۲ روش اول: گام ۱:** در شکل زیر محل اولیه متحرک  $A$  را مبدأ فرض کرده‌ایم. در این صورت مکان اولیه متحرک  $B$  برابر  $360 \text{ m}$  است و داریم:



$$\begin{cases} x_A = v_A t + x_{0A} \Rightarrow x_A = 12t \\ x_B = v_B t + x_{0B} \Rightarrow x_B = v_B t + 360 \end{cases}$$

**گام ۲:** در لحظه‌ای که دو متحرک در یک مکان به هم می‌رسند،  $x_A = x_B$  است:

$$12t = v_B t + 360 \xrightarrow{t=18\text{s}} 12 \times 18 = v_B \times 18 + 360 \Rightarrow |v_B| = \left| \frac{216 - 360}{18} \right| = \left| \frac{-144}{18} \right| = 8 \text{ m/s}$$

**روش دوم:** متحرک  $A$  در هر ثانیه  $12 \text{ m}$  و متحرک  $B$  در هر ثانیه  $|v_B|$  متر و در مجموع دو متحرک  $|v_B| + 12$  متر به هم نزدیک می‌شوند. در ابتدا فاصله دو خودرو از هم  $360 \text{ m}$  است، پس برای رسیدن به هم، مجموعاً باید  $360 \text{ m}$  به هم نزدیک شوند. پس در یک گام داریم:

$$\Delta x_{\text{نسبی}} = v_{\text{نسبی}} t \Rightarrow 360 = (12 + |v_B|) \times 18 \Rightarrow 12 + |v_B| = 20 \Rightarrow |v_B| = 8 \text{ m/s}$$

**تست:** دو خودروی  $A$  و  $B$  با سرعت ثابت  $v_A = 12 \text{ m/s}$  و  $v_B = 18 \text{ m/s}$  از یک نقطه هم‌زمان در یک مسیر مستقیم به سوی مقصدی به فاصله  $540 \text{ m}$  به حرکت

درمی‌آیند. بیشترین فاصله این دو متحرک در طول مسیر چند متر است؟

۲۴۰ (۱)      ۱۲۰ (۲)      ۳۶۰ (۳)      ۱۸۰ (۴)

**پاسخ: ۴ روش اول: گام ۱:** در طول مسیر هر چه زمان بیشتری بگذرد، خودروی  $B$  از خودروی  $A$  دورتر می‌شود و وقتی که خودروی  $B$  به مقصد برسد، فاصله دو خودرو بیشینه می‌شود؛ پس اول باید ببینیم خودروی  $B$  پس از چند ثانیه به مقصد می‌رسد:

$$\Delta x_B = v_B t \Rightarrow 540 = 18 \times t \Rightarrow t = 30 \text{ s}$$

**گام ۲:** حالا باید حساب کنیم خودروی  $A$  در مدت  $30 \text{ s}$  چند متر حرکت کرده است:

$$\Delta x_A = v_A t \Rightarrow \Delta x_A = 12 \times 30 = 360 \text{ m}$$

**گام ۳:** پس در لحظه‌ای که خودروی  $B$ ،  $540 \text{ m}$  پیش‌روی کرده است، خودروی  $A$ ،  $360 \text{ m}$  پیموده است و فاصله آن‌ها از هم برابر می‌شود با:

$$540 - 360 = 180 \text{ m}$$

**روش دوم: گام ۱:** همان گام اول روش قبلی است. یعنی زمان حرکت دو خودرو ( $30 \text{ s}$ ) را باید حساب کنیم.

**گام ۲:** با توجه به سرعت خودروها، خودروی  $A$  در هر ثانیه  $12 \text{ m}$  و خودروی  $B$  در هر ثانیه  $18 \text{ m}$  در یک جهت پیش می‌روند. پس در هر ثانیه خودروی  $B$  به اندازه

$$18 - 12 = 6 \text{ m}$$
 جلو می‌افتد. یعنی سرعت نسبی دو خودرو  $6 \text{ m/s}$  است. پس داریم:

$$\Delta x_{\text{نسبی}} = v_{\text{نسبی}} t \xrightarrow{t=30\text{s}} \Delta x_{\text{نسبی}} = 6 \times 30 = 180 \text{ m}$$

برای تنوع به تست باحال و متفاوت ببینیم:

**تست:** دو دوندۀ  $A$  و  $B$  از یک نقطه هم‌زمان و با سرعت ثابت  $v_A$  و  $v_B$  شروع به دویدن می‌کنند و در مسیر راست خطی به طول  $100 \text{ m}$  مسابقه می‌دهند. لحظه‌ای که دوندۀ  $A$  به نقطه پایان

می‌رسد، دوندۀ  $B$ ،  $20 \text{ m}$  از او عقب‌تر است. اگر در شروع مسابقه، دوندۀ  $A$ ،  $20 \text{ m}$  عقب‌تر از نقطه شروع می‌ایستاد و هر دو هم‌زمان با همان سرعت مسابقه می‌دادند، کدام دوندۀ برنده می‌شد؟

$A$  (۱)       $B$  (۲)

(۳) با هم به نقطه پایان می‌رسیدند. (۴) با این اطلاعات، نتیجه مسابقه قابل پیش‌بینی نیست.

**پاسخ: ۱ روش اول: گام ۱:** فرض کنید دوندۀ  $A$ ،  $100 \text{ m}$  و دوندۀ  $B$ ،  $80 \text{ m}$  را در مدت  $t$  می‌پیمایند:

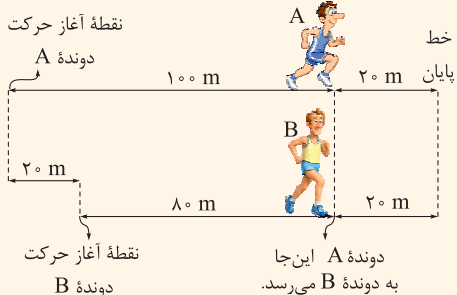
$$\begin{cases} \Delta x_A = v_A t \Rightarrow v_A = \frac{100}{t} \\ \Delta x_B = v_B t \Rightarrow v_B = \frac{80}{t} \end{cases}$$



**گام ۱:** حالا می‌خواهیم ببینیم دوندۀ A، ۱۲۰ m و دوندۀ B، ۱۰۰ m را در چه مدت (بر حسب t) طی می‌کنند:

$$\Delta x'_A = v_A t'_A \Rightarrow t'_A = \frac{\Delta x'_A}{v_A} = \frac{120}{100} = \frac{6}{5} t, \Delta x'_B = v_B t'_B \Rightarrow t'_B = \frac{\Delta x'_B}{v_B} = \frac{100}{80} = \frac{5}{4} t$$

**گام ۲:** دوندۀ ای که زمان حرکتش کم‌تر است، زودتر رسیده و برنده است.

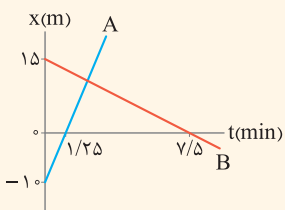


$$\frac{6}{5} t < \frac{5}{4} t \Rightarrow t'_A < t'_B \Rightarrow \text{A زودتر رسیده است.}$$

**روش دوم:** از حرکت اول دوندۀ ها می‌فهمیم که وقتی دوندۀ A، ۱۰۰ m می‌دود، دوندۀ B، ۸۰ m می‌پیماید.

حالا مطابق شکل روبه‌رو اگر دوندۀ A از ۲۰ m عقب‌تر حرکتش را آغاز کند، پس از طی ۱۰۰ m به دوندۀ B (که تا آن لحظه ۸۰ m دویده است) می‌رسد و سبقت می‌گیرد و در ادامه دوندۀ A، ۲۰ m باقی‌مانده را در زمان کوتاه‌تری می‌پیماید و از خط پایان عبور می‌کند.

مسائل دو متحرکه با سرعت ثابت می‌تونه نموداری هم باشه. مثل تست‌های زیر:



**تست:** شکل روبه‌رو نمودار مکان-زمان دو متحرک A و B را نشان می‌دهد که هر دو، روی محور x هم‌زمان شروع به حرکت می‌کنند. این دو متحرک در چه لحظه‌ای (بر حسب دقیقه) و در چه مکانی (بر حسب متر) به یکدیگر می‌رسند؟ (برگرفته از کتاب درسی)

$$10, 2 / 5 (2)$$

$$20, 2 / 5 (1)$$

$$12, 0 / 5 (4)$$

$$-6, 0 / 5 (3)$$

**پاسخ: ۲ روش اول: گام ۱:** ابتدا سرعت هر کدام از متحرک‌ها را به کمک شیب نمودار مکان-زمان حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} v_A = \frac{15 - (-10)}{25 - 0} = \frac{25}{25} = 1 \text{ m/min} \\ v_B = \frac{-10 - 15}{25 - 0} = \frac{-25}{25} = -1 \text{ m/min} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_A = v_A t + x_{A0} = 1t - 10 \\ x_B = v_B t + x_{B0} = -1t + 15 \end{cases}$$

**گام ۲:** حالا معادله مکان-زمان هر کدام را می‌نویسیم:

$$1t - 10 = -1t + 15 \Rightarrow 10t = 25 \Rightarrow t = 2.5 \text{ min}$$

**گام ۳:** در لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند،  $x_A = x_B$  است، پس داریم:

$$x_B = x_A = 1(2.5) - 10 = 2.5 - 10 = -7.5 \text{ m}$$

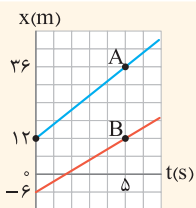
**روش دوم:** با توجه به شیب نمودارها، متحرک A در هر دقیقه ۱ m و متحرک B در هر دقیقه ۱ m به طرف متحرک دیگر حرکت می‌کنند و در مجموع دو متحرک در هر دقیقه، ۱۰ متر به هم نزدیک می‌شوند. می‌توانیم بگوییم سرعت دو متحرک نسبت به هم ۱۰ m/min است. هم‌چنین فاصله دو متحرک از هم در مبدأ ۲۵ m است. پس برای این‌که دو متحرک به هم برسند باید ۲۵ m به هم نزدیک شوند. یعنی داریم:

$$\Delta x = v_{\text{نسبی}} t \Rightarrow 25 = 10 \times t \Rightarrow t = 2.5 \text{ min}$$

برای محاسبه مکان رسیدن دو متحرک به هم کافی است ۲/۵ min را در معادله مکان-زمان یکی از متحرک‌ها بگذاریم:

$$x_A = v_A t + x_{A0} = \frac{v_A = 1 \text{ m/min}}{x_{A0} = -10 \text{ m}} \rightarrow x_A = 1 \times 2.5 + (-10) = -7.5 \text{ m}$$

**تیزبازی:** بدون حل هم می‌توانستیم پاسخ صحیح را پیدا کنیم. در لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند، نمودار مکان-زمان آن‌ها همدیگر را قطع می‌کنند. در نقطه تقاطع دو نمودار، t بیشتر از ۱/۲۵ min و x کم‌تر از ۱۵ m است.



**تست:** شکل روبه‌رو نمودار مکان-زمان دو متحرک A و B است. فاصله این دو متحرک از هم در لحظه  $t = 13 \text{ s}$  چند متر است؟

$$15 / 6 (1)$$

$$33 / 6 (2)$$

$$40 / 8 (3)$$

$$74 / 4 (4)$$

**پاسخ: ۲ روش اول: گام ۱:** سرعت هر کدام از متحرک‌ها برابر با شیب نمودار مکان-زمان آن‌ها است:

$$v_A = \text{شیب خط A} = \frac{36 - 12}{13 - 0} = \frac{24}{13} \text{ m/s}$$

$$v_B = \text{شیب خط B} = \frac{12 - (-6)}{13 - 0} = \frac{18}{13} \text{ m/s}$$

**گام ۲:** نمودارهای مکان-زمان خط راست هستند و حرکت با سرعت ثابت است؛ بنابراین معادله مکان-زمان این دو متحرک از رابطه  $x = vt + x_0$  به دست می‌آید:

$$x_A = v_A t + x_{A0} = \frac{24}{13} t + 12, x_B = v_B t + x_{B0} = \frac{18}{13} t - 6$$

**گام ۳:** حالا می‌خواهیم بدانیم این دو متحرک در لحظه  $t = 13 \text{ s}$  چه قدر با هم فاصله دارند:

$$x_A - x_B = \left[ \frac{24}{13} \times (13) + 12 \right] - \left[ \frac{18}{13} \times (13) - 6 \right] = 24 + 12 - 18 + 6 = 24 \text{ m}$$

تست‌های ۱۹۳ تا ۲۲۸ مربوط به این درس‌نامه‌اند که با همون ساختار فرد و زوج مرتب شدن.



## پرسش‌های چهارگزینه‌ای بخش دوم: حرکت با سرعت ثابت

### درس ۷: معادله و نمودار مکان-زمان حرکت با سرعت ثابت

**۱۶۹** متحرکی با سرعت ثابت در حال حرکت است. کدام یک از موارد زیر دربارهٔ این متحرک نادرست است؟

- (۱) در هر بازهٔ زمانی، مسافت طی شده توسط متحرک با اندازهٔ جابه‌جایی آن برابر است. (۲) در هر بازهٔ زمانی، شتاب متوسط متحرک برابر صفر است.  
(۳) سرعت متوسط متحرک در هر بازهٔ زمانی دلخواهی، یکسان است. (۴) جهت بردار مکان متحرک همواره ثابت است.

**۱۷۰** متحرکی فاصلهٔ مستقیم بین دو نقطهٔ معین را یک بار با تندی ثابت  $v_1$  و بار دیگر با تندی ثابت  $v_2$  طی می‌کند. زمان لازم برای طی این مسیر در دو حالت به ترتیب  $12 \text{ min}$  و  $6 \text{ min}$  است. اگر متحرک فاصلهٔ بین دو نقطه را با تندی  $v_1 + v_2$  طی کند، در مدت چند دقیقه این مسیر را می‌پیماید؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵/۴ (۴) ۹

**۱۷۱** جسمی با سرعت ثابت بر مسیری مستقیم در حرکت است. اگر جسم در لحظهٔ  $t_1 = 4 \text{ s}$  در مکان  $x_1 = 8 \text{ m}$  و در لحظهٔ  $t_2 = 10 \text{ s}$  در مکان  $x_2 = 26 \text{ m}$  باشد، معادلهٔ مکان-زمان آن در SI کدام است؟

- (۱)  $x = 3t + 4$  (۲)  $x = 3t - 4$  (۳)  $x = 2t + 4$  (۴)  $x = 2t - 4$

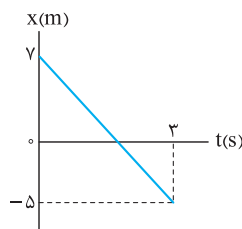
**۱۷۲** در یک مسیر مستقیم، قطاری که با تندی ثابت در حال حرکت است، از روی یک پل عبور می‌کند. از لحظه‌ای که قطار به پل می‌رسد،  $50$  ثانیه طول می‌کشد تا به طور کامل از روی پل عبور کند. اگر قطار  $30$  به طور کامل روی پل باشد، طول پل چند برابر طول قطار است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

**۱۷۳** برای دانستن محل قرارگیری یک ماهواره، تپ‌های الکترومغناطیسی را که با تندی نور در فضا حرکت می‌کنند، به طرف ماهوارهٔ مورد نظر می‌فرستند و بازتاب آن توسط ایستگاه زمینی دریافت می‌شود. اگر زمان رفت و برگشت تپ  $24 \text{ s}$  باشد، فاصلهٔ ماهواره از ایستگاه زمینی، چند کیلومتر است؟ (تندی انتشار نور را  $3 \times 10^8 \text{ m/s}$  در نظر بگیرید.) (برگرفته از کتاب درسی)

- (۱)  $3/6 \times 10^4$  (۲)  $7/2 \times 10^2$  (۳)  $3/6 \times 10^3$  (۴)  $7/2 \times 10^5$

**۱۷۴** نمودار مکان-زمان متحرکی که در راستای محور  $x$  حرکت می‌کند، به شکل روبه‌رو است. جابه‌جایی متحرک در  $5$  ثانیهٔ پنجم بر حسب متر کدام است؟



- (۱)  $2\hat{i}$  (۲)  $-2\hat{i}$  (۳)  $10\hat{i}$  (۴)  $-10\hat{i}$

**۱۷۵** خودرویی بر روی محور  $x$  فاصلهٔ بین دو نقطه را با سرعت ثابت  $30 \text{ km/h}$  طی می‌پیماید. اگر خودرو  $15$  درصد ابتدای مسیرش را در مدت  $3 \text{ min}$  پیموده باشد، جابه‌جایی خودرو در ادامهٔ مسیر در SI کدام است؟

- (۱)  $1000\hat{i}$  (۲)  $8500\hat{i}$  (۳)  $7500\hat{i}$  (۴)  $1500\hat{i}$

**۱۷۶** متحرکی در بازهٔ زمانی صفر تا  $t_1$  با سرعت ثابت بر روی محور  $x$  حرکت می‌کند. اگر بردار مکان این متحرک در لحظهٔ  $t_1 = 3 \text{ s}$  تغییر جهت داده و متحرک در  $62/5$  درصد از مدت زمان این حرکت، در طرف منفی محور  $x$  حضور داشته باشد و در لحظهٔ  $t_2$  از مکان  $x_2 = -30 \text{ m}$  عبور کند، معادلهٔ مکان-زمان آن در SI کدام است؟ ( $t_2 > t_1$ )

- (۱)  $x = -6t + 18$  (۲)  $x = -6t + 15$  (۳)  $x = -5t + 18$  (۴)  $x = -5t + 15$

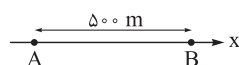
**۱۷۷** خودرویی فاصلهٔ مستقیم  $180$  کیلومتری دو نقطهٔ معین را با سرعت ثابت  $20 \text{ m/s}$  طی می‌کند. اگر خودرو این فاصله را با سرعت ثابت  $25 \text{ m/s}$  طی می‌کرد، چند دقیقه زودتر این فاصله را طی می‌کرد؟

- (۱) ۳ (۲) ۱۸ (۳) ۳۰ (۴) ۱۸۰

**۱۷۸** معادلهٔ مکان-زمان متحرکی که در راستای محور  $x$  حرکت می‌کند، در SI به صورت  $x = 6t - 30$  است. در بازهٔ زمانی  $t_1 = 2$  تا  $t_2 = 9 \text{ s}$ ، چند ثانیه بردار مکان متحرک در جهت محور  $x$  است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) صفر

**۱۷۹** در شکل زیر، متحرکی در جهت محور  $x$  با سرعت ثابت  $40 \text{ km/h}$ ، در حال حرکت است. در مبدأ زمان متحرک در نقطهٔ A قرار دارد. چند دقیقه فاصلهٔ متحرک از نقطهٔ B کمتر یا مساوی  $200 \text{ m}$  است؟



- (۱)  $0/3$  (۲)  $0/6$  (۳) ۱۸ (۴) ۳۶

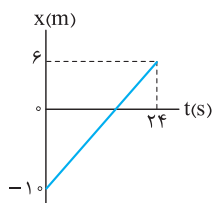
**۱۸۰** در یک مسیر مستقیم خودرویی با سرعت ثابت  $90 \text{ km/h}$  به سمت شخص ساکنی در حال حرکت است. در لحظه‌ای که فاصلهٔ خودرو از شخص  $68 \text{ m}$  است، رانندهٔ خودرو بوق خودرو را به صدا درمی‌آورد. در لحظه‌ای که شخص صدای بوق را می‌شنود، فاصلهٔ خودرو از او برابر چند متر است؟ (تندی انتشار صوت در هوا، ثابت و برابر  $340 \text{ m/s}$  است.)

- (۱) ۵۰ (۲) ۶۳ (۳) ۷۳ (۴) ۸۶



**۱۸۱** قطاری به طول  $300 \text{ m}$  با سرعت ثابت  $90 \text{ km/h}$  روی یک ریل مستقیم در حال حرکت است. از لحظه ورود این قطار به تونلی به طول  $150 \text{ m}$ ، چند ثانیه طول می کشد تا قطار به طور کامل از تونل خارج شود؟

**۱۸۲** نمودار مکان-زمان متحرکی که در راستای محور  $x$  حرکت می کند، به شکل روبه رواست. اگر فاصله متحرک از مبدأ در دو لحظه  $t_1$  و  $t_2$  برابر باشد، کدام درست است؟ ( $t_2$  و  $t_1$  برحسب ثانیه بوده و  $24 \text{ s} > t_2 > t_1$ )



$$t_2 + t_1 = 30 \text{ s} \quad (1)$$

$$t_2 + t_1 = 15 \text{ s} \quad (2)$$

$$t_2 - t_1 = 12 \text{ s} \quad (3)$$

$$t_2 - t_1 = 6 \text{ s} \quad (4)$$

**۱۸۳** متحرکی که با سرعت ثابت روی محور  $x$  حرکت می کند، در لحظه  $t_1 = 5 \text{ s}$  از مکان  $x_1 = 6 \text{ m}$  و در لحظه  $t_2 = 20 \text{ s}$  از مکان  $x_2 = 36 \text{ m}$  عبور می کند، در چه لحظه ای برحسب ثانیه، جهت بردار مکان متحرک تغییر می کند؟

$$2 \quad (1) \quad 3 \quad (2) \quad 4 \quad (3) \quad 5 \quad (4)$$

**۱۸۴** خودرویی با تندی ثابت  $v$  در مسیری مستقیم حرکت می کند و فاصله بین دو نقطه  $A$  و  $B$  را در مدت  $24 \text{ min}$  طی می کند. اگر خودرو در همین مسیر با تندی ثابت  $v + 10 \text{ km/h}$  حرکت کند، فاصله بین این دو نقطه را در مدت  $18 \text{ min}$  طی خواهد کرد. فاصله دو نقطه  $A$  و  $B$  چند کیلومتر است؟

$$9 \quad (1) \quad 12 \quad (2) \quad 18 \quad (3) \quad 24 \quad (4)$$

**۱۸۵** در جدول زیر، بردار مکان متحرکی که با سرعت ثابت در راستای محور  $x$  حرکت می کند در چند لحظه مشخص شده است.  $T$  و  $\vec{d}$  برحسب یکاهای SI کدام اند؟

| زمان (ثانیه)     | ۲           | ۷         | ۱۱          | T           |
|------------------|-------------|-----------|-------------|-------------|
| بردار مکان (متر) | $-7\vec{i}$ | $\vec{d}$ | $11\vec{i}$ | $17\vec{i}$ |

$$-3\vec{i}, 14 \quad (1) \quad -3\vec{i}, 14 \quad (2) \quad 3\vec{i}, 17 \quad (3) \quad -3\vec{i}, 17 \quad (4)$$

**۱۸۶** معادله مکان-زمان متحرکی که در راستای محور  $x$  حرکت می کند، در SI به صورت  $x = 5t - 20$  است. کدام یک از موارد زیر درباره حرکت این متحرک در  $10 \text{ s}$  اول درست است؟ (الف) جهت حرکت متحرک یک مرتبه تغییر می کند. (ب) فاصله متحرک از مبدأ مکان، پیوسته افزایش می یابد. (آزمون های آزمایشی خیلی سبز)

(پ) بردار مکان و سرعت متحرک،  $4 \text{ s}$  در خلاف جهت یکدیگرند. (ت) بردار جابه جایی متحرک در این  $10 \text{ s}$  برابر  $50 \text{ m}$  است.

$$1 \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad 3 \quad (3) \quad 4 \quad (4) \quad \text{الف و ب} \quad \text{ب و ت} \quad \text{پ و ت}$$

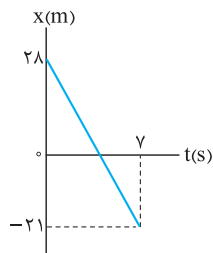
**۱۸۷** بردار مکان متحرکی که با سرعت ثابت روی محور  $x$  حرکت می کند، در لحظه های  $t_1 = 3 \text{ s}$  و  $t_2 = 15 \text{ s}$  به ترتیب  $x_1$  و  $x_2$  است. این متحرک در چه لحظه ای برحسب ثانیه از مبدأ مکان عبور می کند؟

$$5 \quad (1) \quad 7 \quad (2) \quad 9 \quad (3) \quad 11 \quad (4)$$

**۱۸۸** متحرکی با تندی ثابت  $12 \text{ m/s}$  در خلاف جهت محور  $x$  در حال حرکت است. اگر جهت بردار مکان متحرک در لحظه  $t = 3 \text{ s}$  تغییر کند، معادله مکان-زمان متحرک در SI کدام است؟

$$x = 12t - 4 \quad (1) \quad x = 12t - 36 \quad (2) \quad x = -12t + 4 \quad (3) \quad x = -12t + 36 \quad (4)$$

**نمودار مکان-زمان حرکت با سرعت ثابت به صورت یک خط راست است. تست های فرد بعدی را ببینید.**



**۱۸۹** نمودار مکان-زمان متحرکی که در راستای محور  $x$  حرکت می کند، به شکل روبه رواست. به ترتیب از راست به چپ متحرک در چه لحظه ای برحسب ثانیه و با تندی چند متر بر ثانیه از مبدأ مکان عبور می کند؟

$$1, 3 \quad (1)$$

$$1, 4 \quad (2)$$

$$7, 3 \quad (3)$$

$$7, 4 \quad (4)$$

**۱۹۰** متحرکی با سرعت ثابت در جهت محور  $x$  حرکت می کند. اگر اندازه بردار مکان متحرک در لحظه  $t_1 = 9 \text{ s}$ ،  $t_2 = 20$  برابر اندازه بردار مکان آن در لحظه  $t_3 = 15 \text{ s}$  باشد، در چه لحظه ای برحسب ثانیه متحرک از مبدأ مکان عبور می کند؟

$$21 \text{ یا } 13 \quad (1) \quad 3 \quad (2) \quad 13 \text{ یا } 3 \quad (3) \quad 3 \text{ یا } 21 \quad (4)$$

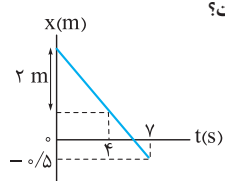
**۱۹۱** نمودار مکان-زمان متحرکی که بر روی محور  $x$  حرکت می کند، مطابق شکل روبه رواست. کدام یک از موارد زیر درباره حرکت درست است؟

(الف) بردار مکان اولیه متحرک در SI،  $3 \vec{i}$  است.

(ب) جهت بردار مکان متحرک در لحظه  $t = 5 \text{ s}$  تغییر می کند.

(پ) متحرک در ثانیه پنجم از مکان  $x = (1 \text{ m}) \vec{i}$  تا  $x = (0 \text{ m}) \vec{i}$  جابه جا می شود.

(ت) حرکت متحرک ابتدا کند شونده است.



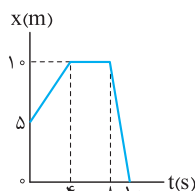
$$1 \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad 3 \quad (3) \quad 4 \quad (4) \quad \text{الف و ب} \quad \text{ب و ت} \quad \text{پ و ت}$$



- ۱۹۲ متحرکی با سرعت ثابت  $\vec{v} = (-4 \text{ m/s}) \hat{i}$  در مبدأ زمان از مکان  $\vec{x}_0 = (32 \text{ m}) \hat{i}$  عبور می‌کند. اگر اندازه جابه‌جایی این متحرک در  $t_1$  ثانیه دوم برابر اندازه بردار مکان آن در لحظه  $3t_1$  باشد، کدام عبارت‌های زیر می‌توانند درست باشند؟  
 الف) متحرک در لحظه  $3t_1$  در مکان  $\vec{x} = (8 \text{ m}) \hat{i}$  قرار دارد.  
 ب) بردار مکان متحرک در لحظه  $2t_1$  تغییر جهت می‌دهد.  
 پ) فاصله متحرک از مبدأ مکان در لحظه‌های  $2t_1$  و  $6t_1$  برابر است.  
 (۱) الف و ب (۲) الف و پ (۳) ب و پ (۴) الف، ب و پ

## درس ۸: مسئله‌های ترکیبی حرکت با سرعت ثابت

### الف) محاسبه سرعت متوسط و تندی متوسط در چند حرکت متوالی با سرعت‌های ثابت



۱۹۳ شکل روبه‌رو نمودار مکان-زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در راستای محور  $x$  حرکت می‌کند. به ترتیب از راست به چپ، معادله حرکت این متحرک در بازه‌های زمانی  $(0, 4 \text{ s})$  و  $(4 \text{ s}, 10 \text{ s})$  در SI کدام است؟

$$\begin{aligned} x &= -5t + 10, x = \frac{4}{5}t + 5 \quad (1) \\ x &= -5t + 5, x = \frac{4}{5}t + 5 \quad (2) \\ x &= -5t + 5, x = \frac{5}{4}t + 5 \quad (3) \end{aligned}$$

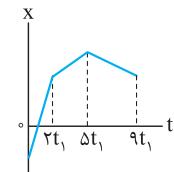
۱۹۴ شناگری طول  $60 \text{ m}$  استخری را در مسیر مستقیم رفت با سرعت ثابت  $4 \text{ m/s}$  و در مسیر مستقیم برگشت با سرعت ثابت  $2 \text{ m/s}$  طی می‌کند. در  $20$  ثانیه نخست این حرکت، تندی متوسط شناگر و اندازه سرعت متوسط آن به ترتیب از راست به چپ چند متر بر ثانیه است؟

$$\begin{aligned} 2/25, 3/25 \quad (1) \quad 2/25, 3/25 \quad (2) \quad 2/25, 3/25 \quad (3) \quad 2/75, 3/75 \quad (4) \end{aligned}$$

۱۹۵ متحرکی که روی خط راست و بدون تغییر جهت، در حال حرکت است،  $10 \text{ s}$  با تندی ثابت  $7 \text{ m/s}$ ،  $25 \text{ s}$  با تندی ثابت  $2 \text{ m/s}$  و در نهایت  $5 \text{ s}$  با تندی ثابت  $3 \text{ m/s}$  حرکت می‌کند. اندازه سرعت متوسط متحرک در این حرکت چند برابر  $7 \text{ m/s}$  است؟

$$\begin{aligned} 2 \quad (1) \quad \frac{7}{4} \quad (2) \quad \frac{15}{8} \quad (3) \quad \frac{13}{8} \quad (4) \end{aligned}$$

۱۹۶ نمودار مکان-زمان متحرکی که روی محور  $x$  حرکت می‌کند، مطابق شکل روبه‌رو است. تندی این متحرک در لحظه‌های  $t_1$ ،  $4t_1$  و  $7t_1$  به ترتیب  $4 \text{ m/s}$  و  $1/5 \text{ m/s}$  است. در بازه زمانی  $t_1$  تا  $7t_1$  تندی متوسط متحرک چند متر بر ثانیه از اندازه سرعت متوسط آن بیشتر است؟

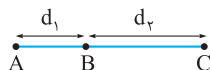


$$\begin{aligned} 0/5 \quad (1) \quad 1 \quad (2) \quad 1/5 \quad (3) \quad 2 \quad (4) \end{aligned}$$

۱۹۷ خودرویی در یک مسیر مستقیم و بدون تغییر جهت،  $2/5 \text{ km}$  با سرعت ثابت  $10 \text{ km/h}$  و در ادامه  $5 \text{ km}$  با سرعت ثابت  $30 \text{ km/h}$  حرکت می‌کند. اندازه سرعت متوسط متحرک در کل مسیر چند متر بر ثانیه است؟

$$\begin{aligned} 4/5 \quad (1) \quad 5 \quad (2) \quad 16/2 \quad (3) \quad 18 \quad (4) \end{aligned}$$

۱۹۸ در شکل زیر، متحرکی در مسیر مستقیم از نقطه  $A$  به نقطه  $C$  می‌رود. متحرک فاصله دو نقطه  $A$  و  $B$  را با سرعت ثابت  $12 \text{ m/s}$  و فاصله دو نقطه  $B$  و  $C$  را با سرعت ثابت  $3 \text{ m/s}$  طی می‌کند. اگر اندازه سرعت متوسط متحرک در کل حرکت برابر  $7/2 \text{ m/s}$  باشد،  $\frac{d_1}{d_2}$  برابر کدام است؟



$$\begin{aligned} \frac{2}{7} \quad (1) \quad \frac{2}{5} \quad (2) \quad \frac{7}{8} \quad (3) \quad \frac{8}{7} \quad (4) \end{aligned}$$

۱۹۹ متحرکی به اندازه  $d$  با تندی ثابت  $12 \text{ m/s}$  در جهت محور  $x$  و سپس در ادامه به اندازه  $\frac{d}{4}$  با تندی ثابت  $6 \text{ m/s}$  در خلاف جهت محور  $x$  جابه‌جا می‌شود. در این حرکت، اندازه سرعت متوسط و تندی متوسط متحرک به ترتیب چند متر بر ثانیه است؟

$$\begin{aligned} 10.6 \quad (1) \quad 9.6 \quad (2) \quad 10.5 \quad (3) \quad 9.5 \quad (4) \end{aligned}$$

۲۰۰ قطاری به طول  $300 \text{ m}$  با تندی ثابت  $72 \text{ km/h}$ ، وارد تونل مستقیمی به طول  $1/8 \text{ km}$  می‌شود و تا رسیدن به نیمه تونل با همین تندی حرکت می‌کند. پس از رسیدن به نیمه تونل با تندی  $54 \text{ km/h}$  به حرکتش ادامه می‌دهد تا به طور کامل از تونل خارج شود. تندی متوسط قطار از لحظه رسیدن به تونل تا خروج کامل آن از تونل چند متر بر ثانیه است؟

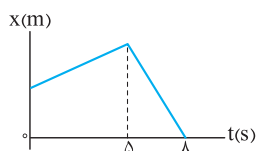
$$\begin{aligned} 16/3 \quad (1) \quad 16/8 \quad (2) \quad 17/5 \quad (3) \quad 18 \quad (4) \end{aligned}$$

۲۰۱ متحرکی  $4 \text{ s}$  با سرعت ثابت  $(20 \text{ m/s}) \hat{i}$  و در ادامه  $6 \text{ s}$  با سرعت ثابت  $\vec{v}$  حرکت می‌کند. اگر در این مدت سرعت متوسط متحرک  $(5 \text{ m/s}) \hat{i}$  باشد،  $\vec{v}$  برحسب متر بر ثانیه کدام است؟

$$\begin{aligned} 10 \hat{i} \quad (1) \quad -10 \hat{i} \quad (2) \quad 5 \hat{i} \quad (3) \quad -5 \hat{i} \quad (4) \end{aligned}$$

۲۰۲ متحرکی روی خط راست و بدون تغییر جهت به اندازه  $d$  جابه‌جا می‌شود. اگر متحرک  $\frac{d}{4}$  ابتدای مسیر را با تندی ثابت  $24 \text{ m/s}$  و  $\frac{d}{4}$  بعدی مسیر را با تندی ثابت  $12 \text{ m/s}$  و بقیه مسیر را با تندی ثابت  $6 \text{ m/s}$  طی کند، تندی متوسط متحرک در کل این جابه‌جایی چند متر بر ثانیه است؟

$$\begin{aligned} 12 \quad (1) \quad 16 \quad (2) \quad 18 \quad (3) \quad 20 \quad (4) \end{aligned}$$



- ۲۵۳ نمودار مکان-زمان متحرکی که در راستای محور  $x$  حرکت می‌کند، به شکل روبه‌رواست. اگر تندی متحرک در لحظه  $t_1 = 2$  s برابر  $4$  m/s و در لحظه  $t_2 = 6$  s برابر  $10$  m/s باشد، تندی متوسط متحرک و اندازه سرعت متوسط آن در ۸ ثانیه اول، به ترتیب از راست به چپ چند متر بر ثانیه است؟
- ۱/ ۲۵، ۶/ ۲۵ (۱)  
۲/ ۲۵، ۱۲/ ۵ (۲)  
۳/ ۲۵، ۶/ ۲۵ (۳)  
۴/ ۲۵، ۱۲/ ۵ (۴)

- ۲۵۴ سرعت متحرکی که بر روی محور  $x$  حرکت می‌کند، در مبدأ زمان  $\vec{v}_1 = (8 \text{ m/s}) \hat{i}$  است و متحرک مسافت  $48$  m را با همین سرعت می‌پیماید و سپس به مدت  $4$  s با سرعت ثابت  $\vec{v}_2$  حرکت می‌کند. اگر سرعت متوسط متحرک در کل حرکت، برابر  $\vec{v}_{av} = (2 \text{ m/s}) \hat{i}$  باشد، بردار شتاب متوسط متحرک در بازه  $t_1 = 3$  s تا  $t_2 = 8$  s در SI کدام است؟
- ۱/  $3 \hat{i}$  (۱)  
۲/  $-3 \hat{i}$  (۲)  
۳/  $0/2 \hat{i}$  (۳)  
۴/  $-0/2 \hat{i}$  (۴)

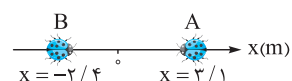
## ب) حرکت دو متحرک با سرعت ثابت

رسیدیم به فرارگاه بتمن توی بخش ۲! برای حل این تست‌ها اولاً باید وقت بیشتری در نظر بگیرید. ثانیاً باید فاسفر بیشتری بسوزانید. توصیه می‌کنیم پاسخ تست‌های این قسمت رو حتماً حتماً بخونید. حتی اگه تست رو درست حل کردید!

- ۲۵۵ معادله مکان-زمان دو متحرک A و B که در راستای محور  $x$  حرکت می‌کنند، در SI به ترتیب به صورت  $x_A = 4t - 11$  و  $x_B = -t + 9$  است. به ترتیب از راست به چپ، در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه دو متحرک به هم می‌رسند و در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه فاصله دو متحرک از یکدیگر برای دومین بار به  $10$  m می‌رسد؟
- ۱/ ۲، ۴ (۱)  
۲/ ۴، ۶ (۲)  
۳/ ۵، ۲ (۳)  
۴/ ۴، ۵ (۴)

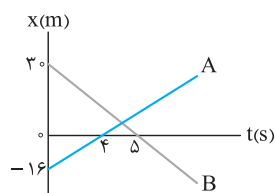
- ۲۵۶ روی دو ریل مستقیم و موازی دو قطار A و B به ترتیب با تندی ثابت  $60$  km/h و  $30$  km/h به سمت یکدیگر حرکت می‌کنند. طول دو قطار به ترتیب  $300$  m و  $400$  m و فاصله آن‌ها در مبدأ زمان برابر  $200$  m است. در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه دو قطار به طور کامل از کنار یکدیگر عبور می‌کنند؟
- ۱/ ۱۰ (۱)  
۲/ ۱۸ (۲)  
۳/ ۲۰ (۳)  
۴/ ۳۶ (۴)

- ۲۵۷ شکل زیر دو کفش‌دوزک A و B را در مبدأ زمان نشان می‌دهد که به ترتیب با تندی‌های ثابت  $1$  m/min و  $1/2$  m/min و بدون تغییر جهت در راستای محور  $x$  حرکت می‌کنند. دو کفش‌دوزک در چه مکانی برحسب متر به هم می‌رسند؟



(برگرفته از کتاب درسی)

- ۱/  $2/5$  (۱)  
۲/  $6/5$  (۲)  
۳/  $2/5$  (۳)  
۴/  $6/5$  (۴)



- ۲۵۸ نمودار مکان-زمان دو متحرک A و B که در راستای محور  $x$  حرکت می‌کنند، به شکل روبه‌رواست. مکان هم‌رسی دو متحرک برحسب متر کدام است؟

(برگرفته از کتاب درسی)

- ۱/  $2/4$  (۱)  
۲/  $2/6$  (۲)  
۳/  $3/4$  (۳)  
۴/  $3/6$  (۴)

- ۲۵۹ دو متحرک با تندی ثابت  $v_1$  و  $v_2$ ، روی خط راست طوری حرکت می‌کنند که اگر خلاف جهت هم بروند، فاصله آن‌ها در هر ثانیه  $16$  متر تغییر می‌کند و اگر هم جهت حرکت کنند، فاصله آن‌ها در هر دقیقه  $240$  متر تغییر می‌کند. کدام است  $\frac{v_2}{v_1}$ ؟

- ۱/  $3/2$  (۱)  
۲/  $4/3$  (۲)  
۳/  $5/3$  (۳)  
۴/  $6/5$  (۴)

- ۲۶۰ متحرک A با تندی ثابت  $6$  m/s و متحرک B با تندی ثابت  $8$  m/s در جهت محور  $x$  در حال حرکت هستند. اگر متحرک A در مبدأ زمان و متحرک B، ۲ ثانیه پس از آن، از مبدأ مکان عبور کنند، فاصله دو متحرک در بازه زمانی  $t_1 = 6$  s تا  $t_2 = 10$  s چگونه تغییر می‌کند؟

۱) به طور پیوسته کاهش می‌یابد.

۲) به طور پیوسته افزایش می‌یابد.

۳) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

۴) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

- ۲۶۱ دو متحرک A و B با سرعت‌های ثابت  $\vec{v}_A = (5 \text{ m/s}) \hat{i}$  و  $\vec{v}_B = (-3 \text{ m/s}) \hat{i}$ ، در امتداد محور  $x$  حرکت می‌کنند. در مبدأ زمان دو متحرک به سمت یکدیگر حرکت می‌کنند و فاصله آن‌ها از هم  $40$  m است. در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، فاصله دو متحرک از هم برای دومین مرتبه به  $8$  m می‌رسد؟

- ۱/ ۴ (۱)  
۲/ ۵ (۲)  
۳/ ۶ (۳)  
۴/ ۷ (۴)

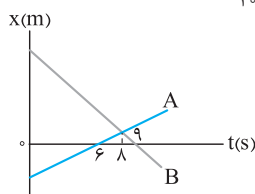
- ۲۶۲ متحرک A با سرعت ثابت  $(10 \text{ m/s}) \hat{i}$  و متحرک B با سرعت ثابت  $(12 \text{ m/s}) \hat{i}$  در راستای محور  $x$  در حال حرکت هستند. اگر دو متحرک به ترتیب در لحظه‌های  $t_1 = 0$  s و  $t_2 = 2$  s از مبدأ مکان عبور کنند، در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه هر دو از یک مکان عبور می‌کنند؟

(آزمون‌های آزمایشی خیلی سبز)

- ۱/ ۸ (۱)  
۲/ ۱۰ (۲)  
۳/ ۱۲ (۳)  
۴/ ۱۴ (۴)

- ۲۶۳ متحرک A با تندی ثابت  $2$  m/s و متحرک B با تندی ثابت  $6$  m/s هر دو در جهت محور  $x$  حرکت می‌کنند. اگر در مبدأ زمان دو متحرک به ترتیب از مکان‌های  $x_A = 3$  m و  $x_B = -9$  m عبور کنند، چند ثانیه فاصله این دو متحرک کم‌تر از  $5$  m است؟

- ۱/  $2/5$  (۱)  
۲/  $5/2$  (۲)  
۳/  $5/7$  (۳)  
۴/  $7/5$  (۴)



- ۲۶۴ نمودار مکان-زمان دو متحرک A و B که در راستای محور  $x$  حرکت می‌کنند، به شکل روبه‌رواست. مسافت طی شده توسط متحرک A در ۶ ثانیه اول چند برابر مسافت طی شده توسط متحرک B در ۸ ثانیه اول است؟

- ۱/  $3/8$  (۱)  
۲/  $8/3$  (۲)  
۳/  $3/2$  (۳)  
۴/  $2/3$  (۴)

نمودارهای مکان-زمان دو متحرک که با سرعت ثابت حرکت می‌کنند، همیشه می‌تونه سوژه جذابی برای طرح سؤال باشه! تست‌های فرد بعدی رو از دست ندید که خیلی مهم‌اند.

**۲۱۵** شکل مقابل، نمودار مکان-زمان دو متحرک را نشان می‌دهد که روی محور  $x$  حرکت می‌کنند. در لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند، مکان آن‌ها در کدام SI است؟

(ریاضی خارج ۱۴۰۱)

۱)  $-۲۰$   
۲)  $-۱۸$   
۳)  $-۱۶$   
۴)  $-۱۴$

**۲۱۶** نمودار مکان-زمان دو متحرک A و B که در راستای محور  $x$  حرکت می‌کنند، به شکل روبه‌رو است. اگر تندی متحرک A، ۳ برابر تندی متحرک B باشد، در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه دو متحرک از یک مکان عبور می‌کنند؟

(آزمون‌های آزمایشی خیلی سبز)

۱) ۳  
۲) ۴  
۳) ۴/۵  
۴) ۵/۴

**۲۱۷** شکل روبه‌رو، بخشی از نمودار مکان-زمان دو متحرک A و B را نشان می‌دهد که در راستای محور  $x$  حرکت می‌کنند. فاصله دو متحرک در لحظه  $t = ۵$  s چند برابر فاصله دو متحرک در لحظه  $t = ۱۰$  s است؟

(برگرفته از کتاب درسی)

۱)  $\frac{۷}{۶}$   
۲)  $\frac{۶}{۷}$   
۳)  $\frac{۱}{۲}$   
۴) ۲

**۲۱۸** نمودار مکان-زمان دو متحرک A و B که در راستای محور  $x$  حرکت می‌کنند، به شکل مقابل است. در بازه زمانی که بردار مکان دو متحرک در خلاف جهت یکدیگر است، فاصله بین آن‌ها چند متر تغییر می‌کند؟

(آزمون‌های آزمایشی خیلی سبز)

۱) ۸  
۲) ۱۶  
۳) ۲۴  
۴) ۳۲

**۲۱۹** نمودار مکان-زمان دو متحرک A و B که در راستای محور  $x$  حرکت می‌کنند، به شکل روبه‌رو است. در لحظه‌ای که بردار مکان متحرک A تغییر جهت می‌دهد، فاصله دو متحرک از هم چند متر است؟

۱)  $\frac{۲}{۵}$   
۲) ۵  
۳)  $\frac{۷}{۵}$   
۴)  $\frac{۳}{۷۵}$

**۲۲۰** فاصله دو متحرک A و B که با سرعت ثابت در جهت محور  $x$  حرکت می‌کنند، در مبدأ زمان برابر  $۳۰۰$  m است. اگر در طی حرکت، فاصله دو متحرک از یکدیگر، به مدت  $۶$  s کم‌تر از  $۲۰$  m باشد، در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، دو متحرک به هم می‌رسند؟

(آزمون‌های آزمایشی خیلی سبز)

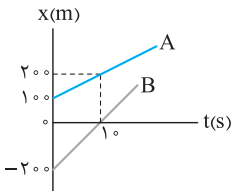
**۲۲۱** نمودار مکان-زمان دو خودرو که روی خط راست حرکت می‌کنند، مطابق شکل مقابل است. در لحظه‌های  $t_1$  و  $t_2$  فاصله دو متحرک از هم  $۶۰۰$  m است.  $\frac{t_2}{t_1}$  کدام است؟

(تجربی خارج ۱۴۰۰)

۱) ۱۵  
۲) ۱۳  
۳) ۸  
۴) ۵

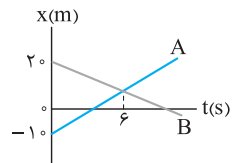
**۲۲۲** در شکل زیر، دو متحرک هم‌زمان از نقطه‌های A و B با سرعت‌های ثابت به سمت یکدیگر حرکت می‌کنند و در نقطه O از کنار هم می‌گذرند. در ادامه  $۴$  s طول می‌کشد تا متحرک اول از O به B و  $۹$  s طول می‌کشد تا متحرک دوم از O به A برسد. اگر تندی متحرک اول  $۱۲$  m/s باشد، به ترتیب فاصله دو نقطه A و B چند متر است و چند ثانیه طول می‌کشد تا متحرک دوم از B به A برسد؟

۱)  $۱۰، ۱۲۰$   
۲)  $۱۵، ۱۲۰$   
۳)  $۱۰، ۱۸۰$   
۴)  $۱۵، ۱۸۰$



۲۲۳ شکل مقابل، نمودار مکان-زمان دو متحرک A و B را نشان می‌دهد. در این مسیر، به مدت چند ثانیه فاصله دو متحرک از هم، کمتر یا مساوی ۲۰ متر است؟

- ۸ (۱)  
۶ (۲)  
۴ (۳)  
۲ (۴)

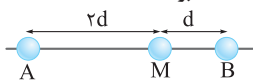


۲۲۴ نمودار مکان-زمان دو متحرک A و B که با سرعت ثابت روی محور x حرکت می‌کنند، به شکل روبه‌رو است. در طی حرکت دو متحرک، چند ثانیه فاصله آن‌ها کمتر از ۵۰ m و بیشتر از ۱۰ m است؟

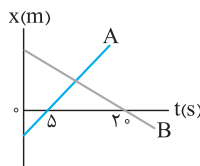
- ۱۶ (۱)  
۸ (۳)

۲۲۵ دو متحرک هم‌زمان به طرف هم حرکت می‌کنند، به هم می‌رسند ولی ماجرا از وقتی شروع می‌شود که متحرک‌ها از کنار هم رد می‌شوند! ماجرای تست‌های فرد بعدی این موضوعه!

در شکل زیر، دو متحرک (۱) و (۲) که با سرعت ثابت به سمت یکدیگر در حال حرکت هستند، در یک لحظه، به ترتیب در نقاط A و B قرار دارند و در نقطه M از کنار یکدیگر عبور می‌کنند. در ادامه حرکت، اگر متحرک (۱) در مدت ۲۴ s، از نقطه M به نقطه B برسد، چند ثانیه طول می‌کشد تا متحرک (۲) از نقطه M به نقطه A برسد؟



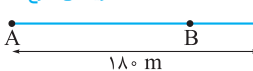
- ۱۲ (۲)  
۹۶ (۴)



۲۲۶ نمودار مکان-زمان دو متحرک A و B مطابق شکل مقابل است. اگر در لحظه  $t = 0$  فاصله دو متحرک ۱۵۰ m باشد و تندی متحرک ۲، برابر تندی متحرک B باشد، فاصله دو متحرک در لحظه  $t = ۲۰$  s، چند متر است؟

- ۵۰ (۱)  
۱۰۰ (۲)  
۱۵۰ (۳)  
۲۰۰ (۴)

۲۲۷ دو متحرک هم‌زمان از نقطه A و C با سرعت‌های ثابت به سمت یکدیگر حرکت می‌کنند و در نقطه B از کنار هم می‌گذرند و در ادامه، ۱۶ s طول می‌کشد تا متحرک اول از B به C برسد و ۲۵ s طول می‌کشد تا دومی از B به A برسد. بزرگی سرعت متحرک اول چند متر بر ثانیه است؟



- ۵ (۲)  
۸ (۴)

۲۲۸ دو متحرک (۱) و (۲) با تندی‌های ثابت  $v_1$  و  $v_2 = ۲v_1$ ، هم‌زمان از نقاط A و B به سمت یکدیگر حرکت می‌کنند و پس از مدت T به هم می‌رسند. اگر اختلاف زمان رسیدن هر یک از دو متحرک به مبدأ حرکت خودروی دیگر،  $T'$  باشد،  $\frac{T}{T'}$  کدام است؟



- $\frac{1}{2}$  (۳)

- $\frac{2}{3}$  (۲)

- $\frac{1}{4}$  (۱)

## بخش دوم: حرکت با سرعت ثابت

برای ورود به تست‌های درهم بخش ۲ حداقل باید تست‌های فرد یا تست‌های زوج درس‌های ۷ و ۸ را زده باشی.

۲۲۹ چند مورد از عبارت‌های زیر درباره متحرکی که با سرعت ثابت بر روی محور x حرکت می‌کند، همواره درست است؟

(الف) در هر لحظه بردار مکان و سرعت متحرک هم‌جهت هستند.

(ب) تندی متوسط متحرک در هر بازه زمانی دلخواه با بزرگی سرعت آن در مبدأ زمان برابر است.

(پ) متحرک پیوسته در حال دور شدن از مکان اولیه‌اش است.

(ت) اندازه بردار تغییرات سرعت در تمام بازه‌های زمانی برابر با تندی متحرک در هر لحظه است.

- ۴ (۴)

- ۳ (۳)

- ۲ (۲)

- ۱ (۱)

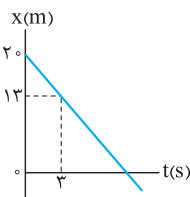
۲۳۰ خودرویی با تندی ثابت  $۴/۵ \text{ km/h}$  روی سطح شیب‌داری که با افق زاویه  $۳۰^\circ$  می‌سازد، در حال حرکت است. چند ثانیه طول می‌کشد تا ارتفاع خودرو از سطح زمین ۹ m تغییر کند؟

- ۱۴/۴ (۴)

- ۳/۶ (۳)

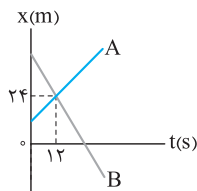
- ۴ (۲)

- ۱ (۱)



۲۳۱ نمودار مکان-زمان متحرکی که با سرعت ثابت در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل روبه‌رو است. بردار مکان متحرک در لحظه  $t = ۱۲ \text{ s}$  برحسب متر برابر کدام است؟

- $۸ \vec{i}$  (۱)  
 $-۸ \vec{i}$  (۲)  
 $۱۵ \vec{i}$  (۳)  
 $-۱۵ \vec{i}$  (۴)

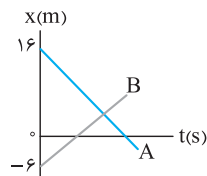


۲۳۲- نمودار مکان- زمان دو متحرک A و B که در راستای محور x حرکت می کنند، به شکل مقابل است. تندی متحرک B، ۲ برابر تندی متحرک A است. اگر فاصله دو متحرک در مبدأ زمان ۴۸ m باشد، در لحظه ای که متحرک B از مبدأ مکان عبور می کند، فاصله دو متحرک از هم چند متر است؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۲۸ (۳) ۳۲ (۴) ۳۶

۲۳۳- متحرکی با سرعت ثابت در راستای محور x حرکت می کند. اگر فاصله متحرک از مبدأ مکان در دو لحظه  $t_1 = 2$  s و  $t_2 = 6$  s به ترتیب برابر ۱۰ m و ۵۰ m باشد، تندی متحرک چند متر بر ثانیه می تواند باشد؟

- (۱) ۷/۵ یا ۵ (۲) ۱۵ یا ۵ (۳) ۷/۵ یا ۱۰ (۴) ۱۵ یا ۱۰



۲۳۴- نمودار مکان- زمان دو متحرک A و B که در راستای محور x حرکت می کنند، به شکل روبه رو است. اگر تندی متحرک A، ۲۰ درصد بیشتر از تندی متحرک B باشد، دو متحرک در فاصله چند متری مبدأ به یکدیگر می رسند؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۲۳۵- دو متحرک A و B با سرعت ثابت در راستای محور x در حال حرکت هستند. بردار مکان دو متحرک در مبدأ زمان به ترتیب  $\vec{i}$  (۲۴ m) و  $\vec{i}$  (-۱۸ m) است و دو متحرک به ترتیب در لحظه های  $t_1 = T$  و  $t_2 = 2T$  از مبدأ مکان عبور می کنند. اگر سرعت متحرک A، برابر  $\vec{v}$  باشد، سرعت متحرک B کدام است؟

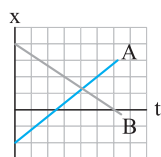
- (۱)  $\frac{2}{3}\vec{v}$  (۲)  $-\frac{2}{3}\vec{v}$  (۳)  $\frac{3}{4}\vec{v}$  (۴)  $-\frac{3}{4}\vec{v}$

۲۳۶- متحرکی با سرعت ثابت  $(4 \text{ m/s}) \vec{i}$  در راستای محور x در حال حرکت است. اگر بردار مکان متحرک در مبدأ زمان برابر  $\vec{i}$  (-۱۵ m) باشد، چند ثانیه، فاصله متحرک از مبدأ مکان کمتر یا مساوی ۶ m است؟

- (۱) ۱/۵ (۲) ۲/۲۵ (۳) ۳ (۴) ۴/۵

۲۳۷- شناگری طول استخری را در امتداد محور x با سرعت ثابت  $v_1 \vec{i}$  رفته و در همان راستا با سرعت ثابت  $v_2 \vec{i}$  برمی گردد؛ تندی متوسط شناگر در این حرکت رفت و برگشت برابر کدام است؟ (از زمان لازم برای تغییر تندی شناگر در لحظه تغییر جهت حرکت آن چشم پوشی کنید.)

- (۱)  $\frac{|v_2 - v_1|}{2}$  (۲)  $\frac{|v_2 + v_1|}{2}$  (۳)  $\frac{2|v_1 v_2|}{|v_1 - v_2|}$  (۴)  $\frac{2|v_1 v_2|}{|v_1 + v_2|}$

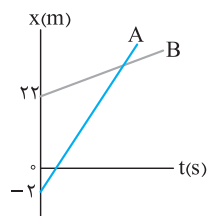


۲۳۸- نمودار مکان- زمان دو متحرک A و B که در راستای محور x حرکت می کنند، به شکل مقابل است. از مبدأ زمان، تا لحظه ای که دو متحرک به هم می رسند، اندازه جابه جایی متحرک A، چند برابر اندازه جابه جایی متحرک B است؟

- (۱)  $\frac{4}{3}$  (۲)  $\frac{5}{4}$  (۳)  $\frac{7}{6}$  (۴)  $\frac{6}{5}$

۲۳۹- دو متحرک (۱) و (۲) که در مبدأ زمان در مبدأ مکان قرار دارند، با سرعت های ثابت  $\vec{v}_1 = (10 \text{ m/s}) \vec{i}$  و  $\vec{v}_2 = (12 \text{ m/s}) \vec{i}$  به سمت مقصدی در فاصله ۲۴۰ متری مبدأ حرکت می کنند. در این مسیر بیشینه فاصله دو متحرک چند متر است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۴۰ (۳) ۴۸ (۴) ۶۰

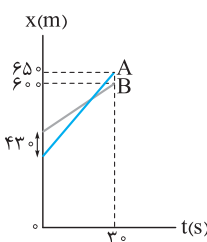


۲۴۰- نمودار مکان- زمان دو متحرک A و B که در راستای محور x حرکت می کنند، به شکل روبه رو است. اگر دو متحرک ۶ s در حال نزدیک شدن به هم باشند، در چه لحظه ای بر حسب ثانیه فاصله دو متحرک از یکدیگر برای دومین مرتبه به ۶ m می رسد؟

- (۱) ۴ (۲) ۴/۵ (۳) ۷/۵ (۴) ۸

۲۴۱- متحرکی روی خط راست و در یک جهت مسیر مشخصی را در دو حالت می پیماید. در حالت اول، نیمی از طول مسیر را با سرعت ثابت v و نیمه دیگر آن را با سرعت ثابت ۲v طی می کند و در حالت دوم، نیمی از زمان طی این مسیر را با سرعت ثابت v و ادامه مسیر را با سرعت ثابت ۲v حرکت می کند. اندازه سرعت متوسط متحرک در حالت اول چند برابر حالت دوم است؟

- (۱)  $\frac{8}{9}$  (۲)  $\frac{9}{8}$  (۳)  $\frac{3}{4}$  (۴)  $\frac{4}{3}$



۲۴۲- نمودار مکان- زمان دو متحرک A و B به صورت شکل روبه رو است. سرعت متحرک A چند متر بر ثانیه بیشتر از سرعت متحرک B است؟ (تجربی خارج ۹۳)

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۲/۶ (۳) ۱۶ (۴) ۱۶/۳



۲۴۳- در شکل زیر، دو متحرک (۱) و (۲) به ترتیب با سرعت‌های ثابت  $\vec{v}_1 = (12 \text{ m/s}) \vec{i}$  و  $\vec{v}_2 = (18 \text{ m/s}) \vec{i}$  روی محور x در حال حرکت هستند. در لحظه  $t_1$  متحرک (۱) از نقطه A می‌گذرد و ۴ s پس از این لحظه، متحرک (۲)، هم از نقطه A عبور می‌کند. اگر دو متحرک در لحظه  $t_2$  با هم به نقطه B برسند. فاصله دو نقطه A و B چند متر است؟

|         |         |
|---------|---------|
| ۴۸ (۱)  | ۹۶ (۲)  |
| ۱۴۴ (۳) | ۱۹۲ (۴) |

۲۴۴- متحرکی روی خط راست، مسیر مشخصی را با تندی ثابت  $8 \text{ m/s}$  طی می‌کند و سپس  $\frac{1}{3}$  مسیر را با تندی ثابت  $4 \text{ m/s}$  برمی‌گردد. در این حرکت به ترتیب، اندازه سرعت متوسط و تندی متوسط متحرک چند متر بر ثانیه است؟

|              |              |              |              |
|--------------|--------------|--------------|--------------|
| ۷/۲، ۴/۵ (۱) | ۷/۲، ۳/۲ (۲) | ۶/۴، ۴/۵ (۳) | ۶/۴، ۳/۲ (۴) |
|--------------|--------------|--------------|--------------|

۲۴۵- متحرکی که با سرعت ثابت  $\vec{v} = (-8 \text{ m/s}) \vec{i}$  حرکت می‌کند، در مبدأ زمان از مکان  $x_0 = 24 \text{ m}$  می‌گذرد. اگر اندازه جابه‌جایی متحرک در  $t_1$  ثانیه اول برابر اندازه بردار مکان آن در لحظه  $t_1$  باشد، در چه لحظه‌ای بر حسب  $t_1$  بردار مکان متحرک تغییر جهت می‌دهد؟

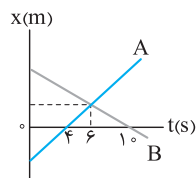
|                     |                       |             |             |
|---------------------|-----------------------|-------------|-------------|
| $\frac{t_1}{3}$ (۱) | $\frac{3}{4} t_1$ (۲) | $2 t_1$ (۳) | $3 t_1$ (۴) |
|---------------------|-----------------------|-------------|-------------|

۲۴۶- خودرویی در مسیر مستقیم با سرعت ثابت از نقطه A تا نقطه B جابه‌جایی می‌شود. فاصله این دو نقطه  $900 \text{ m}$  است. اگر خودرو این مسیر را یک بار با تندی ثابت  $20 \text{ km/h}$  و بار دوم با تندی ثابت  $30 \text{ km/h}$  طی کند، اختلاف زمانی رسیدن خودرو به نقطه B در این دو حالت چند دقیقه است؟

|         |         |         |         |
|---------|---------|---------|---------|
| ۰/۹ (۱) | ۱/۸ (۲) | ۲/۷ (۳) | ۵/۴ (۴) |
|---------|---------|---------|---------|

۲۴۷- متحرکی که در بازه زمانی صفر تا  $3T$  بر روی محور x حرکت می‌کند، در T ثانیه‌های اول، دوم و سوم به ترتیب با سرعت‌های ثابت  $\vec{v}_1$ ،  $\vec{v}_2$  و  $\vec{v}_3$  حرکت می‌کند. اگر سرعت متوسط متحرک در بازه‌های «صفر تا  $2T$ » و « $2T$  تا  $3T$ » و سرعت متوسط در کل زمان حرکت به ترتیب  $\vec{i}$  ( $2 \text{ m/s}$ ) و  $-\vec{i}$  ( $5 \text{ m/s}$ ) و  $\vec{i}$  ( $3 \text{ m/s}$ ) باشد، بردار  $\vec{v}_3$  در SI کدام است؟

|                 |                  |                 |                  |
|-----------------|------------------|-----------------|------------------|
| $6 \vec{i}$ (۱) | $-6 \vec{i}$ (۲) | $5 \vec{i}$ (۳) | $-5 \vec{i}$ (۴) |
|-----------------|------------------|-----------------|------------------|



۲۴۸- نمودار مکان-زمان متحرک‌های A و B که در راستای محور x حرکت می‌کنند، به شکل مقابل است. در مبدأ زمان، اندازه بردار مکان متحرک A چند برابر اندازه بردار مکان متحرک B است؟

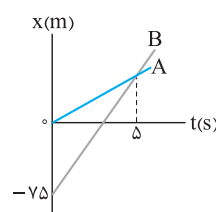
|                   |                   |                   |                   |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| $\frac{4}{5}$ (۱) | $\frac{5}{4}$ (۲) | $\frac{5}{6}$ (۳) | $\frac{6}{5}$ (۴) |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|

۲۴۹- دوچرخه‌سواری در امتداد محور x،  $45 \text{ min}$  با سرعت ثابت  $\vec{v}_1 = (20 \text{ km/h}) \vec{i}$  حرکت می‌کند. سپس به مدت  $15 \text{ min}$  متوقف شده و استراحت می‌کند و در ادامه  $30 \text{ min}$  با سرعت ثابت  $\vec{v}_2$  به حرکت خود ادامه می‌دهد. اگر سرعت متوسط دوچرخه در این  $90$  دقیقه،  $\vec{i}$  ( $6 \text{ km/h}$ ) باشد، سرعت متوسط آن در ۱ ساعت پایانی بر حسب کیلومتر بر ساعت کدام است؟

|               |                |                 |                  |
|---------------|----------------|-----------------|------------------|
| $\vec{i}$ (۱) | $-\vec{i}$ (۲) | $4 \vec{i}$ (۳) | $-4 \vec{i}$ (۴) |
|---------------|----------------|-----------------|------------------|

۲۵۰- مسیر مستقیمی دو شهر A و B را به هم وصل می‌کند. خودروی (۱) با سرعت ثابت از شهر A به B و خودروی (۲) با سرعت ثابت از شهر B به شهر A می‌رود. در ساعت ۸ صبح خودروی (۱) در شهر A و خودروی B در شهر B قرار دارند. و در ساعت ۹ صبح دو خودرو از کنار هم عبور می‌کنند. اگر خودروی (۱) در ساعت ۱۱ صبح به شهر B برسد، خودروی (۲) در چه ساعتی به شهر A می‌رسد؟

|           |           |            |            |
|-----------|-----------|------------|------------|
| ۹:۳۰' (۱) | ۹:۴۵' (۲) | ۱۲:۰۰' (۳) | ۱۳:۰۰' (۴) |
|-----------|-----------|------------|------------|



۲۵۱- نمودار مکان-زمان دو متحرک A و B که روی محور x حرکت می‌کنند، به شکل روبه‌رو است. اندازه سرعت متحرک B، ..... متر بر ثانیه از اندازه سرعت متحرک A، ..... است.

|              |               |             |              |
|--------------|---------------|-------------|--------------|
| ۵ (۱)، بیشتر | ۱۵ (۲)، بیشتر | ۵ (۳)، کمتر | ۱۵ (۴)، کمتر |
|--------------|---------------|-------------|--------------|

۲۵۲- دو متحرک A و B با سرعت ثابت در جهت محور x در حال حرکت هستند؛ در مبدأ زمان متحرک A،  $40 \text{ m}$  عقب‌تر از متحرک B و در لحظه  $t = 8 \text{ s}$  متحرک A،  $8 \text{ m}$  جلوتر از متحرک B قرار دارد. اگر تندی متحرک B برابر  $8 \text{ m/s}$  باشد، تندی متحرک A برابر چند متر بر ثانیه است؟

|       |        |        |        |
|-------|--------|--------|--------|
| ۲ (۱) | ۱۲ (۲) | ۱۴ (۳) | ۱۶ (۴) |
|-------|--------|--------|--------|

## بخش دوم: حرکت با سرعت ثابت



۲۵۳- متحرکی در مدت  $3\Delta t$  بر روی محور x حرکت می‌کند به طوری که در  $\Delta t$  ثانیه اول حرکتش با سرعت ثابت  $\vec{v}_1 = (6 \text{ m/s}) \vec{i}$  و در  $\Delta t$  ثانیه‌های دوم و سوم حرکتش به ترتیب با سرعت‌های ثابت  $\vec{v}_2$  و  $\vec{v}_3$  حرکت می‌کند. اگر سرعت متوسط متحرک در  $2\Delta t$  ثانیه اول  $\vec{i}$  ( $75 \text{ m/s}$ ) و در کل زمان حرکت،  $\vec{i}$  ( $1/5 \text{ m/s}$ ) باشد، کدام موارد زیر درست است؟ (بازه‌های زمانی تغییر سرعت ناچیز و قابل چشم‌پوشی است.)

الف) متحرک در کل این بازه زمانی یک بار تغییر جهت داده است.  $\vec{v}_3 = (-3 \text{ m/s}) \vec{i}$  ب)

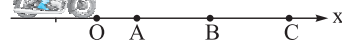
پ)  $\vec{v}_2 = (-4/5 \text{ m/s}) \vec{i}$  ت) تندی متوسط متحرک در کل زمان حرکت  $4/5 \text{ m/s}$  است.

|             |             |           |           |
|-------------|-------------|-----------|-----------|
| الف و ب (۱) | الف و پ (۲) | ب و ت (۳) | پ و ت (۴) |
|-------------|-------------|-----------|-----------|

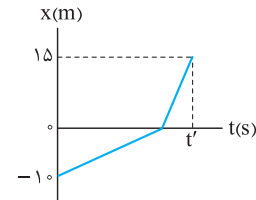
۲۵۴- خودرویی با تندی ثابت  $90 \text{ km/h}$  در یک مسیر مستقیم از شهر A به شهر B می‌رود و پس از رسیدن به شهر B، بلافاصله با تندی ثابت  $72 \text{ km/h}$  روی همان مسیر بازمی‌گردد. اگر فاصله دو شهر  $\ell$  باشد، به ترتیب از راست به چپ، سرعت متوسط و تندی متوسط خودرو از لحظه شروع حرکت تا لحظه‌ای که برای دومین بار به فاصله  $\frac{\ell}{9}$  از شهر B می‌رسد، چند متر بر ثانیه است؟

$$\frac{22}{9}, 20 \quad \frac{18}{11}, 22 \quad \frac{18}{11}, 20 \quad \frac{22}{9}, 22$$

۲۵۵- موتورسوار شکل زیر، در لحظه‌های  $t_1 = 2 \text{ s}$ ،  $t_2 = 6 \text{ s}$  و  $t_3 = 12 \text{ s}$  به ترتیب از نقطه A، B، C و (بر روی محور x) عبور می‌کند. این متحرک فاصله O تا A را با سرعت ثابت  $v_1$  و از A تا B با سرعت ثابت  $2v_1$  و از B تا C را با سرعت ثابت  $v_2$  می‌پیماید. اگر سرعت متوسط متحرک در جابه‌جایی از O تا B برابر  $5 \text{ m/s}$  و از A تا C برابر  $9 \text{ m/s}$  باشد،  $v_2$  چند متر بر ثانیه است؟

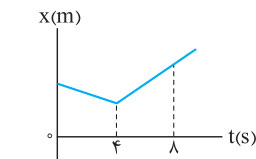


$$3 \quad 6 \quad 11 \quad 10$$



۲۵۶- نمودار مکان-زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل روبه‌رو است. سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی صفر تا  $t'$ ، برابر  $5 \text{ m/s}$  است. اگر سرعت متحرک در لحظه  $t_1 = 2 \text{ s}$  برابر  $2/5 \text{ m/s}$  باشد، سرعت آن در لحظه  $t_2 = 4/5 \text{ s}$  چند متر بر ثانیه است؟

$$7/5 \quad 15 \quad 10 \quad 20$$



۲۵۷- نمودار مکان-زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل روبه‌رو است. اگر تندی متحرک در لحظه  $t_1 = 2 \text{ s}$ ،  $2 \text{ m/s}$  کمتر از تندی آن در لحظه  $t = 6 \text{ s}$  باشد، سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی صفر تا  $8 \text{ s}$  چند متر بر ثانیه است؟

$$2 \quad 1 \quad 0/5 \quad 4$$

۲۵۸- قطار A به طول  $240 \text{ m}$  و قطار B به طول  $320 \text{ m}$  به ترتیب با سرعت ثابت  $36 \text{ m/s}$  و  $20 \text{ m/s}$  در یک جهت در حال حرکت هستند. در یک لحظه انتهای قطار B به اندازه  $160 \text{ m}$  جلوتر از ابتدای قطار A قرار دارد؛ چند ثانیه پس از این لحظه، قطار A از قطار B سبقت گرفته و به طور کامل از آن عبور می‌کند؟

$$10 \quad 35 \quad 45 \quad 30$$

۲۵۹- شکل زیر وضعیت دو متحرک (۱) و (۲) را که به ترتیب با تندی‌های ثابت  $7 \text{ m/s}$  و  $47 \text{ m/s}$  به سمت یکدیگر در حال حرکت هستند، در مبدأ زمان نشان می‌دهد. در لحظه  $t$  دو متحرک به هم می‌رسند و در لحظه  $t + t'$  متحرک (۱) از نقطه B عبور می‌کند؛ کدام است؟

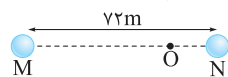


$$5 \quad 4 \quad 2 \quad 3$$

۲۶۰- دو ترون که اندازه سرعت یکی نصف دیگری است، از دو شهر به فاصله  $800 \text{ km}$  در ساعت ۸ صبح به سمت هم حرکت می‌کنند و ساعت ۱۲ به یک نقطه می‌رسند. ترون کندتر در کدام ساعت به شهر دیگر خواهد رسید؟ (تندی ترون‌ها ثابت است.)

$$24 \quad 20 \quad 18 \quad 16$$

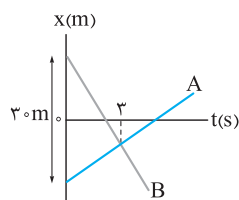
۲۶۱- در شکل زیر، دو متحرک (۱) و (۲) به ترتیب با تندی‌های ثابت  $4 \text{ m/s}$  و  $7 \text{ m/s}$  به سمت هم حرکت می‌کنند؛ در یک لحظه متحرک (۱) از نقطه M و متحرک (۲) از نقطه N عبور می‌کند و پس از مدتی در نقطه O به هم می‌رسند. اگر متحرک (۱) فاصله نقطه O تا نقطه N را در  $3 \text{ s}$  طی کند، متحرک (۲) فاصله نقطه O تا نقطه M را در چند ثانیه طی می‌کند؟



$$60 \quad 90 \quad 75 \quad 45$$

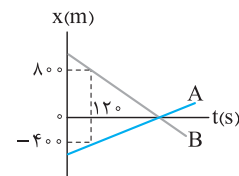
۲۶۲- دو اتومبیل از دو شهر به فاصله  $90 \text{ km}$  هم‌زمان و با تندی‌های ثابت در مسیری مستقیم به طرف هم حرکت می‌کنند. اگر تندی یکی،  $2$  برابر دیگری باشد، پس از  $20$  دقیقه از کنار هم می‌گذرند. اتومبیل سریع‌تر چند دقیقه زودتر از اتومبیل دیگر به شهر مقابل خود می‌رسد؟

$$40 \quad 30 \quad 20 \quad 10$$



۲۶۳- نمودار مکان-زمان دو متحرک A و B که در راستای محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل روبه‌رو است. اگر تندی متحرک B،  $2 \text{ m/s}$  بیشتر از تندی متحرک A باشد، بردار جابه‌جایی متحرک B در  $2$  ثانیه دوم برحسب متر کدام است؟

$$-4 \hat{i} \quad -6 \hat{i} \quad -8 \hat{i} \quad -12 \hat{i}$$



۲۶۴- دو خودروی A و B از دو شهر که در فاصله  $3 \text{ km}$  یکدیگر را دارند، در مسیری مستقیم به سمت هم حرکت می‌کنند. اگر نمودار مکان-زمان این دو خودرو مطابق شکل روبه‌رو باشد، بردار سرعت خودروی B (برحسب متر بر ثانیه) و لحظه‌ای که دو خودرو به هم می‌رسند (برحسب ثانیه)، به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

$$240, 5 \hat{i} \quad 240, -10 \hat{i} \quad 200, 5 \hat{i} \quad 200, -10 \hat{i}$$



آزمون ۲

حرکت با سرعت ثابت

این آزمون فقط به شکل تعاملی و با اسکن QR Code کتاب در دسترس شماست.

ابتدا در جدول زیر ویژگی‌های حرکت با سرعت ثابت را مرور کنید.

### ویژگی‌های حرکت با سرعت ثابت

- جهت حرکت (جهت سرعت) ← ثابت و بدون تغییر
- اندازه سرعت لحظه‌ای (تندی لحظه‌ای) ← ثابت
- سرعت متوسط در هر بازه زمانی دلخواه ← یکسان و برابر سرعت لحظه‌ای
- تغییرات سرعت در هر بازه زمانی دلخواه ← صفر
- شتاب لحظه‌ای و شتاب در هر بازه زمانی دلخواه ← صفر (تنها حرکت جهان هستی که شتاب آن صفر است.)

در حرکت با سرعت ثابت، ممکن است متحرک از مبدأ عبور کند و جهت بردار مکان آن تغییر کند. پس باید ۱۴ را به عنوان گزینه نادرست انتخاب کنیم. وقتی سرعت متحرکی ثابت است، یعنی هم اندازه سرعت متحرک ثابت است و هم جهت آن! پس موارد اشاره شده در ۱ تا ۳ همگی درست هستند!

۱۷۰ ۲ گام فاصله دو نقطه را  $d$  در نظر می‌گیریم؛ پس در حالت اول و دوم داریم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \begin{cases} \text{حالت (۱)} \rightarrow v_1 = \frac{d}{12} \\ \text{حالت (۲)} \rightarrow v_2 = \frac{d}{6} \end{cases}$$

۱۷۱ ۲ گام حالا در حالت سوم داریم:

$$v_2 = \frac{\Delta x}{\Delta t_2} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{\Delta x}{v_2}$$

$$\frac{\Delta x = d}{v_2 = v_1 + v_2} \rightarrow \Delta t_2 = \frac{d}{\frac{d}{12} + \frac{d}{6}} = \frac{d}{\frac{d}{4}} = 4 \text{ min}$$

۱۷۱ ۲ گام ابتدا به کمک رابطه  $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$  سرعت متحرک را حساب می‌کنیم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \xrightarrow{x_2 = 26 \text{ m}, x_1 = 8 \text{ m}, t_2 = 10 \text{ s}, t_1 = 4 \text{ s}} v = \frac{26 - 8}{10 - 4} = 3 \text{ m/s}$$

۱۷۱ ۳ گام معادله مکان - زمان این حرکت به صورت  $x = 3t + x_0$  است. برای پیدا کردن  $x_0$ ، کافی است یکی از مکان و زمان‌های داده شده را در این معادله قرار دهیم:

$$x_1 = 3t_1 + x_0 \xrightarrow{x_1 = 8 \text{ m}, t_1 = 4 \text{ s}} 8 = 3 \times 4 + x_0 \Rightarrow x_0 = -4 \text{ m}$$

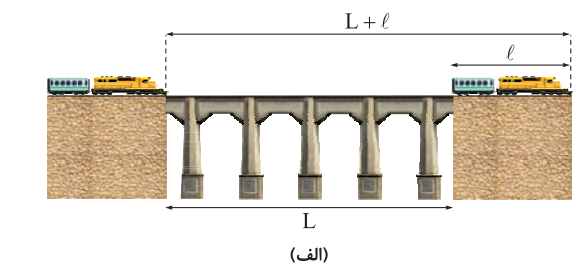
پس معادله مکان - زمان این حرکت به صورت زیر تکمیل می‌شود:

$$x = vt + x_0 \xrightarrow{v = 3 \text{ m/s}, x_0 = -4 \text{ m}} x = 3t - 4$$

۱۷۱ ۴ گام تیزبازی: با جای‌گذاری مختصات  $(x, t)$  یکی از نقاط در معادله‌های

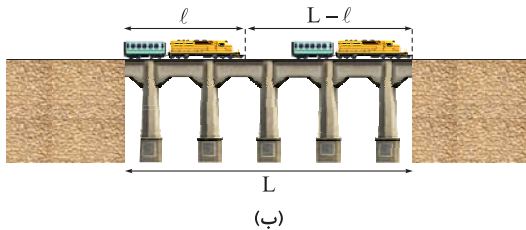
داده شده در گزینه‌ها، خیلی سریع به جواب می‌رسید.

۱۷۲ ۳ گام مطابق شکل (الف)، مدت زمانی که طول می‌کشد تا قطار به طور کامل از روی پل عبور کند، بین لحظه‌ای که ابتدای قطار وارد پل می‌شود و لحظه‌ای که انتهای قطار از روی پل خارج می‌شود، قرار دارد. اگر یک نقطه از قطار (مثلاً پهلوی قطار) را به عنوان نقطه مورد بررسی در نظر بگیریم، جابه‌جایی قطار در این مدت برابر  $L + \ell$  است؛ بنابراین:



(الف)

۱۷۳ گام مطابق شکل (ب)، مدت زمانی که قطار به طور کامل روی پل باشد، بین لحظه‌ای که انتهای قطار وارد پل شود و لحظه‌ای که ابتدای قطار از روی پل خارج شود، قرار دارد. با در نظر گرفتن جلوی قطار به عنوان نقطه مورد بررسی، جابه‌جایی قطار در این مدت برابر  $L - \ell$  است؛ بنابراین:



(ب)

$$\Delta x_2 = v \Delta t_2 \Rightarrow L - \ell = v \times 30 \quad (2)$$

$$\frac{L + \ell}{L - \ell} = \frac{v \times 50}{v \times 30} \Rightarrow \frac{L + \ell}{L - \ell} = \frac{5}{3} \Rightarrow 3L + 3\ell = 5L - 5\ell \quad \text{گام ۱}$$

$$\Rightarrow 2L = 8\ell \Rightarrow L = 4\ell$$

۱۷۳ ۱ گام از آن جایی که زمان رفت و برگشت تپ در مجموع  $24 \text{ s}$  است، زمان رفت و برگشت تپ، هر کدام  $12 \text{ s}$  است. در نتیجه برای مسیر رفت داریم:

$$\Delta x = v \Delta t = (3 \times 10^4) \times (12) = 36 \times 10^4 = 3.6 \times 10^5 \text{ m}$$

$$= 3.6 \times 10^4 \text{ km}$$

۱۷۴ ۲ گام با توجه به نمودار داده شده، سرعت متحرک ثابت و برابر است با:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(-5) - 7}{3} = \frac{-12}{3} = -4 \text{ m/s}$$

از آن جایی که حرکت با سرعت ثابت است، جابه‌جایی متحرک در تمام  $5 \text{ s}$  ثانیه‌ها یکسان است و از جمله در  $5 \text{ s}$  ثانیه پنجم هم جابه‌جایی متحرک برابر است با:

$$\Delta x = v \Delta t = -4 \times 5 = -20 \text{ m} \Rightarrow \Delta \bar{x} = (-20 \text{ m}) \hat{i}$$

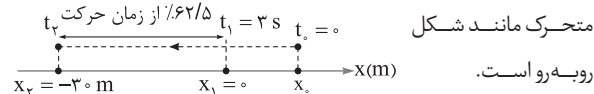
۱۷۵ ۲ گام محاسبه جابه‌جایی خودرو در  $15 \text{ s}$  درصد ابتدای مسیر: (تبدیل یک فراموش نشه!)

$$\Delta x_1 = vt_1 \xrightarrow{v = 30 \text{ km/h} = \frac{30}{3.6} \text{ m/s}, t_1 = 3 \text{ min} = 3 \times 60 \text{ s}} \Delta x_1 = \frac{30}{3.6} \times 3 \times 60 = 1500 \text{ m}$$

۱۷۵ ۳ گام با توجه به این که سرعت ثابت است، می‌توانیم برای  $85 \text{ s}$  درصد ادامه مسیر یک تناسب ساده بنویسیم:

$$\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \frac{85}{15} \Rightarrow \frac{\Delta x_2}{1500} = \frac{85}{15} \Rightarrow \Delta x_2 = 8500 \text{ m} \Rightarrow \Delta \bar{x}_2 = (8500 \text{ m}) \hat{i}$$

۱۷۶ ۱ گام طبق گفته سؤال، بردار مکان متحرک در لحظه  $t_1 = 3 \text{ s}$  تغییر جهت داده (یعنی متحرک در این لحظه از مبدأ مکان عبور کرده است) و در ادامه در لحظه  $t_2$  از مکان  $x_2 = -30 \text{ m}$  گذشته است؛ بنابراین مسیر حرکت این متحرک مانند شکل



۱۷۶ ۲ گام از این که متحرک در  $62/5 \text{ s}$  درصد از مدت زمان حرکتش در طرف منفی محور  $x$  بوده، می‌فهمیم که بازه «صفر تا  $t_1 = 3 \text{ s}$ » برابر  $37/5 \text{ s}$  درصد از زمان حرکت و بازه « $t_1 = 3 \text{ s}$  تا  $t_2$ » برابر  $62/5 \text{ s}$  درصد از زمان حرکت است؛ بنابراین با توجه به این که سرعت حرکت ثابت است، داریم:

$$\Delta x = vt \Rightarrow \frac{\Delta x_{(t_1, t_2)}}{\Delta x_{(t_1, t_3)}} = \frac{\Delta t_{(t_1, t_2)}}{\Delta t_{(t_1, t_3)}}$$

$$\frac{\Delta x_{(t_1, t_2)}}{\Delta x_{(t_1, t_3)}} = \frac{-30 - 0}{-30 - 37} = \frac{-30}{-67} \Rightarrow \Delta x_{(t_1, t_2)} = \frac{30 \times 37}{67} \Rightarrow x_0 = 18 \text{ m}$$

سرعت متحرک را به کمک جابه جایی متحرک در بازه صفر تا  $t_1 = 3$  s، حساب می کنیم:

$$v = \frac{\Delta x_{(0,3s)}}{\Delta t_{(0,3s)}} = \frac{0 - 18}{3 - 0} = -6 \text{ m/s}$$

و در نهایت معادله مکان - زمان متحرک در SI برابر می شود با:

$$x = vt + x_0 \xrightarrow{v = -6 \text{ m/s}, x_0 = 18 \text{ m}} x = -6t + 18$$

در هر حالت، زمان لازم برای رسیدن به مقصد را حساب می کنیم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v} \begin{cases} \text{حالت ۱} \rightarrow \Delta t_1 = \frac{18 \times 10^3}{20} = 900 \text{ s} \\ \text{حالت ۲} \rightarrow \Delta t_2 = \frac{18 \times 10^3}{25} = 720 \text{ s} \end{cases}$$

پس در حالت دوم  $900 - 720 = 180 \text{ s} = 3 \text{ min}$  زودتر می رسد.

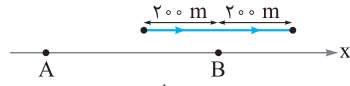
بردار مکان متحرک در جهت محور  $x$  است، یعنی  $x > 0$  باشد؛ بنابراین:

$$x > 0 \Rightarrow 6t - 30 > 0 \Rightarrow 6t > 30 \Rightarrow t > 5 \text{ s}$$

بنابراین در بازه زمانی  $t_1 = 2$  s تا  $t_2 = 9$  s، از لحظه  $t = 5$  s تا لحظه  $t = 9$  s که می شود ۴ ثانیه، بردار مکان متحرک در جهت محور  $x$  است.

در بازه ای که فاصله متحرک از نقطه B، کم تر یا مساوی  $200 \text{ m}$  است،

متحرک باید از  $200$  متری قبل از نقطه B به  $200$  متری بعد از نقطه B برسد؛ یعنی باید مسیر شکل زیر را طی کند. در این مسیر جابه جایی متحرک  $\Delta x = 2 \times 200 = 400 \text{ m}$  است؛ در نتیجه داریم:



$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{400 \times 10^3}{40} = 10^4 \text{ s} = 10^4 \times 60 \text{ min} = 600 \text{ min}$$

ابتدا زمان لازم برای رسیدن صدای بوق به شخص را

حساب می کنیم:  $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 340 = \frac{68}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{68}{340} = 0.2 \text{ s}$

در این مدت جابه جایی خودرو برابر است:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{v = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}} 25 = \frac{\Delta x}{0.2} \Rightarrow \Delta x = 5 \text{ m}$$

یعنی خودرو  $5 \text{ m}$  به شخص نزدیک تر شده و فاصله اش از شخص به  $63 \text{ m} = 68 - 5$  رسیده است.

در شکل زیر لحظه ورود قطار به تونل و لحظه ای که قطار به طور

کامل از تونل خارج شده، نشان داده شده است. همان طور که در این شکل می بینید، اندازه جابه جایی قطار در این بازه زمانی برابر است با:



$$\Delta x = \text{سرعت قطار ثابت} \times \text{طول قطار} + \text{طول تونل} = 150 + 300 = 450 \text{ m}$$

سرعت قطار ثابت و برابر  $v = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$  است؛ بنابراین داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 25 = \frac{450}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 18 \text{ s}$$

در نمودار روبه رو

به کمک شیب نمودار، لحظه عبور متحرک از مبدأ ( $t'$ ) را پیدا می کنیم:

شیب خط  $AC$  = شیب خط  $AB$

$$\Rightarrow \frac{10}{t'} = \frac{16}{24} \Rightarrow t' = \frac{24 \times 10}{16} = 15 \text{ s}$$

در شکل قبل، برای آن که فاصله متحرک در لحظه های  $t_1$  و  $t_2$  تا مبدأ

به یک اندازه باشد، باید مثلث های رنگی برابر باشند. در این صورت داریم:

$$t' - t_1 = t_2 - t' \Rightarrow t_2 + t_1 = 2t' \xrightarrow{t' = 15 \text{ s}} t_2 + t_1 = 30 \text{ s}$$

ابتدا معادله مکان - زمان متحرک را تعیین می کنیم. برای این کار،

ابتدا سرعت متحرک را حساب می کنیم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{36 - 6}{20 - 5} = \frac{30}{15} = 2 \text{ m/s}$$

$$x = vt + x_0 \Rightarrow x = 2t + x_0 \xrightarrow{t_1 = 5 \text{ s}, x_1 = 6 \text{ m}} 6 = 2 \times 5 + x_0 \Rightarrow x_0 = -4 \text{ m}$$

$$x = 2t - 4$$

در نتیجه:

$$x = 0 \Rightarrow 0 = 2t - 4 \Rightarrow t = 2 \text{ s}$$

حالا باید  $x$  را برابر صفر قرار دهیم:

می خواهیم لحظه عبور متحرک از مبدأ را حساب کنیم. برای

این کار در جدول زیر تناسب  $\Delta x$  و  $\Delta t$  در دو نقطه استفاده می کنیم؛ یعنی:

|     |     |     |      |
|-----|-----|-----|------|
| $t$ | $2$ | $5$ | $20$ |
| $x$ | $0$ | $6$ | $36$ |

$$\Delta x \propto \Delta t \Rightarrow \frac{30}{6} = \frac{15}{?} \Rightarrow ? = 3$$

یعنی  $t = 2$  s و  $5 - t = 3$  s است.

با توجه به این که جابه جایی خودرو در دو حالت برابر است، داریم:

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 \xrightarrow{\Delta x = v \Delta t} v_1 \Delta t_1 = v_2 \Delta t_2$$

$$\frac{v_1 = v, v_2 = v + 10 \text{ km/h}}{\Delta t_1 = \frac{24}{60} \text{ h}, \Delta t_2 = \frac{18}{60} \text{ h}} \Rightarrow v \times \frac{24}{60} = (v + 10) \times \frac{18}{60} \Rightarrow 4v = 3v + 30 \Rightarrow v = 30 \text{ km/h}$$

حالا کافیت برای یکی از حالت ها رابطه  $\Delta x = v \Delta t$  را بنویسیم:

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 = v_1 \Delta t_1 = 30 \times \frac{24}{60} = 12 \text{ km}$$

با توجه به لحظه های  $t_1 = 2$  s و  $t_2 = 11$  s سرعت

متحرک را حساب می کنیم:

$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{11 - (-7)}{11 - 2} = \frac{18}{9} = 2 \text{ m/s}$$

پس معادله حرکت متحرک به صورت  $x = 2t + x_0$  است. با جای گذاری  $t_1 = 2$  s و  $x_1 = -7 \text{ m}$  در این معادله داریم:

$$-7 = 2(2) + x_0 \Rightarrow x_0 = -11 \text{ m}$$

$$x = 2t - 11$$

پس داریم:

برای پیدا کردن  $\vec{d}$ ، در معادله بالا  $t_2 = 7$  s را قرار می دهیم:

$$x = 2t - 11 \xrightarrow{t_2 = 7 \text{ s}} x_2 = 2 \times (7) - 11 = 3 \text{ m} \Rightarrow \vec{d} = 3 \text{ m}$$

با جای گذاری  $x_2 = 17 \text{ m}$ ،  $t_2 = T$  را به دست می آوریم:

$$x = 2t - 11 \xrightarrow{x_2 = 17 \text{ m}} 17 = 2T - 11 \Rightarrow T = 14 \text{ s}$$

سرعت این متحرک ثابت و همواره برابر  $\vec{a} = 5 \text{ m/s}^2$  است؛

یعنی متحرک همیشه در جهت محور  $x$  حرکت می کند و هرگز جهت حرکت آن تغییر نمی کند.

مبدأ مکان عبور کرده است یا نه:

$$x = 0 \Rightarrow 5t_1 - 20 = 0 \Rightarrow t_1 = 4 \text{ s}$$

یعنی متحرک در لحظه  $t_1 = 4$  s از مبدأ عبور کرده است؛ بنابراین تا این لحظه در

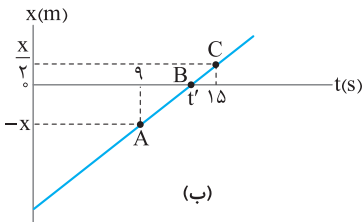
حال نزدیک شدن به مبدأ بوده است. پس از آن از مبدأ دور شده است.

بردار سرعت متحرک در تمام مدت  $10$  s در جهت مثبت است

(اما متحرک در لحظه  $t_0 = 0$  در مکان  $x_0 = -20 \text{ m}$  قرار

دارد و در لحظه  $t_1 = 4$  s از مبدأ عبور می کند؛ بنابراین بردار مکان در ۴ ثانیه

اول در جهت منفی است.



حالت دوم: مکان متحرک  
در لحظه  $t_p = 15$  s مثبت  
است. در این حالت نمودار  
به صورت شکل (ب) است  
و داریم:

$$\begin{aligned} \text{شیب } AB &= \text{شیب } BC \Rightarrow \frac{x}{t' - 9} = \frac{x}{15 - t'} \Rightarrow t' - 9 = 2(15 - t') \\ \Rightarrow t' - 9 &= 30 - 2t' \Rightarrow 3t' = 39 \Rightarrow t' = 13 \text{ s} \end{aligned}$$

**روش دوم:** با توجه به این که سرعت متحرک ثابت است، از یکسان بودن نسبت  $\frac{\Delta x}{\Delta t}$  در تمام بازه های زیر کمک می گیریم:

**حالت اول:**  $x_{(15s)} = -\frac{x}{2}$  و  $x_{(9s)} = -x$  متحرک در لحظه  $t'$  از مبدأ عبور کرده است:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta x_{(9s, 15s)}}{\Delta t_{(9s, 15s)}} &= \frac{\Delta x_{(9s, t')}}{\Delta t_{(9s, t')}} \Rightarrow \frac{-\frac{x}{2} - (-x)}{15 - 9} = \frac{0 - (-x)}{t' - 9} \\ \Rightarrow \frac{\frac{x}{2}}{6} &= \frac{x}{t' - 9} \Rightarrow t' - 9 = 12 \Rightarrow t' = 21 \text{ s} \end{aligned}$$

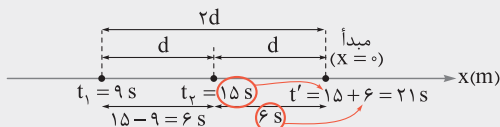
**حالت دوم:**  $x_{(15s)} = \frac{x}{2}$  و  $x_{(9s)} = -x$  متحرک در لحظه  $t'$  از مبدأ عبور کرده است:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta x_{(9s, 15s)}}{\Delta t_{(9s, 15s)}} &= \frac{\Delta x_{(9s, t')}}{\Delta t_{(9s, t')}} \Rightarrow \frac{\frac{x}{2} - (-x)}{15 - 9} = \frac{0 - (-x)}{t' - 9} \\ \Rightarrow \frac{\frac{3x}{2}}{6} &= \frac{x}{t' - 9} \Rightarrow t' - 9 = 4 \Rightarrow t' = 13 \text{ s} \end{aligned}$$

بنابراین متحرک در یکی از لحظه های  $t' = 13$  s یا  $t' = 21$  s از مبدأ گذشته است.

**تیزبازی:** حالت اول: در شکل (الف) می بینید که متحرک در لحظه

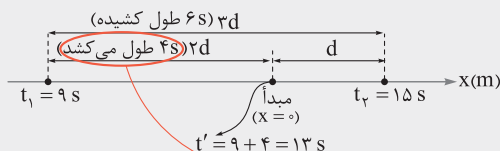
$t_1 = 9$  s در فاصله  $2d$  از مبدأ و در لحظه  $t_p = 15$  s در فاصله  $d$  از مبدأ است؛ یعنی متحرک در مدت  $6$  s مسافت  $d$  را پیموده است. بنابراین  $6$  s پس از لحظه  $t_p = 15$  s متحرک یک مسافت  $d$  دیگر پیموده و به مبدأ می رسد.



(الف)

**حالت دوم:** در شکل (ب) متحرک از لحظه  $t_1 = 9$  s تا  $t_p = 15$  s مسافت  $3d$  را پیموده است؛ یعنی هر  $2$  s مسافت  $d$  را می پیماید. پس برای این که متحرک از لحظه  $t_1 = 9$  s تا  $t'$  به مبدأ برسد باید مسافت  $2d$  را در مدت

$$t' - t_1 = 4 \text{ s} \Rightarrow t' = 9 + 4 = 13 \text{ s} \text{ طی کند و داریم:}$$



(ب)

**۱۹۱** نمودار مکان - زمان داده شده مربوط به یک حرکت با سرعت ثابت

است که در آن جابه جایی متحرک در بازه زمانی صفر تا  $4$  s برابر  $-2$  m است؛ پس سرعت متحرک را می توانیم حساب کنیم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-2}{4 - 0} = -0.5 \text{ m/s}$$

**ت** (✓) جابه جایی متحرک در بازه صفر تا  $10$  s برابر است با:

$$\Delta x_{(0, 10s)} = x_{10s} - x_0 = (5 \times 10) - 20 = 30 = 50 \text{ m}$$

**۱۸۷** **روش اول:** با توجه به معادله مکان - زمان حرکت با سرعت ثابت  $(x = vt + x_0)$  داریم:

$$\begin{cases} t_1 = 3 \text{ s}: x_1 = v \times 3 + x_0 \\ t_p = 15 \text{ s}: -2x_1 = v \times 15 + x_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x_1 = 6v + 2x_0 \\ -2x_1 = 15v + x_0 \end{cases}$$

$$\text{دو طرف معادله را جمع می کنیم} \Rightarrow 0 = 21v + 3x_0 \Rightarrow x_0 = -7v$$

**گام** در لحظه ای که متحرک از مبدأ می گذرد،  $x = 0$  است:

$$x = vt + x_0 \xrightarrow{x_0 = -7v, x=0} 0 = vt' - 7v \Rightarrow t' = 7 \text{ s}$$

**روش دوم:** چون سرعت ثابت است، نسبت  $\frac{\Delta x}{\Delta t}$  هم برای هر بازه زمانی دلخواه یکسان و ثابت است؛ پس می توانیم بنویسیم: (متحرک در لحظه  $t'$  از مبدأ عبور کرده است.)

$$\begin{aligned} \frac{\Delta x_{(3s, 15s)}}{\Delta t_{(3s, 15s)}} &= \frac{\Delta x_{(3s, t')}}{\Delta t_{(3s, t')}} \xrightarrow{x_{15s} = -2x, x_3 = -x, x_{t'} = 0} \frac{-2x - (-x)}{15 - 3} = \frac{0 - (-x)}{t' - 3} \\ \Rightarrow \frac{-x}{12} &= \frac{-x}{t' - 3} \Rightarrow t' - 3 = 12 \Rightarrow t' = 15 \text{ s} \end{aligned}$$

**۱۸۸** از آن جایی که سرعت متحرک  $-12 \text{ m/s}$  است، داریم:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow x = -12t + x_0$$

در لحظه  $t = 3$  s،  $x = 0$  شده است، در نتیجه:

$$x = -12t + x_0 \xrightarrow{t=3s, x=0} 0 = -12 \times 3 + x_0 \Rightarrow x_0 = 36 \text{ m}$$

$$x = vt + x_0 \Rightarrow x = -12t + 36$$

پس داریم:

**تیزبازی:** چون سرعت متحرک، منفی است **۱** و **۲** همان اول رد می شوند. حالا کافیست  $t = 3$  s را در یکی از **۳** یا **۴** قرار دهیم. اگر  $x = 0$  به دست آمد، همان گزینه جواب است، در غیر این صورت گزینه دیگر را می زنیم.

**۱۸۹** با توجه به نمودار داده شده، تندی متحرک ثابت و برابر با قدرمطلق

شیب نمودار  $x - t$  است؛ یعنی:

$$v = \text{شیب خط} = \frac{(21) - (28)}{7 - 0} = \frac{-7}{7} = -1 \text{ m/s} \Rightarrow |v| = 1 \text{ m/s}$$

بنابراین معادله مکان - زمان متحرک به صورت زیر است:

$$x = vt + x_0 \xrightarrow{v=-1 \text{ m/s}, x_0=28} x = -t + 28$$

حالا لحظه عبور متحرک از مبدأ برابر است با:

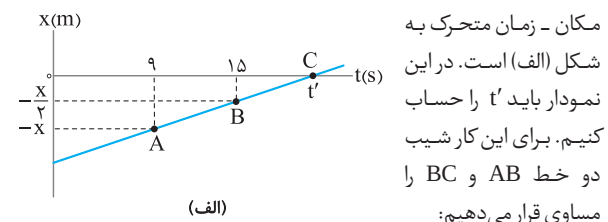
$$x = 0 \Rightarrow 0 = -t + 28 \Rightarrow t = 28 \text{ s}$$

**۱۹۰** با توجه به این که جهت حرکت متحرک مثبت بوده و متحرک در

لحظه  $t_p$  در مقایسه با لحظه  $t_1$  به مبدأ نزدیک تر است. می فهمیم که متحرک در لحظه  $t_1$  حتماً در یک مکان منفی قرار دارد و مکان متحرک در لحظه  $t_p$  می تواند مثبت یا منفی باشد؛ بنابراین بسته به مکان متحرک در لحظه  $t_p$ ، دو حالت وجود دارد. در ادامه سؤال را از دو روش حل می کنیم.

**روش اول:** به کمک رسم نمودار  $x - t$  سؤال را حل می کنیم. با توجه به توضیح بالا، دو حالت داریم:

**حالت اول:** مکان متحرک در لحظه  $t_p = 15$  s منفی است. در این حالت نمودار



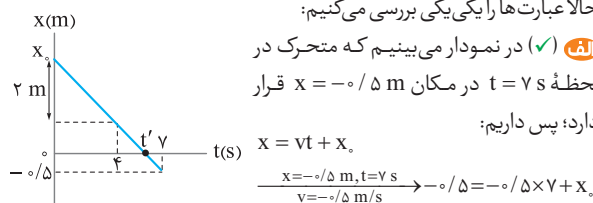
(الف)

$$\text{مکان - زمان متحرک به شکل (الف) است. در این نمودار باید } t' \text{ را حساب کنیم. برای این کار شیب دو خط } AB \text{ و } BC \text{ مساوی قرار می دهیم:}$$

$$\text{شیب } AB = \text{شیب } BC \Rightarrow \frac{x}{15 - 9} = \frac{x}{t' - 15} \Rightarrow 6 = t' - 15 \Rightarrow t' = 21 \text{ s}$$

حالا عبارت‌ها را یکی یکی بررسی می‌کنیم:

**الف (✓)** در نمودار می‌بینیم که متحرک در لحظه  $t = 7 \text{ s}$  در مکان  $x = -0.5 \text{ m}$  قرار دارد؛ پس داریم:



$$\Rightarrow x_0 = 3 \text{ m} \Rightarrow \vec{x}_0 = (3 \text{ m}) \vec{i}$$

**ب (✗)** در مکان  $x = 0$  جهت بردار مکان تغییر می‌کند؛ پس لحظه تغییر جهت این بردار به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$x = vt + x_0 \xrightarrow{x=0} 0 = -0.5t + 3 \Rightarrow t' = 6 \text{ s}$$

یعنی بردار مکان در لحظه  $t' = 6 \text{ s}$  تغییر جهت می‌دهد.

**پ (✓)** ثانیه پنجم یعنی بازه زمانی  $t_1 = 4 \text{ s}$  تا  $t_2 = 5 \text{ s}$ ؛ پس کافی است مکان متحرک را در این لحظه‌ها داشته باشیم تا درستی این عبارت هم معلوم شود:

$$x_{(4 \text{ s})} = -0.5t_1 + 3 \xrightarrow{t_1=4 \text{ s}} x_{(4 \text{ s})} = -0.5 \times 4 + 3 = 1 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \vec{x}_{(4 \text{ s})} = (1 \text{ m}) \vec{i}$$

$$x_{(5 \text{ s})} = -0.5t_2 + 3 \xrightarrow{t_2=5 \text{ s}} x_{(5 \text{ s})} = -0.5 \times 5 + 3 = 0.5 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \vec{x}_{(5 \text{ s})} = (0.5 \text{ m}) \vec{i}$$

**ت (✗)** تندی این متحرک کلاً ثابت است؛ یعنی در هیچ بازه زمانی نه کندشونده است و نه تندشونده!

**۱۹۲ گام** معادله مکان - زمان این حرکت را می‌نویسیم و سپس جابه‌جایی متحرک در  $t_1$  ثانیه دوم و مکان آن در لحظه  $t_1$  را برحسب  $t_1$

$$x = vt + x_0 \xrightarrow{v=-4 \text{ m/s}, x_0=32 \text{ m}} x = -4t + 32$$

$t_1$  ثانیه دوم یعنی بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$ ؛ پس جابه‌جایی متحرک در  $t_1$  ثانیه دوم برابر

$$\Delta x_{(t_1, 2t_1)} = x_{2t_1} - x_{t_1} = [-4(2t_1) + 32] - [-4(t_1) + 32] \quad \text{می‌شود با:}$$

$$= -8t_1 + 4t_1 = -4t_1 \Rightarrow |\Delta x_{(t_1, 2t_1)}| = 4t_1$$

**تیزبازی:** از آن جاکه متحرک با سرعت ثابت  $-4 \text{ m/s}$  حرکت می‌کند، بدون محاسبه هم می‌توانیم بگوییم، جابه‌جایی متحرک در هر  $t_1$  ثانیه دلخواه برابر  $-4t_1$  است:

$$\Delta x = v\Delta t \xrightarrow{\Delta t=t_1, v=-4 \text{ m/s}} \Delta x_{(t_1, 2t_1)} = -4t_1$$

اندازه مکان متحرک را در لحظه  $32 \text{ m}$  حساب می‌کنیم:

$$x = -4t + 32 \xrightarrow{t=32} x_{(32)} = -4(32) + 32$$

$$\Rightarrow |x_{(32)}| = |-128 + 32|$$

**گام** طبق فرض مسئله اندازه جابه‌جایی متحرک در  $t_1$  ثانیه دوم برابر اندازه مکان متحرک در لحظه  $32 \text{ m}$  است.

$$|\Delta x_{(t_1, 2t_1)}| = |x_{(32)}| \Rightarrow 4t_1 = |-128 + 32|$$

با توجه به رابطه بالا دو حالت امکان‌پذیر است:

**حالت اول:** متحرک در لحظه  $32 \text{ m}$ ، در طرف مثبت محور  $x$  باشد ( $x_{(32)} > 0$ ):

$$4t_1 = -128 + 32 \Rightarrow 16t_1 = 32 \Rightarrow t_1 = 2 \text{ s}$$

**حالت دوم:** متحرک در لحظه  $32 \text{ m}$ ، در طرف منفی محور  $x$  باشد ( $x_{(32)} < 0$ ):

$$4t_1 = -(-128 + 32) \Rightarrow 4t_1 = 128 - 32 \Rightarrow 8t_1 = 32 \Rightarrow t_1 = 4 \text{ s}$$

**گام** بررسی عبارت‌ها:

در همه عبارت‌ها باید  $t_1$  را یک بار برابر  $2 \text{ s}$  و یک بار برابر  $4 \text{ s}$  بگیریم. هرکدامشان درستی عبارت را تأیید کند، قبول است؛ ما برای صرفه‌جویی در کاغذ فقط حالتی را که عبارت با آن درست است، نوشته‌ایم.

**الف (✓)** اگر  $t_1 = 2 \text{ s}$  در نظر بگیریم؛ داریم:

$$x_{(2t_1)} = -4(2t_1) + 32 \xrightarrow{t_1=2 \text{ s}} x_{(2t_1)} = -4(2 \times 2) + 32 = 8 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \vec{x}_{(2t_1)} = (8 \text{ m}) \vec{i}$$

**ب (✓)** در مکان  $x = 0$  بردار مکان تغییر جهت می‌دهد:

$$0 = -4t' + 32 \Rightarrow t' = 8 \text{ s}$$

اگر  $t_1 = 4 \text{ s}$  فرض کنیم،  $t' = 2t_1$  می‌شود.

**پ (✓)** اگر  $t_1$  را برابر  $2 \text{ s}$  بگیریم، این عبارت هم درست می‌شود:

$$\begin{cases} x_{(2t_1)} = -4(2t_1) + 32 \xrightarrow{t_1=2 \text{ s}} x_{(2t_1)} = -16 + 32 = 16 \text{ m} \\ x_{(4t_1)} = -4(4t_1) + 32 \xrightarrow{t_1=2 \text{ s}} x_{(4t_1)} = -64 + 32 = -32 \text{ m} \end{cases}$$

$$\Rightarrow |x_{(2t_1)}| = |x_{(4t_1)}|$$

**۱۹۳ گام** سرعت متحرک در بازه  $(0, 4 \text{ s})$ ، ثابت و برابر است با:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10 - 5}{4} = \frac{5}{4} \text{ m/s}$$

مکان متحرک در لحظه  $t = 0$ ، برابر  $x_0 = 5 \text{ m}$  است. بنابراین معادله مکان - زمان متحرک در بازه  $(0, 4 \text{ s})$  به این صورت است:

$$x = vt + x_0 \xrightarrow{v=\frac{5}{4} \text{ m/s}, x_0=5 \text{ m}} x = \frac{5}{4}t + 5$$

**گام** در بازه زمانی  $(4 \text{ s}, 10 \text{ s})$  سرعت متحرک ثابت و برابر با شیب خط

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0 - 10}{10 - 4} = \frac{-10}{6} = -\frac{5}{3} \text{ m/s}$$

از طرفی متحرک در لحظه  $t = 10 \text{ s}$  در مکان  $x = 0$  است؛ پس:

$$x = vt + x_0 \xrightarrow{v=-5/3 \text{ m/s}} x = -\frac{5}{3}t + x_0$$

$$\xrightarrow{t=10 \text{ s}, x=0} 0 = -\frac{5}{3}(10) + x_0 \Rightarrow x_0 = 50 \text{ m}$$

در نتیجه معادله مکان - زمان متحرک در این بازه به صورت  $x = -\frac{5}{3}t + 50$  است.

**۱۹۴ گام** ابتدا زمان لازم برای طی مسیر رفت را حساب می‌کنیم:

$$\text{مسیر رفت: } v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 4 = \frac{60}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 15 \text{ s}$$

یعنی در  $20$  ثانیه نخست،  $5$  ثانیه شناگر در مسیر برگشت حرکت کرده است. اندازه جابه‌جایی شناگر در این مسیر برابر است با:

$$\text{مسیر برگشت: } v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 3 = \frac{\Delta x}{5} \Rightarrow \Delta x = 15 \text{ m}$$

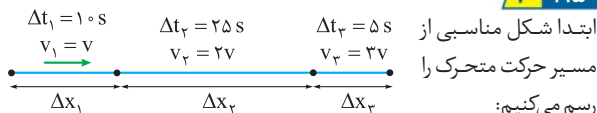
بنابراین در  $20$  ثانیه نخست، مسیر حرکت شناگر به شکل زیر است:



$$\ell = 60 + 15 = 75 \text{ m} \Rightarrow v_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{75}{25} = 3 \text{ m/s}$$

$$|\Delta x| = 60 - 15 = 45 \text{ m} \Rightarrow |v_{av}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{45}{25} = 1.8 \text{ m/s}$$

**۱۹۵ گام**



حالا در رابطه زیر، جابه‌جایی متحرک در هر قسمت را برحسب سرعت آن می‌نویسیم تا سرعت متوسط متحرک به دست آید:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3} = \frac{v_1 \Delta t_1 + v_2 \Delta t_2 + v_3 \Delta t_3}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3}$$

$$= \frac{(v \times 10) + (2v \times 25) + (3v \times 5)}{10 + 25 + 5} = \frac{10v + 50v + 15v}{40} = \frac{75v}{40} = \frac{15}{8}v$$



با توجه به شکل، مسافت طی شده توسط متحرک  $\ell = d + \frac{d}{4} = \frac{5d}{4}$  و جابه جایی آن  $\Delta x = d + (-\frac{d}{4}) = \frac{3d}{4}$  است. حالا زمان سپری شده در این حرکت را حساب می کنیم:

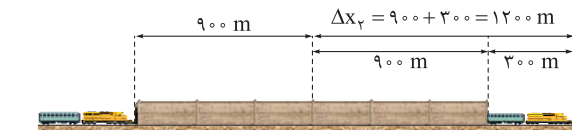
$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta t_1 = \frac{d}{12} \\ \Delta t_2 = \frac{-\frac{d}{4}}{-6} = \frac{d}{24} \end{cases} \Rightarrow \Delta t_{\text{کل}} = \frac{d}{12} + \frac{d}{24} = \frac{3d}{24} = \frac{d}{8}$$

بنابراین داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_{\text{کل}}}{\Delta t_{\text{کل}}} = \frac{\frac{3d}{4}}{\frac{d}{8}} = \frac{3 \times 8}{4} = 6 \text{ m/s}$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t_{\text{کل}}} = \frac{\frac{5d}{4}}{\frac{d}{8}} = \frac{5 \times 8}{4} = 10 \text{ m/s}$$

۲۰۰ شکل زیر را ببینید. قطار از لحظه ورود به تونل تا لحظه رسیدن به نیمه تونل مسافت ۹۰۰ m را با تندی ۷۲ km/h می پیماید. سپس از نیمه تونل تا خروج کامل از آن مسافت ۱۲۰۰ m = ۹۰۰ + ۳۰۰ را با تندی ۵۴ km/h می کند؛ بنابراین می توانیم مدت زمان هریک از این حرکت ها را حساب کنیم:



$$\Delta x_1 = v_1 \Delta t_1 \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{\Delta x_1}{v_1}$$

$$\Delta x_1 = 900 \text{ m}, v_1 = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s} \rightarrow \Delta t_1 = \frac{900}{20} = 45 \text{ s}$$

$$\Delta x_2 = v_2 \Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{\Delta x_2}{v_2}$$

$$\Delta x_2 = 1200 \text{ m}, v_2 = 54 \text{ km/h} = 15 \text{ m/s} \rightarrow \Delta t_2 = \frac{1200}{15} = 80 \text{ s}$$

حسابه تندی متوسط متحرک:

$$s_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{900 + 1200}{45 + 80} = \frac{2100}{125} = 16.8 \text{ m/s}$$

**پرسش:** تندی متوسط قطار در مدتی که به طور کامل در تونل است، چند

متر بر ثانیه است؟

$$v_{av} = \frac{50}{3} \text{ m/s} \approx 16.6 \text{ m/s}$$

**پاسخ:**

راهنمایی: در مدتی که قطار به طور کامل در تونل است، ۶۰۰ m با تندی ۲۰ m/s و ۹۰۰ m با تندی ۱۵ m/s حرکت کرده است.

۲۰۱ داده های تست را در رابطه زیر جای گذاری می کنیم:

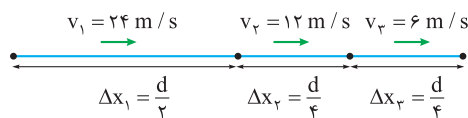
$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} \xrightarrow{\Delta x = v \Delta t} v_{av} = \frac{v_1 \Delta t_1 + v_2 \Delta t_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2}$$

$$\xrightarrow{v_{av} = 5 \text{ m/s}, v_1 = 20 \text{ m/s}, \Delta t_1 = 4 \text{ s}, \Delta t_2 = 6 \text{ s}} \rightarrow$$

$$5 = \frac{(20 \times 4) + (v \times 6)}{4 + 6} \Rightarrow 50 = 80 + 6v \Rightarrow v = -5 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow \vec{v} = (-5 \text{ m/s}) \vec{i}$$

۲۰۲ ابتدا شکل مناسبی از مسیر حرکت متحرک رسم می کنیم:



۱۹۶ **گام ۲** با توجه به داده های

مسئله و شکل، تندی متحرک در بازه « $t_1$  تا « $2t_1$ » برابر  $v_1 = 7 \text{ m/s}$  و در بازه « $2t_1$  تا « $5t_1$ » برابر  $v_2 = 4 \text{ m/s}$  و در بازه « $5t_1$  تا « $9t_1$ » برابر  $v_3 = 1/5 \text{ m/s}$  است. بنابراین مسافت هایی که متحرک در این بازه ها پیموده است، برابر می شود با:

$$\ell_1 = v_1 \Delta t_1 \xrightarrow{v_1 = 7 \text{ m/s}, \Delta t_1 = 2t_1 - t_1 = t_1} \ell_1 = 7t_1$$

$$\ell_2 = v_2 \Delta t_2 \xrightarrow{v_2 = 4 \text{ m/s}, \Delta t_2 = 5t_1 - 2t_1 = 3t_1} \ell_2 = 4 \times 3t_1 = 12t_1$$

$$\ell_3 = v_3 \Delta t_3 \xrightarrow{v_3 = 1/5 \text{ m/s}, \Delta t_3 = 9t_1 - 5t_1 = 4t_1} \ell_3 = 1/5 \times 4t_1 = 4/5 t_1$$

**گام ۳** مسافت طی شده در بازه « $t_1$  تا « $7t_1$ » برابر است با:

$$\ell(t_1, 7t_1) = \ell_1 + \ell_2 + \ell_3 = 7t_1 + 12t_1 + 4/5 t_1 = 22.8t_1$$

با توجه به نمودار، متحرک در لحظه « $5t_1$ » تغییر جهت داده است؛ پس اندازه جابه جایی آن در بازه « $t_1$  تا « $7t_1$ » برابر می شود با:

$$|\Delta x(t_1, 7t_1)| = |\ell_1 + \ell_2 - \ell_3| = 7t_1 + 12t_1 - 4/5 t_1 = 16.2t_1$$

**گام ۴** اختلاف تندی متوسط و اندازه سرعت متوسط در بازه « $t_1$  تا « $7t_1$ » برابر می شود با:

$$s_{av(t_1, 7t_1)} - |v_{av(t_1, 7t_1)}| = \frac{\ell(t_1, 7t_1)}{7t_1 - t_1} - \frac{|\Delta x(t_1, 7t_1)|}{7t_1 - t_1} = \frac{22.8t_1 - 16.2t_1}{6t_1} = 1 \text{ m/s}$$

**تیزبازی:** اختلاف تندی متوسط و سرعت متوسط از جایی شروع می شود

که متحرک تغییر جهت داده است؛ یعنی فقط باید بدانیم  $\ell_3$  چه قدر است:

$$s_{av(t_1, 7t_1)} - |v_{av(t_1, 7t_1)}| = \frac{(\ell_1 + \ell_2 + \ell_3) - (\ell_1 + \ell_2 - \ell_3)}{7t_1 - t_1} = \frac{2\ell_3}{6t_1}$$

$$= \frac{2 \times (3t_1)}{6t_1} = 1 \text{ m/s}$$

۱۹۷ **گام ۲** سرعت متوسط از رابطه زیر به دست می آید:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_{\text{کل}}}{\Delta t_{\text{کل}}} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2}$$

$\Delta t_1$  و  $\Delta t_2$  را نداریم، پس با توجه به فرمول  $\Delta t = \frac{\Delta x}{v}$ ، داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\frac{\Delta x_1}{v_1} + \frac{\Delta x_2}{v_2}} = \frac{2/5 + 5}{\frac{2/5}{10} + \frac{5}{30}} = \frac{2/5 + 5}{1/10 + 1/6} = \frac{2/5 + 5}{1/5} = \frac{2/5 + 5}{1/5} \times \frac{5}{5} = \frac{2 + 25}{1} = 27 \text{ m/s}$$

$$= 18 \text{ km/h} = 5 \text{ m/s}$$

۱۹۸ داده های مسئله را در رابطه زیر جای گذاری می کنیم:

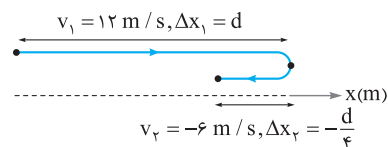
$$v_{av} = \frac{\Delta x_{\text{کل}}}{\Delta t_{\text{کل}}} = \frac{d_1 + d_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} \xrightarrow{\Delta t = \frac{\Delta x}{v}} v_{av} = \frac{d_1 + d_2}{\frac{d_1}{v_1} + \frac{d_2}{v_2}}$$

$$\Rightarrow v/2 = \frac{d_1 + d_2}{\frac{d_1}{12} + \frac{d_2}{3}} \Rightarrow \frac{v}{2} d_1 + \frac{v}{2} d_2 = d_1 + d_2$$

$$\Rightarrow 0.6d_1 + 2/3 d_2 = d_1 + d_2 \Rightarrow 1/3 d_2 = 0.4d_1$$

$$\Rightarrow \frac{d_2}{d_1} = \frac{0.4}{1/3} = \frac{2}{5}$$

۱۹۹ ابتدا شکل مناسبی از مسیر حرکت ذره رسم می کنیم:



حالا در هر قسمت از حرکت، زمان سپری شده ( $\Delta t$ ) را برحسب اندازه جابه‌جایی و سرعت، جای‌گذاری می‌کنیم؛ در نتیجه سرعت متوسط متحرک برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_{کل}}{\Delta t_{کل}} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3} = \frac{\frac{d}{2} + \frac{d}{4} + \frac{d}{6}}{\frac{d}{24} + \frac{d}{12} + \frac{d}{6}} = \frac{d}{\frac{d}{48} + \frac{d}{24} + \frac{d}{24}} = \frac{d}{\frac{d}{12}} = 12 \text{ m/s}$$

**۲۵۳ گام ۱** سرعت متحرک در ۵ ثانیه اول ثابت و برابر  $4 \text{ m/s}$  و سرعت متحرک در بازه زمانی  $t_1 = 5 \text{ s}$  تا  $t_2 = 8 \text{ s}$  ثابت و برابر  $-10 \text{ m/s}$  است. پس جابه‌جایی متحرک در هر یک از این بازه‌ها برابر است با:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = v \Delta t \begin{cases} \xrightarrow{(5, 4 \text{ s})} \Delta x_1 = 4 \times 5 = 20 \text{ m} \\ \xrightarrow{(5 \text{ s}, -10 \text{ s})} \Delta x_2 = (-10) \times 3 = -30 \text{ m} \end{cases}$$

بنابراین جابه‌جایی و مسافت طی شده در کل حرکت برابر می‌شود با:

$$\Delta x_{کل} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 20 + (-30) = -10 \text{ m}$$

$$l_{کل} = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = 20 + 30 = 50 \text{ m}$$

**گام ۲** محاسبه اندازه سرعت متوسط و تندی متوسط در کل حرکت:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_{کل}}{\Delta t_{کل}} = \frac{-10}{8} = -1.25 \text{ m/s} \Rightarrow |v_{av}| = 1.25 \text{ m/s}$$

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{50}{8} = 6.25 \text{ m/s}$$

**۲۵۴ گام ۲** محاسبه زمان حرکت اول:

$$\Delta x_1 = v_1 \Delta t_1 \xrightarrow{\Delta x_1 = 48 \text{ m}, v_1 = 8 \text{ m/s}} 48 = 8 \times \Delta t_1 \Rightarrow \Delta t_1 = 6 \text{ s}$$

**گام ۳** با داشتن سرعت متوسط و زمان حرکت در کل مسیر، می‌توانیم جابه‌جایی حرکت دوم را حساب کنیم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} \xrightarrow{v_{av} = 2 \text{ m/s}, \Delta x_1 = 48 \text{ m}, \Delta t_1 = 6 \text{ s}, \Delta t_2 = 4 \text{ s}} 2 = \frac{48 + \Delta x_2}{6 + 4} \Rightarrow 48 + \Delta x_2 = 20 \Rightarrow \Delta x_2 = -28 \text{ m}$$

**گام ۴** محاسبه سرعت متحرک در حرکت دوم:

$$\Delta x_2 = v_2 \Delta t_2 \Rightarrow -28 = v_2 \times 4 \Rightarrow v_2 = -7 \text{ m/s}$$

**گام ۵** سرعت متحرک در تمام لحظه‌های بازه  $t_2 = 0 \text{ s}$  تا  $t' = 6 \text{ s}$  برابر  $v_1 = 8 \text{ m/s}$  و در تمام لحظه‌های بازه  $t' = 6 \text{ s}$  تا  $t'' = 10 \text{ s}$  برابر  $v_2 = -7 \text{ m/s}$  است. بنابراین شتاب متوسط متحرک در بازه  $t_1 = 3 \text{ s}$  تا  $t_2 = 8 \text{ s}$  برابر می‌شود با:

$$a_{av(3 \text{ s}, 8 \text{ s})} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \xrightarrow{v_2 = -7 \text{ m/s}, v_1 = 8 \text{ m/s}} a_{av(3 \text{ s}, 8 \text{ s})} = \frac{-7 - 8}{8 - 3} = \frac{-15}{5} = -3 \text{ m/s}^2$$

$$\Rightarrow \vec{a}_{av(3 \text{ s}, 8 \text{ s})} = (-3 \text{ m/s}^2) \vec{i}$$

**۲۵۵ گام ۲** برای پیدا کردن لحظه رسیدن دو متحرک به هم، کافیت مکان آن‌ها را برابر قرار دهیم:

$$x_A = x_B \Rightarrow 4t - 11 = -t + 9 \Rightarrow \Delta t = 20 \Rightarrow t = 4 \text{ s}$$

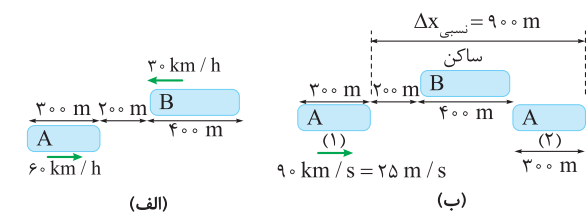
**گام ۳** فاصله دو متحرک، یعنی عبارت  $|x_A - x_B|$  می‌خواهیم برابر با  $10 \text{ m}$  شود. پس داریم:

$$|x_A - x_B| = 10 \Rightarrow |(4t - 11) - (-t + 9)| = 10 \Rightarrow |\Delta t - 20| = 10$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta t - 20 = -10 \Rightarrow t = 10 \text{ s} \\ \Delta t - 20 = 10 \Rightarrow t = 30 \text{ s} \end{cases}$$

یعنی در لحظه  $t = 6 \text{ s}$ ، فاصله دو متحرک از هم برای دومین بار  $10 \text{ m}$  می‌شود.

**۲۵۶ گام ۴** ابتدا شکلی از وضعیت دو قطار در مبدأ زمان رسم می‌کنیم (شکل الف). به کمک روش سرعت نسبی، فرض می‌کنیم قطار B ساکن است و قطار A با تندی  $A = 25 \text{ m/s} = 90 \text{ km/h} = 30 + 60$  به سمت آن در حال حرکت است (شکل ب). برای آن‌که قطار A از B به طور کامل عبور کند، باید از موقعیت (۱) به موقعیت (۲) برسد. برای این کار جابه‌جایی نسبی قطار A باید برابر  $\Delta x_{نسبی} = 300 + 200 + 400 = 900 \text{ m}$  باشد. بنابراین داریم:



$$\Delta x_{نسبی} = v_{نسبی} \Delta t \Rightarrow 900 = 25 \times \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{900}{25} = 36 \text{ s}$$

**۲۵۷ گام ۲** فاصله اولیه دو کفشدوزک برابر  $5/5 \text{ m}$  است، پس دو کفشدوزک وقتی به هم می‌رسند که مجموع اندازه جابه‌جایی آن‌ها  $5/5 \text{ m}$  شود. در نتیجه داریم:

$$|\Delta x_A| + |\Delta x_B| = 5/5 \Rightarrow |v_A \Delta t| + |v_B \Delta t| = 5/5 \Rightarrow \Delta t + 1/2 \Delta t = 5/5 \Rightarrow 3/2 \Delta t = 5/5 \Rightarrow \Delta t = \frac{5}{3} \text{ min}$$

**گام ۳** در این مدت جابه‌جایی کفشدوزک B برابر است با:

$$\Delta x_B = v_B \Delta t = 1/2 \times \frac{5}{3} = \frac{5}{6} \text{ m}$$

پس در این مدت کفشدوزک B از مکان  $x_0 = -2/4 \text{ m}$  به مکان زیر می‌رسد:  $\Delta x_B = x - x_0 \Rightarrow 3 = x - (-2/4) \Rightarrow x = 0/6 \text{ m}$

**۲۵۸ گام ۱** محاسبه سرعت متحرک‌های A و B:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \begin{cases} \xrightarrow{\text{در بازه } (0, 4 \text{ s}) \text{ در A}} v_A = \frac{0 - (-16)}{4 - 0} = 4 \text{ m/s} \\ \xrightarrow{\text{در بازه } (0, 5 \text{ s}) \text{ در B}} v_B = \frac{0 - 30}{5 - 0} = -6 \text{ m/s} \end{cases}$$

**گام ۲** معادله مکان - زمان دو متحرک را می‌نویسیم:

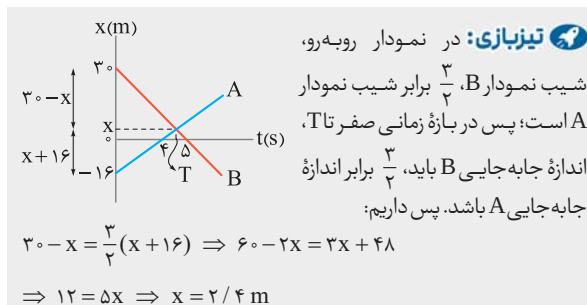
$$x = vt + x_0 \begin{cases} \xrightarrow{x_{A0} = -16 \text{ m}} x_A = 4t - 16 \\ \xrightarrow{x_{B0} = 30 \text{ m}} x_B = -6t + 30 \end{cases}$$

**گام ۳** حالا زمان رسیدن دو متحرک به هم را پیدا می‌کنیم:

$$x_A = x_B \Rightarrow 4t - 16 = -6t + 30 \Rightarrow 10t = 46 \Rightarrow t = 4.6 \text{ s}$$

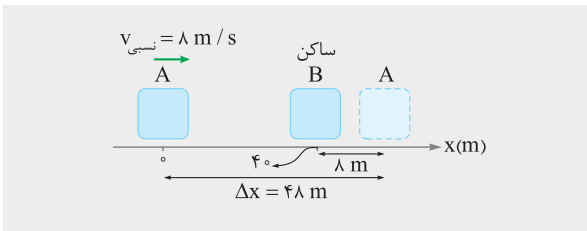
مکان همرسی، یعنی مکان به هم رسیدن دو متحرک یا همان مکان دو متحرک در لحظه  $t = 4.6 \text{ s}$ ، حالا داریم:

$$t = 4.6 \text{ s} \Rightarrow x_B = x_A = 4(4.6) - 16 = 2/4 \text{ m}$$



**۲۵۹ گام ۳** وقتی دو متحرک در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند، تندی آن‌ها نسبت به هم برابر  $v_1 + v_2$  است؛ یعنی فاصله آن‌ها در هر ثانیه به اندازه  $v_1 + v_2$  تغییر می‌کند؛ پس:

$$v_1 + v_2 = 16 \text{ m/s}$$



**گام ۳ ۲۱۲** روش اول: گام ابتدا معادله مکان-زمان دو متحرک را می نویسیم:

$$x = vt + x_0 \begin{cases} \text{A} \rightarrow x_A = 10t + x_{0A} \\ \text{B} \rightarrow x_B = 12t + x_{0B} \end{cases}$$

**گام ۴** دو متحرک A و B به ترتیب در لحظه های  $t_1 = 0$  و  $t_2 = 2$  s از مبدأ عبور می کنند، پس داریم:

$$x_{0A} = 0 \Rightarrow x_A = 10t$$

$$x_B = 12t + x_{0B} \xrightarrow[t_B=0]{t=2s} 0 = 12 \times 2 + x_{0B} \Rightarrow x_{0B} = -24 \text{ m}$$

$$\Rightarrow x_B = 12t - 24$$

**گام ۵** در لحظه ای که دو متحرک به هم می رسند، مکان هایشان با هم برابر می شود:

$$x_A = x_B \Rightarrow 10t = 12t - 24 \Rightarrow 24 = 2t \Rightarrow t = 12 \text{ s}$$

**روش دوم:** با توجه به داده های تست، نمودار مکان - زمان دو متحرک را رسم می کنیم. در این نمودار، شیب خط نشان دهنده سرعت هر متحرک است؛ بنابراین:

$$\left. \begin{aligned} v_A = \text{شیب } MO \Rightarrow 10 &= \frac{X}{T} \\ v_B = \text{شیب } NO \Rightarrow 12 &= \frac{X}{T-2} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\div} \frac{10}{12} = \frac{T-2}{T}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{6} = \frac{T-2}{T} \Rightarrow 5T = 6T - 12 \Rightarrow T = 12 \text{ s}$$

**گام ۱ ۲۱۳** ابتدا معادله مکان - زمان دو متحرک را مشخص می کنیم:

$$x = vt + x_0 \begin{cases} \frac{v_A = +2 \text{ m/s}}{x_{0A} = 3 \text{ m}} \rightarrow x_A = 2t + 3 \\ \frac{v_B = +6 \text{ m/s}}{x_{0B} = -9 \text{ m}} \rightarrow x_B = 6t - 9 \end{cases}$$

**گام ۲** فاصله دو متحرک (d) برابر است با:

$$d = |x_B - x_A| = |(6t - 9) - (2t + 3)| = |4t - 12|$$

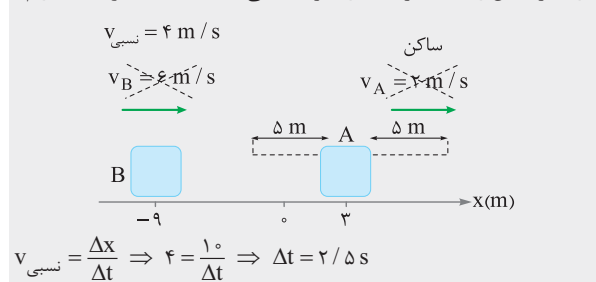
**گام ۳** d باید کم تر از ۵ m باشد؛ پس:

$$|4t - 12| < 5 \Rightarrow -5 < 4t - 12 < 5 \xrightarrow{+12} 7 < 4t < 17$$

$$\xrightarrow{\div 4} \frac{7}{4} < t < \frac{17}{4}$$

یعنی  $\frac{17}{4} - \frac{7}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} = 2.5 \text{ s}$  فاصله دو متحرک کم تر از ۵ m است.

**تیزبازی:** شکل زیر را ببینید. به کمک روش سرعت نسبی، فرض می کنیم A ساکن است و B با سرعت نسبی  $v_B = 4 \text{ m/s}$  به طرف راست در حال حرکت است. برای آن که فاصله A از B کم تر از ۵ m باشد، باید بازه ای را در نظر بگیریم که B از ۵ متری قبل از A به ۵ متری بعد از A برسد. یعنی ۱۰ m جابه جاشود. حال داریم:



$$v_{\text{نسبی}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 4 = \frac{10}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 2.5 \text{ s}$$

اما هنگامی که دو متحرک هم جهت حرکت می کنند، tendency آن ها نسبت به هم برابر  $v_2 - v_1$  است؛ یعنی فاصله آن ها در هر ثانیه به اندازه  $v_2 - v_1$  تغییر می کند، بنابراین (تبدیل متر بر دقیقه به متر بر ثانیه فراموش نشه):

$$v_2 - v_1 = \frac{240}{60} = 4 \text{ m/s}$$

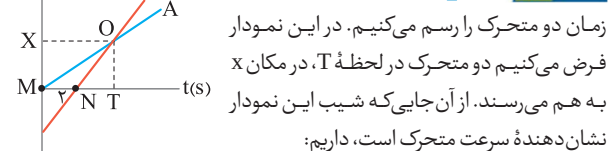
**گام ۳** حالا کافی است یک دستگاه بنویسیم و جواب را به دست بیاوریم:

$$\begin{cases} v_2 + v_1 = 16 \quad (1) \\ v_2 - v_1 = 4 \quad (2) \end{cases} \xrightarrow{(1)+(2)} 2v_2 = 20 \Rightarrow v_2 = 10 \text{ m/s}, v_1 = 6 \text{ m/s}$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

بنابراین:

**گام ۳ ۲۱۰** روش اول: نمودار مکان - زمان دو متحرک را رسم می کنیم. در این نمودار فرض می کنیم دو متحرک در لحظه T، در مکان X به هم می رسند. از آن جایی که شیب این نمودار نشان دهنده سرعت متحرک است، داریم:



$$\left. \begin{aligned} |v_A| = \text{شیب } MO = \frac{X}{T} \Rightarrow 6 &= \frac{X}{T} \\ |v_B| = \text{شیب } NO = \frac{X}{T-2} \Rightarrow 8 &= \frac{X}{T-2} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\div} \frac{6}{8} = \frac{T-2}{T}$$

$$\Rightarrow 6T = 8T - 16 \Rightarrow 2T = 16 \Rightarrow T = 8$$

**روش دوم:** معادله مکان - زمان دو متحرک را به دست می آوریم. سرعت متحرک A  $6 \text{ m/s}$  و مکان اولیه آن  $x_{0A} = 0$  است؛ پس داریم  $x_A = 6t$ . هم چنین سرعت متحرک B، برابر  $8 \text{ m/s}$  است و در لحظه  $t = 2 \text{ s}$  از مبدأ عبور می کند.

$$x = vt + x_0 \xrightarrow[v_B=0]{v_B=8 \text{ m/s}} x_B = 8t + x_{0B}$$

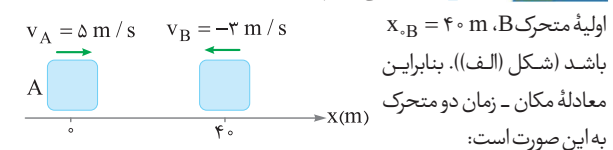
$$\xrightarrow[t_B=0]{t=2s} 0 = 8 \times 2 + x_{0B} \Rightarrow x_{0B} = -16 \Rightarrow x_B = 8t - 16$$

حالا لحظه رسیدن دو متحرک به هم را مشخص می کنیم:

$$x_A = x_B \Rightarrow 6t = 8t - 16 \Rightarrow 16 = 2t \Rightarrow t = 8 \text{ s}$$

**گام ۳ ۲۱۱** دو متحرک در لحظه  $t = 8 \text{ s}$  به هم می رسند؛ پس تا این لحظه فاصله آن ها کاهش و بعد از آن فاصله دو متحرک افزایش می یابد.

**گام ۳ ۲۱۱** فرض می کنیم مکان اولیه متحرک A،  $x_{0A} = 0$  و مکان اولیه متحرک B،  $x_{0B} = 40 \text{ m}$



$$x = vt + x_0 \begin{cases} \text{A} \rightarrow x_A = 5t \\ \text{B} \rightarrow x_B = -3t + 40 \end{cases}$$

**گام ۴** فاصله دو متحرک باید برابر ۸ m باشد؛ بنابراین:

$$|x_A - x_B| = 8 \Rightarrow |5t - (-3t + 40)| = 8 \Rightarrow |8t - 40| = 8$$

$$\begin{cases} 8t - 40 = 8 \Rightarrow t = 6 \text{ s} \\ 8t - 40 = -8 \Rightarrow t = 4 \text{ s} \end{cases}$$

یعنی در لحظه  $t = 6 \text{ s}$  برای دومین بار فاصله دو متحرک به ۸ m می رسد.

**تیزبازی:** به کمک روش سرعت نسبی، شکل (الف) را به شکل (ب) تبدیل می کنیم؛ یعنی فرض می کنیم متحرک B ساکن است و متحرک A با tendency  $v = 5 + 3 = 8 \text{ m/s}$  به سمت آن در حال حرکت است. برای آن که متحرک A برای دومین بار به فاصله ۸ متری از متحرک B برسد، باید متحرک A پس از عبور از متحرک B، ۸ متر از آن فاصله بگیرد؛ پس در این حالت جابه جایی A برابر  $40 + 8 = 48 \text{ m}$  است و داریم:

$$\Delta x_{\text{نسبی}} = v_{\text{نسبی}} \Delta t \Rightarrow 48 = 8 \Delta t \Rightarrow \Delta t = 6 \text{ s}$$

$$v_A = A \text{ شیب خط } = \frac{600 - (-300)}{30 - 0} = \frac{900}{30} = 30 \text{ m/s}$$

**گام ۱** مکان اولیه دو متحرک A و B به ترتیب،  $-300 \text{ m}$  و  $+300 \text{ m}$  است. پس معادله مکان - زمان آن‌ها در SI عبارت است از:

$$x_A = 30t - 300, x_B = 15t + 300$$

**گام ۲** حالا فاصله دو متحرک (d) را در لحظه‌های  $t = 5 \text{ s}$  و  $t = 10 \text{ s}$  پیدا می‌کنیم:

$$t = 5 \text{ s} \Rightarrow \begin{cases} x_A = 30 \times (5) - 300 = -150 \text{ m} \\ x_B = 15 \times (5) + 300 = 375 \text{ m} \end{cases}$$

$$\Rightarrow d_{(5\text{s})} = (375) - (-150) = 525 \text{ m}$$

$$t = 10 \text{ s} \Rightarrow \begin{cases} x_A = 30 \times (10) - 300 = 0 \\ x_B = 15 \times (10) + 300 = 450 \text{ m} \end{cases}$$

$$\Rightarrow d_{(10\text{s})} = 450 - 0 = 450 \text{ m}$$

$$\frac{d_{(5\text{s})}}{d_{(10\text{s})}} = \frac{525}{450} = \frac{7}{6}$$

بنابراین داریم:

**گام ۳** ابتدا معادله مکان - زمان متحرک B را به دست می‌آوریم.

$$(0, 8 \text{ s}): v_B = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0 - (-16)}{8 - 0} = 2 \text{ m/s}$$

$$x = vt + x_0 \xrightarrow{v_B = 2 \text{ m/s}} x_B = 2t - 16$$

حالا مکان متحرک B در لحظه  $t = 2 \text{ s}$  را مشخص می‌کنیم:

$$t = 2 \text{ s} \Rightarrow x_B = 2(2) - 16 = -12 \text{ m}$$

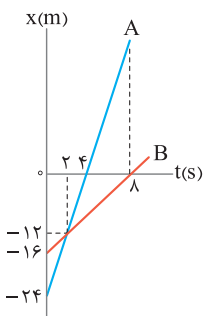
**گام ۴** حالا معادله مکان - زمان متحرک A را مشخص می‌کنیم. متحرک A در مدت ۲ ثانیه اول، از مکان  $x = -24 \text{ m}$  به مکان  $x = -12 \text{ m}$  رسیده است. بنابراین داریم:

$$(0, 2 \text{ s}): v_A = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(-12) - (-24)}{2 - 0} = \frac{12}{2} = 6 \text{ m/s}$$

$$x = vt + x_0 \xrightarrow{v_A = 6 \text{ m/s}} x_A = 6t - 24$$

یعنی متحرک A در لحظه  $t = 4 \text{ s}$  به مبدأ رسیده است. (چرا؟)

**گام ۵** در نمودار زیر می‌بینید که در بازه زمانی  $(4 \text{ s}, 8 \text{ s})$  بردار مکان دو متحرک در خلاف جهت هم است. فاصله دو متحرک در دو لحظه  $t_1 = 4 \text{ s}$  و  $t_2 = 8 \text{ s}$  را حساب می‌کنیم.



$$t_1 = 4 \text{ s} \begin{cases} x_A = 0 \\ x_B = 2 \times 4 - 16 = -8 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow \text{فاصله} = 8 \text{ m}$$

$$t_2 = 8 \text{ s} \begin{cases} x_A = 6(8) - 24 = 24 \text{ m} \\ x_B = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{فاصله} = 24 \text{ m}$$

پس فاصله بین دو متحرک در بازه زمانی  $t_1 = 4 \text{ s}$  تا  $t_2 = 8 \text{ s}$ ،  $16 \text{ m}$  (یا  $24 - 8$ ) تغییر می‌کند.

**گام ۶ روش اول:** با در نظر گرفتن بازه زمانی  $(0, 8 \text{ s})$  سرعت دو متحرک را حساب می‌کنیم:

$$v_A = \frac{\Delta x_A}{\Delta t} = \frac{2 - 6}{5} = \frac{-4}{5} = -0.8 \text{ m/s}$$

$$v_B = \frac{\Delta x_B}{\Delta t} = \frac{2 - (-4)}{5} = \frac{6}{5} = 1.2 \text{ m/s}$$

**گام ۷** مکان اولیه دو متحرک A و B به ترتیب  $6 \text{ m}$  و  $-4 \text{ m}$  است. پس معادله مکان - زمان دو متحرک به این صورت است:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_A = -0.8t + 6 \\ x_B = 1.2t - 4 \end{cases}$$

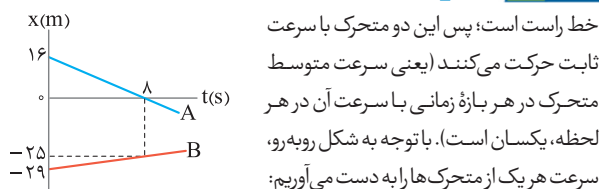
**گام ۸** نمودار مکان - زمان هر دو متحرک به صورت خط راست است. پس هر دو با سرعت ثابت در حالت حرکت اند. اگر در نمودار به بازه  $(6 \text{ s}, 9 \text{ s})$  توجه کنیم، متوجه می‌شویم که اندازه جابه‌جایی متحرک A در بازه  $(6 \text{ s}, 8 \text{ s})$  با اندازه جابه‌جایی B در بازه  $(8 \text{ s}, 9 \text{ s})$  برابر است. در نتیجه داریم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \left| \frac{v_A}{v_B} \right| = \left| \frac{\Delta x_A}{\Delta x_B} \right| \times \frac{\Delta t_B}{\Delta t_A} = 1 \times \frac{1}{2} \Rightarrow |v_B| = 2 |v_A|$$

**گام ۹** حالا باز هم از رابطه  $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$  به صورت نسبی استفاده می‌کنیم. این بار  $\Delta t_B = 8 \text{ s}$  و  $\Delta t_A = 6 \text{ s}$  است. در نتیجه داریم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \left| \frac{v_A}{v_B} \right| = \left| \frac{\Delta x_A}{\Delta x_B} \right| \times \frac{\Delta t_B}{\Delta t_A} \Rightarrow \frac{1}{2} = \left| \frac{\Delta x_A}{\Delta x_B} \right| \times \frac{8}{6} \Rightarrow \left| \frac{\Delta x_A}{\Delta x_B} \right| = \frac{3}{4}$$

**گام ۱۰** نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B به صورت یک



$$v_A = v_{av,A} = \frac{\Delta x_A}{\Delta t} = \frac{0 - 16}{8 - 0} = -2 \text{ m/s}$$

$$v_B = v_{av,B} = \frac{\Delta x_B}{\Delta t} = \frac{-24 - (-29)}{8 - 0} = \frac{5}{8} \text{ m/s}$$

**گام ۱۱** حالا معادله مکان - زمان دو متحرک را می‌نویسیم:

$$x_A = v_A t + x_{0,A} \xrightarrow{v_A = -2 \text{ m/s}, x_{0,A} = 16 \text{ m}} x_A = -2t + 16$$

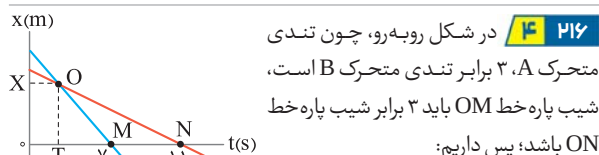
$$x_B = v_B t + x_{0,B} \xrightarrow{v_B = \frac{5}{8} \text{ m/s}, x_{0,B} = -24 \text{ m}} x_B = \frac{1}{8}t - 24$$

**گام ۱۲** وقتی دو متحرک A و B به یکدیگر می‌رسند، مکان آن‌ها یکسان است؛ یعنی:

$$x_A = x_B \xrightarrow{x_A = -2t + 16, x_B = \frac{1}{8}t - 24} -2t + 16 = \frac{1}{8}t - 24 \Rightarrow \frac{9}{8}t = 40 \Rightarrow t = 35.5 \text{ s}$$

**گام ۱۳** سؤال از ما مکان دو متحرک را در لحظه‌ای که به هم می‌رسند، می‌خواهد. کافی است لحظه  $t = 35.5 \text{ s}$  را در معادله مکان - زمان یکی از متحرک‌ها (مثلاً متحرک A) قرار بدهیم و مکان مورد نظر را پیدا کنیم:

$$x_A = -2t + 16 \xrightarrow{t = 35.5 \text{ s}} x_A = -2(35.5) + 16 = -55 \text{ m}$$



**گام ۱۴** در شکل روبه‌رو، چون تندی متحرک A، ۳ برابر تندی متحرک B است، شیب پاره خط OM باید ۳ برابر شیب پاره خط ON باشد؛ پس داریم:

$$\left| v_A \right| = \left| \text{شیب OM} \right| = \frac{X}{v - T} \quad \left| v_B \right| = \left| \text{شیب ON} \right| = \frac{X}{11 - T} \Rightarrow |v_A| = 3 |v_B|$$

$$\Rightarrow \frac{X}{v - T} = 3 \times \left( \frac{X}{11 - T} \right) \Rightarrow 11 - T = 3(v - T)$$

$$\Rightarrow 11 - T = 21 - 3T \Rightarrow 2T = 10 \Rightarrow T = 5 \text{ s}$$

**گام ۱۵** ابتدا سرعت دو متحرک را که ثابت هستند، حساب می‌کنیم:

$$v_B = B \text{ شیب خط } = \frac{600 - 300}{20 - 0} = \frac{300}{20} = 15 \text{ m/s}$$



**گام ۱** با توجه به شکل ابتدا متحرک A در لحظه  $t_1$ ،  $600 \text{ m}$  جلوتر از متحرک B قرار می‌گیرد و سپس متحرک B در لحظه  $t_2$ ،  $600 \text{ m}$  جلوتر از متحرک A خواهد بود؛ با این حساب  $t_1$  و  $t_2$  برابر است با:

$$(1): x_A - x_B = 10t_1 + 400 - (30t_1 - 300) = 600$$

$$\Rightarrow -20t_1 + 700 = 600 \Rightarrow 20t_1 = 100 \Rightarrow t_1 = 5 \text{ s}$$

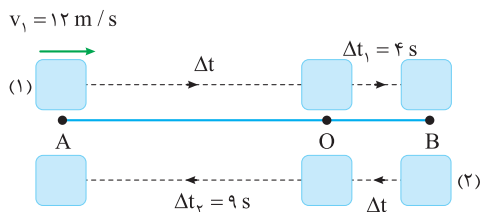
$$(2): x_B - x_A = 30t_2 - 300 - (10t_2 + 400) = 600$$

$$\Rightarrow 20t_2 - 700 = 600 \Rightarrow 20t_2 = 1300 \Rightarrow t_2 = \frac{130}{2} \text{ s}$$

**گام ۲** نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{\frac{130}{2}}{5} = \frac{130}{10} = 13$$

**۲۲۲ گام ۱** در شکل زیر، مسیر حرکت متحرک‌های (۱) و (۲)، و زمان لازم برای طی کردن هر مرحله توسط متحرک‌ها را می‌بینید. می‌دانیم در حرکت با سرعت ثابت، زمان لازم برای پیمودن هر جابه‌جایی، با اندازه آن جابه‌جایی متناسب است. یعنی داریم:



$$\left. \begin{aligned} \text{متحرک (۱): } \frac{OB}{AO} &= \frac{\Delta t_1}{\Delta t} = \frac{4}{\Delta t} \\ \text{متحرک (۲): } \frac{OB}{AO} &= \frac{\Delta t}{\Delta t_2} = \frac{\Delta t}{9} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{4}{\Delta t} = \frac{\Delta t}{9} \Rightarrow (\Delta t)^2 = 36$$

$$\Rightarrow \Delta t = 6 \text{ s}$$

پس متحرک (۲)، فاصله AB را در مدت  $\Delta t + \Delta t_2 = 6 + 9 = 15 \text{ s}$  طی می‌کند:

**گام ۲** حالا برای محاسبه فاصله دو جسم می‌دانیم متحرک (۱) در مدت  $\Delta t + \Delta t_1 = 6 + 4 = 10 \text{ s}$  با سرعت  $12 \text{ m/s}$  فاصله A تا B را طی کرده است. پس داریم:

$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow AB = 12 \times 10 = 120 \text{ m}$$

**۳۳۳ گام ۱** نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B یک خط راست است؛ پس این دو متحرک با سرعت ثابت حرکت می‌کنند (یعنی سرعت متوسط متحرک در هر بازه زمانی با سرعت آن در هر لحظه یکسان است). با توجه به شکل (الف)، سرعت هر یک از متحرک‌ها را حساب می‌کنیم:

$$v_A = v_{av,A} = \frac{\Delta x_A}{\Delta t} = \frac{200 - 100}{10 - 0} = \frac{100}{10} = 10 \text{ m/s}$$

$$v_B = v_{av,B} = \frac{\Delta x_B}{\Delta t} = \frac{0 - (-200)}{10 - 0} = \frac{200}{10} = 20 \text{ m/s}$$

**گام ۲** می‌خواهیم ببینیم چند ثانیه فاصله دو متحرک از هم، کم‌تر یا مساوی  $20 \text{ m}$  است. برای این که به این سؤال پاسخ بدهیم، بیایید با هم نمودار مکان - زمان این دو متحرک را تحلیل کنیم. همان طور که در شکل (الف) می‌بینید، متحرک B در حال نزدیک شدن به متحرک A است و پس از مدتی بالاخره به متحرک A می‌رسد و از آن سبقت خواهد گرفت؛ بنابراین فاصله بین دو متحرک یک بار قبل از سبقت (شکل (ب)) و یک بار پس از سبقت (شکل (پ)) به  $20 \text{ m}$  می‌رسد

**گام ۱** با قراردادن  $x_A = 0$ ، لحظه‌ای را که بردار مکان متحرک A تغییر جهت می‌دهد، تعیین می‌کنیم:

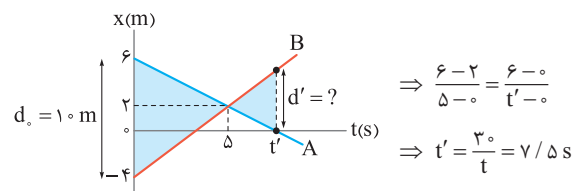
$$x_A = 0 \Rightarrow 0 = -0.8t + 6 \Rightarrow 0.8t = 6 \Rightarrow t = 7.5 \text{ s}$$

در این لحظه مکان متحرک B برابر است با:

$$x_B = 1.2t - 4 \xrightarrow{t=7.5 \text{ s}} x_B = 1.2 \times (7.5) - 4 = 5 \text{ m}$$

پس فاصله دو متحرک از هم در این لحظه  $|x_B - x_A| = 5 - 0 = 5 \text{ m}$  است.

**گام ۲** در شکل زیر به کمک شیب نمودار A، لحظه  $t'$  را پیدا می‌کنیم: شیب نمودار در بازه صفر تا  $t' =$  شیب نمودار در بازه صفر تا  $5 \text{ s}$



**گام ۳** در شکل بالا فاصله دو متحرک در لحظه  $t'$  را با  $d'$  نشان داده‌ایم. کافی است به کمک تشابه مثلث‌های رنگی  $d'$  را پیدا کنیم:

$$\frac{d_0}{\Delta} = \frac{d'}{t' - \Delta} \xrightarrow{\frac{d_0 = 6 - (-4) = 10 \text{ m}}{t' = 7.5 \text{ s}}} \frac{10}{7.5 - 5} = \frac{d'}{2.5} \Rightarrow d' = 5 \text{ m}$$

**۲۲۰ گام ۱** باید  $|x_B - x_A| \leq 20 \text{ m}$  باشد؛ پس به دنبال دولحظه  $x_B - x_A = 20 \text{ m}$  و  $x_A - x_B = 20 \text{ m}$  هستیم با این حساب، اگر در لحظه  $t_1$ ،  $x_B - x_A = 20 \text{ m}$  باشد، داریم:

$$x_B - x_A = 20 \Rightarrow v_B t_1 + x_{B0} - (v_A t_1 + x_{A0}) = 20$$

$$\Rightarrow (v_B - v_A)t_1 + x_{B0} - x_{A0} = 20$$

$$\xrightarrow{x_{B0} - x_{A0} = 300 \text{ m}} (v_B - v_A)t_1 = -280$$

$$\Rightarrow (v_A - v_B)t_1 = 280 \text{ m} \quad (1)$$

و اگر در لحظه  $t_2$ ،  $x_A - x_B = 20 \text{ m}$  باشد، داریم:

$$x_A - x_B = 20 \Rightarrow v_A t_2 + x_{A0} - (v_B t_2 + x_{B0}) = 20$$

$$\Rightarrow (v_A - v_B)t_2 + x_{A0} - x_{B0} = 20$$

$$\xrightarrow{x_{A0} - x_{B0} = -300 \text{ m}} (v_A - v_B)t_2 = 320 \text{ m} \quad (2)$$

**گام ۲** رابطه‌های (۱) و (۲) را به هم تقسیم می‌کنیم تا نسبت  $\frac{t_2}{t_1}$  مشخص شود:

$$\frac{(v_A - v_B)t_2}{(v_A - v_B)t_1} = \frac{320}{280} \Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{8}{7}$$

**گام ۳** با توجه به این که  $t_2 - t_1 = 6 \text{ s}$  است، لحظه‌های  $t_1$  و  $t_2$  معلوم شده و لحظه به هم رسیدن دو متحرک ( $t_M$ ) به دست می‌آید:

$$t_2 - t_1 = 6 \text{ s} \xrightarrow{\frac{t_2}{t_1} = \frac{8}{7}} \frac{8}{7}t_1 - t_1 = 6 \Rightarrow \frac{1}{7}t_1 = 6 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 42 \text{ s} \\ t_2 = 48 \text{ s} \end{cases}$$

$$\text{بنابراین } t_M = \frac{t_1 + t_2}{2} = \frac{42 + 48}{2} = 45 \text{ s} \text{ است.}$$

**تیزبازی:** با توجه به متن سؤال، در مدت  $6 \text{ s}$  فاصله دو متحرک از  $20 \text{ m}$  به صفر و دوباره از صفر به  $20 \text{ m}$  می‌رسد؛ یعنی هر  $3 \text{ s}$  تغییر فاصله آن‌ها  $20 \text{ m}$  است؛ پس با یک تناسب ساده، تغییر فاصله  $300 \text{ m}$  تری آن‌ها در  $45 \text{ s}$  خواهد بود.

**۲۲۱ گام ۱** با توجه به نمودار، معادله مکان - زمان دو خودرو را می‌نویسیم:

$$v_A = \frac{500 - 400}{10 - 0} = 10 \text{ m/s} \Rightarrow x_A = 10t + 400$$

$$v_B = \frac{0 - (-300)}{10 - 0} = 30 \text{ m/s} \Rightarrow x_B = 30t - 300$$

هم می‌رسند. در لحظه  $t_2$  دوباره به فاصله  $10$  متری هم می‌رسند و در لحظه  $t_3$  فاصله آن‌ها از هم  $50$  م می‌شود. بنابراین ما باید لحظه  $t_1$ ،  $t_2$  و  $t_3$  را پیدا کنیم. برای این کار از قضیه تالس و تشابه مثلث‌ها کمک می‌گیریم:

$$\frac{AB}{CD} = \frac{6-0}{6-t_1} \quad \frac{AB=30\text{ m}, CD=10\text{ m}}{10} = \frac{6}{6-t_1}$$

$$\Rightarrow 6-t_1=2 \Rightarrow t_1=4\text{ s}$$

$$\frac{\Delta}{OCD} = \frac{\Delta}{OEF} \Rightarrow \frac{6-t_1}{t_2-6} = \frac{t_1-6}{t_2-6} \Rightarrow \frac{6-4}{t_2-6} = \frac{4-6}{t_2-6} \Rightarrow t_2=8\text{ s}$$

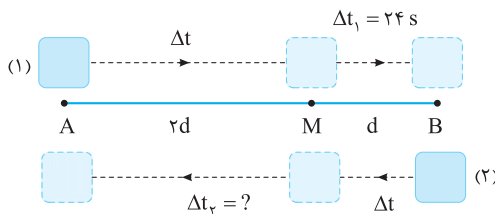
$$\frac{GH}{EF} = \frac{t_3-6}{t_2-6} \quad \frac{GH=50\text{ m}, EF=10\text{ m}}{10} = \frac{t_3-6}{2}$$

$$\Rightarrow t_3-6=10 \Rightarrow t_3=16\text{ s}$$

**گام ۳:** در بازه‌های «صفر تا  $t_1$ » و « $t_2$  تا  $t_3$ » فاصله دو متحرک از هم کم‌تر از  $50$  م و بیشتر از  $10$  م است. پس داریم:

$$\Delta t_{(0,t_1)} + \Delta t_{(t_2,t_3)} = (t_1-0) + (t_3-t_2) = (4-0) + (16-8) = 12\text{ s}$$

**۲۲۵** شکل زیر را ببینید. مسیر حرکت دو متحرک رسم شده است. متحرک (۱) در مدت  $\Delta t$  از A به M رفته و در ادامه در مدت  $\Delta t_1 = 24\text{ s}$  از M به B رسیده است. متحرک (۲) هم در مدت  $\Delta t$  از B به M رسیده و در ادامه در مدت  $\Delta t_2$  از M به A رسیده است. خواسته تست  $\Delta t_2$  است.



فقط فقط متحرک (۱) را در نظر بگیرید. حرکت این متحرک دو مرحله است و زمان لازم برای طی هر مرحله، با اندازه جابه‌جایی متحرک در آن مرحله برابر است. پس داریم:

$$\text{متحرک (۱): } \frac{\Delta x_{MB}}{\Delta x_{AM}} = \frac{\Delta t_{MB}}{\Delta t_{AM}} \Rightarrow \frac{d}{2d} = \frac{24}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 48\text{ s}$$

حالا همین کار را با متحرک (۲) انجام می‌دهیم:

$$\text{متحرک (۲): } \frac{\Delta x_{MB}}{\Delta x_{AM}} = \frac{\Delta t_{MB}}{\Delta t_{AM}} \Rightarrow \frac{d}{2d} = \frac{48}{\Delta t_2} \Rightarrow \Delta t_2 = 96\text{ s}$$

**۲۲۶** مطابق شکل، متحرک A در  $t = 5\text{ s}$  و متحرک B در  $t = 20\text{ s}$  از مبدأ مکان عبور می‌کنند:

از طرفی  $v_A = 2|v_B|$  است؛ بنابراین معادله مکان - زمان هر دو متحرک را می‌نویسیم و با حل معادله، سرعت هر متحرک را حساب می‌کنیم:

$$x_A = v_A t + x_{A,0} \quad \frac{v_A > 0}{v_A = 2v} \Rightarrow 0 = 2v(5) + x_{A,0} \quad (1)$$

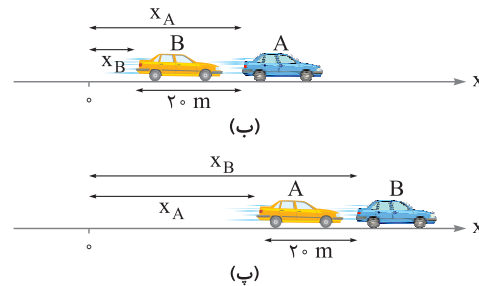
$$x_B = v_B t + x_{B,0} \quad \frac{v_B < 0}{v_B = -v} \Rightarrow 0 = -v(20) + x_{B,0} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2)-(1)} 0 = (-20v - 10v) + (x_{B,0} - x_{A,0})$$

$$\Rightarrow 30v = 150 \Rightarrow v = 5\text{ m/s} \Rightarrow v_B = -5\text{ m/s}$$

$$v_A = 10\text{ m/s}$$

و در این میان، فاصله آن‌ها از یکدیگر کم‌تر از  $20\text{ m}$  است:



**گام ۱:** حالا باید لحظه‌های  $t_1$  و  $t_2$  را به دست بیاوریم. برای این کار ابتدا معادله مکان - زمان دو متحرک A و B را می‌نویسیم:

$$x_A = v_A t + x_{A,0} \quad \frac{v_A = 10\text{ m/s}}{x_{A,0} = 100\text{ m}} \Rightarrow x_A = 10t + 100$$

$$x_B = v_B t + x_{B,0} \quad \frac{v_B = 20\text{ m/s}}{x_{B,0} = -200\text{ m}} \Rightarrow x_B = 20t - 200$$

**گام ۲:** با توجه به شکل‌های (ب) و (پ) و با استفاده از معادله مکان - زمان دو متحرک A و B، لحظه‌های  $t_1$  و  $t_2$  را به دست می‌آوریم:

$$\text{شکل (ب): } x_A - x_B = 20\text{ m} \Rightarrow (10t_1 + 100) - (20t_1 - 200) = 20$$

$$\Rightarrow 10t_1 + 100 - 20t_1 + 200 = 20 \Rightarrow 10t_1 = 280 \Rightarrow t_1 = 28\text{ s}$$

$$\text{شکل (پ): } x_B - x_A = 20\text{ m} \Rightarrow (20t_2 - 200) - (10t_2 + 100) = 20$$

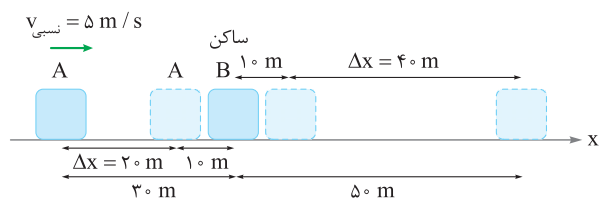
$$\Rightarrow 20t_2 - 200 - 10t_2 - 100 = 20 \Rightarrow 10t_2 = 320 \Rightarrow t_2 = 32\text{ s}$$

در نتیجه فاصله دو متحرک از هم به اندازه  $4\text{ s}$  ( $t_2 - t_1 = 32 - 28 = 4$ )، کم‌تر یا مساوی  $20\text{ m}$  است.

**۲۲۷** **روش اول:** **گام ۱:** می‌خواهیم لحظه‌هایی را تعیین کنیم که فاصله دو متحرک  $10\text{ m}$  و  $50\text{ m}$  است. با توجه نمودار داده‌شده، فاصله  $30\text{ m}$  متری دو متحرک در مبدأ زمان، پس از  $6\text{ s}$  به صفر رسیده است. یعنی سرعت نسبی دو متحرک برابر است با:

$$v_{\text{نسبی}} = \frac{\Delta x_{\text{نسبی}}}{\Delta t} = \frac{30}{6} = 5\text{ m/s}$$

**گام ۲:** حالا به شکل زیر نگاه کنید. فرض می‌کنیم، متحرک B ساکن است و متحرک A با سرعت  $5\text{ m/s}$  به سمت راست در حال حرکت است.



با توجه به شکل بالا، برای آن‌ها که متحرک A به  $10\text{ m}$  متری متحرک B برسد، باید  $20 - 10 = 10\text{ m}$  جابه‌جا شود. لحظه‌ای که این اتفاق می‌افتد، برابر است با:

$$v_{\text{نسبی}} = \frac{\Delta x_{\text{نسبی}}}{\Delta t_1} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{\Delta x_{\text{نسبی}}}{v_{\text{نسبی}}} = \frac{10}{5} = 2\text{ s}$$

یعنی از لحظه  $t = 0$  تا لحظه  $t = 2\text{ s}$  فاصله دو متحرک بیشتر از  $10\text{ m}$  و کم‌تر از  $50\text{ m}$  است. پس از رسیدن A به B، برای آن‌ها که فاصله دو متحرک بین  $10$  تا  $50\text{ m}$  متر باشد، باید متحرک A،  $40\text{ m}$  متر جابه‌جا شود. زمان لازم برای این کار برابر است با:

$$v_{\text{نسبی}} = \frac{\Delta x_{\text{نسبی}}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{40}{5} = 8\text{ s}$$

یعنی در مجموع  $2 + 8 = 10\text{ s}$ ، فاصله دو متحرک بین  $10$  تا  $50\text{ m}$  متر است.

**روش دوم:** **گام ۱:** به شکل بعد نگاه کنید! در لحظه  $t = 0$  فاصله دو متحرک از هم  $30\text{ m}$  است. در لحظه  $t_1$  به  $10\text{ m}$  متری هم می‌رسند و در لحظه  $t' = 6\text{ s}$  به



**گام ۱** می‌خواهیم مدت زمان رسیدن دو خودرو به یکدیگر را به دست آوریم. می‌دانیم زمانی که دو خودرو به هم می‌رسند، مجموع مسافت‌های طی شده توسط آن‌ها، برابر فاصله بین نقاط A و B یعنی L است؛ بنابراین:

$$L_1 + L_2 = L \Rightarrow v_1 T + v_2 T = L \xrightarrow{v_2=2v_1} v_1 T + 2v_1 T = L \\ \Rightarrow T = \frac{L}{3v_1}$$

**تیزبازی:** خودروی (۱) با تندی  $v_1$  و خودروی (۲) با تندی  $v_2 = 2v_1$  به سمت یکدیگر حرکت می‌کنند، بنابراین دو خودرو با تندی نسبی  $v_1 + 2v_1 = 3v_1$  به هم نزدیک می‌شوند. فاصله دو خودرو از یکدیگر (فاصله نسبی) هم برابر L است؛ بنابراین مدت زمان رسیدن آن‌ها به یکدیگر برابر است با:

$$T = \frac{\Delta x_{\text{نسبی}}}{v_{\text{نسبی}}} = \frac{L}{3v_1}$$

**گام ۲** حالا نسبت خواسته شده را به دست می‌آوریم:

$$\frac{T}{T'} = \frac{\frac{L}{3v_1}}{\frac{L}{2v_1}} = \frac{2}{3}$$

**۲۲۹** همین‌طور که از اسمش معلوم است، در حرکت با سرعت ثابت، جهت و اندازه بردار سرعت در تمام لحظه‌ها ثابت است؛ یعنی متحرک بر روی مسیر مستقیم و در یک جهت با تندی ثابت حرکت می‌کند.

#### بررسی عبارت‌ها:

**الف (×)** می‌دانیم هرگاه متحرک از مبدأ مکان عبور کند، بردار مکانش تغییر جهت می‌دهد. بنابراین در حرکت با سرعت ثابت، با وجود این‌که متحرک در یک جهت حرکت می‌کند و بردار سرعتش تغییر جهت نمی‌دهد، اما ممکن است از مبدأ مکان عبور کند و بردار مکانش تغییر جهت بدهد.

**ب (✓)** در حرکت با سرعت ثابت، سرعت متوسط در هر بازه زمانی دلخواه برابر سرعت متحرک در هر لحظه است.

بنابراین اندازه سرعت متوسط یا همان تندی متوسط در هر بازه زمانی برابر اندازه سرعت متحرک در هر لحظه از جمله لحظه  $t_0 = 0$  (مبدأ زمان) است.

**پ (✓)** واضح است متحرکی که فقط در یک جهت حرکت می‌کند، همواره از مکان اولیه‌اش دور می‌شود.

**ت (×)** در حرکت با سرعت ثابت، سرعت اصلاً تغییر نمی‌کند، بنابراین تغییرات سرعت برای هر بازه زمانی دلخواه برابر صفر است.

**۲۳۰** **گام ۱** با توجه به شکل روبه‌رو، اندازه جابه‌جایی خودرو در این حرکت (d) برابر است با:  $\sin 30^\circ = \frac{9}{d} \Rightarrow d = \frac{9}{0.5} = 18 \text{ m}$

**گام ۲** حالا داریم:

$$v = \frac{d}{\Delta t} \xrightarrow{v=4/5 \text{ km/h} = \frac{4}{3} \text{ m/s}} \frac{4/5}{3/6} = \frac{18}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 14/4 \text{ s}$$

**۲۳۱** ابتدا سرعت متحرک را حساب می‌کنیم. با توجه به نمودار داده شده، جابه‌جایی متحرک در سه ثانیه اول برابر  $-7 \text{ m}$  است.

پس داریم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-7}{3} \text{ m/s}$$

**گام ۲** حالا معادله مکان - زمان متحرک را می‌نویسیم:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow x = -\frac{7}{3}t + 20$$

**گام ۳** در معادله بالا  $t = 12 \text{ s}$  را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$t = 12 \text{ s} \Rightarrow x = \left(-\frac{7}{3} \times 12\right) + 20 = -8 \text{ m} \Rightarrow \vec{x} = (-8 \text{ m}) \hat{i}$$

**گام ۱** حالا  $t = 20 \text{ s}$  را در معادله مکان - زمان هر متحرک جای‌گذاری می‌کنیم و با تفاضل آن‌ها، فاصله دو متحرک در  $t = 20 \text{ s}$  را به دست می‌آوریم:

$$x_A = 10(20) + x_{0,A} \Rightarrow x_A = 200 + x_{0,A} \quad (1)$$

$$x_B = -5(20) + x_{0,B} \Rightarrow x_B = -100 + x_{0,B} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1)-(2)} \frac{x_A - x_B}{\Delta x} = \frac{(200 - (-100))}{300} + \frac{(x_{0,A} - x_{0,B})}{-150} \\ \Rightarrow \Delta x = 150 \text{ m}$$

**۲۲۷** **گام ۱** مطابق شکل، دو متحرک در نقطه B به هم می‌رسند؛ بنابراین:  $(t_1 = t_2)$

$$t_1 = t_2 \Rightarrow \frac{x_1}{v_1} = \frac{x_2}{v_2} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{x}{180 - x} \quad (1)$$

**گام ۲** از طرفی در ادامه متحرک (۱) مسافت x را در مدت ۱۶ s و متحرک (۲) مسافت  $180 - x$  را در مدت ۲۵ s طی می‌کند، پس می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} x = v_1 \times 16 \\ 180 - x = v_2 \times 25 \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{180 - x} = \frac{v_1}{v_2} \times \frac{16}{25} \quad (2)$$

**گام ۳** با توجه به روابط (۱) و (۲) می‌توان نوشت:

$$(1) \text{ و } (2) \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{v_1}{v_2} \times \frac{16}{25} \Rightarrow \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{4}{5}$$

**گام ۴** نسبت به دست‌آمده برای سرعت‌ها را در رابطه (۱) قرار می‌دهیم تا به دست بیاید:

$$\frac{x}{180 - x} = \frac{4}{5} \Rightarrow 5x = 4 \times 180 - 4x \Rightarrow 9x = 4 \times 180 \\ \Rightarrow x = 4 \times 20 = 80 \text{ m}$$

**گام ۵** حالا با توجه به این‌که  $x = 16v_1$ ، سرعت متحرک (۱) را به دست می‌آوریم:

$$80 = 16 \times v_1 \Rightarrow v_1 = 5 \text{ m/s}$$

**تیزبازی:** دو متحرک با تندی  $v_1 + v_2$  به هم نزدیک می‌شوند تا این‌که بعد از مدت t به هم می‌رسند، از طرفی متحرک (۱) در مدت زمان  $t + 16$  و متحرک (۲) در مدت زمان  $t + 25$  فاصله ۱۸۰ متری را طی می‌کنند. با این حساب:

$$\begin{cases} v_1 + v_2 = \frac{180}{t} \quad (1) \\ v_1 = \frac{180}{t + 16} \quad (2) \\ v_2 = \frac{180}{t + 25} \quad (3) \end{cases} \Rightarrow \frac{180}{t + 16} + \frac{180}{t + 25} = \frac{180}{t} \\ \xrightarrow{\times t(t+16)(t+25)} t(t+25) + t(t+16) = (t+16)(t+25) \\ \Rightarrow t^2 + 25t + t^2 + 16t = t^2 + 41t + 25 \times 16 \\ \Rightarrow 2t^2 + 41t = t^2 + 41t + 25 \times 16 \\ \Rightarrow t^2 = 25 \times 16 = 5^2 \times 4^2 = (5 \times 4)^2 \Rightarrow t = 5 \times 4 = 20 \text{ s}$$

حالا با جای‌گذاری این مقدار در رابطه (۲)، اندازه سرعت متحرک اول ( $v_1$ ) به دست می‌آید:

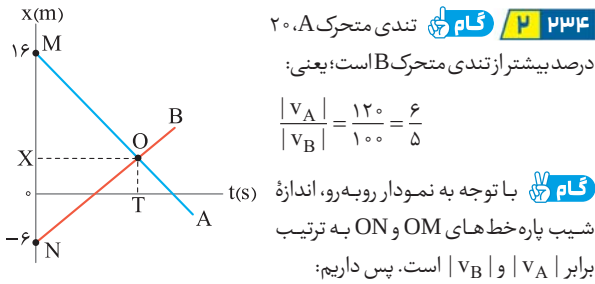
$$v_1 = \frac{180}{20 + 16} = 5 \text{ m/s}$$

**۲۲۸** **گام ۱** فاصله بین نقاط A و B را برابر L در نظر می‌گیریم و مدت زمان رسیدن هر یک از خودروها به مبدأ حرکت خودروی دیگر (که همان مدت زمانی است که هر یک از خودروها مسافت بین نقاط A و B را طی می‌کنند) را به دست می‌آوریم:

$$t_1 = \frac{L}{v_1} \text{ و } t_2 = \frac{L}{v_2} \xrightarrow{v_2=2v_1} t_2 = \frac{L}{2v_1}$$

**گام ۲** با این حساب، اختلاف زمان رسیدن هر یک از دو خودرو به مبدأ خودروی دیگر برابر است با:

$$T' = t_1 - t_2 = \frac{L}{v_1} - \frac{L}{2v_1} = \frac{L}{2v_1}$$



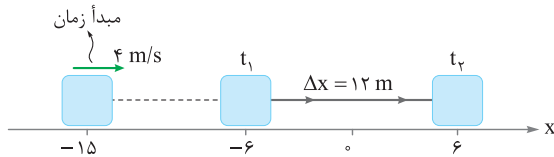
$$\left. \begin{aligned} |v_A| &= \text{شیب } MO = \frac{16 - X}{T} \\ |v_B| &= \text{شیب } NO = \frac{X - (-6)}{T} = \frac{X + 6}{T} \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{\frac{16 - X}{T}}{\frac{X + 6}{T}} = \frac{6}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{16 - X}{X + 6} = \frac{6}{5} \Rightarrow 80 - 5X = 6X + 36 \Rightarrow 44 = 11X \Rightarrow X = 4 \text{ m}$$

**۳۳۵** **جابه‌جایی متحرک A، در مدت  $\Delta t_A = T - 0 = T$  برابر  $\Delta x_A = 0 - 24 = -24 \text{ m}$  و جابه‌جایی متحرک B، در مدت  $\Delta t_B = 2T - 0 = 2T$  برابر  $\Delta x_B = 0 - (-18) = 18 \text{ m}$  است؛ پس داریم:**

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \frac{\Delta x_B}{\Delta x_A} \times \frac{\Delta t_A}{\Delta t_B} \Rightarrow \frac{v_B}{v} = \frac{18}{-24} \times \frac{T}{2T} \Rightarrow v_B = -\frac{3}{8} v$$

**۳۳۶** **همان‌طور که در شکل زیر می‌بینید، برای آن‌که فاصله متحرک از مبدأ کم‌تر یا مساوی ۶ m باشد، متحرک باید از مکان  $x_1 = -6 \text{ m}$  به مکان  $x_2 = +6 \text{ m}$  برسد. یعنی ۱۲ m جابه‌جا شود. زمان لازم برای طی این جابه‌جایی برابر است با:**



$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 4 = \frac{12}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 3 \text{ s}$$

**۳۳۷** **اگر طول استخر را L در نظر بگیریم، اندازه جابه‌جایی شناگر در مسیر رفت و مسیر برگشت برابر L است. بنابراین زمان رفت و برگشت شناگر برابر است با:**

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v} \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} \text{رفت: } \Delta t_1 &= \frac{L}{|v_1|} \\ \text{برگشت: } \Delta t_2 &= \frac{L}{|v_2|} \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow \Delta t_{\text{کل}} = \Delta t_1 + \Delta t_2 = \frac{L}{|v_1|} + \frac{L}{|v_2|}$$

**۳۳۸** **مسافت طی شده توسط متحرک در مجموع رفت و برگشت برابر ۲L است. در نتیجه تندی متوسط شناگر در کل این حرکت برابر است با:**

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t_{\text{کل}}} = \frac{2L}{\frac{L}{|v_1|} + \frac{L}{|v_2|}} = \frac{2}{\frac{1}{|v_1|} + \frac{1}{|v_2|}} = \frac{2|v_1 v_2|}{|v_1| + |v_2|}$$

**نکته:** این جا باید حواسمان را جمع کنیم تا اشتباه نکنیم! بردارهای  $\vec{v}_1$  و  $\vec{v}_2$  در خلاف جهت یکدیگر و علامت یکی از آن‌ها منفی است. بنابراین  $|v_1| + |v_2|$  برابر  $|v_1 - v_2|$  است.

$$|v_1| + |v_2| \xrightarrow{v_1 > 0, v_2 < 0} = |v_1 - v_2|$$

$$s_{av} = \frac{2|v_1 v_2|}{|v_1| + |v_2|} \Rightarrow s_{av} = \frac{2|v_1 v_2|}{|v_1 - v_2|}$$

**۳۳۹** **تیزبازی:** از آن‌جا که سرعت متحرک ثابت است، نسبت  $\frac{\Delta x}{\Delta t}$  برای تمام بازه‌ها یکسان است و داریم:

$$\frac{\Delta x_{(0,3s)}}{\Delta t_{(0,3s)}} = \frac{\Delta x_{(0,12s)}}{\Delta t_{(0,12s)}} \Rightarrow \frac{x_{3s} - x_0}{3 - 0} = \frac{x_{12s} - x_0}{12 - 0}$$

$$\Rightarrow \frac{12 - 20}{3} = \frac{x_{12s} - 20}{12} \Rightarrow x_{(12s)} - 20 = -24 \Rightarrow \vec{x}_{(12s)} = (-4 \text{ m}) \hat{i}$$

**۳۴۰** **اگر تندی متحرک A را  $v$  در نظر بگیریم، تندی متحرک B برابر ۲v است؛ بنابراین معادله مکان - زمان دو متحرک به صورت زیر است:**

$$x_A = vt + x_{0A}, \quad x_B = -2vt + x_{0B}$$

توجه کنید که متحرک B در خلاف جهت محور حرکت می‌کند و سرعت آن منفی است. **۳۴۱** **دو متحرک در لحظه  $t = 12 \text{ s}$  همدیگر را ملاقات می‌کنند و مکان‌های برابر دارند؛ بنابراین:**

$$x_A(t=12s) = x_B(t=12s) \Rightarrow 12v + x_{0A} = -24v + x_{0B}$$

$$\Rightarrow 36v = x_{0B} - x_{0A}$$

$$v = \frac{x_{0B} - x_{0A}}{36} \xrightarrow{\text{مکان اولیه A بالاتر از مکان اولیه B است.}} v = \frac{+48}{36} = \frac{4}{3} \text{ m/s}$$

**۳۴۲** **متحرک B در لحظه  $t = 12 \text{ s}$  از مکان  $x = 24 \text{ m}$  عبور کرده است. حالا مکان اولیه متحرک B را به دست می‌آوریم:**

$$x_B = -\frac{4}{3}t + x_{0B} \xrightarrow{t=12s, x_B=24m} 24 = -\frac{4}{3}(12) + x_{0B}$$

$$\downarrow$$

$$-24 = -\frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow x_{0B} = +56 \text{ m}$$

**۳۴۳** **لحظه‌ای که متحرک از مبدأ مکان ( $x = 0$ ) عبور می‌کند را حساب می‌کنیم:**

$$x_B = -\frac{4}{3}t + 56 \xrightarrow{x_B=0} -\frac{4}{3}t + 56 = 0 \Rightarrow t = 21 \text{ s}$$

**۳۴۴** **فاصله متحرک A از متحرک B را در لحظه  $t = 21 \text{ s}$  به دست می‌آوریم:**

$$\left. \begin{aligned} x_A &= vt + x_{0A} \\ x_B &= -2vt + x_{0B} \end{aligned} \right\} \Rightarrow x_A - x_B = 3vt + (x_{0A} - x_{0B})$$

$$\Rightarrow x_A - x_B = 3\left(\frac{4}{3}\right)(21) - 48 = 84 - 48 = 36 \text{ cm}$$

**۳۴۵** **از آن جایی که فاصله متحرک از مبدأ برابر  $|x|$  است، با توجه به علامت مکان برای  $x_1$  و  $x_2$ ، ۴ حالت وجود دارد:**

**حالت ۱:**  $x_1 > 0, x_2 > 0 \Rightarrow x_1 = 10 \text{ m}, x_2 = 50 \text{ m}$

$$\Rightarrow \Delta x = 50 - 10 = 40 \text{ m}$$

**حالت ۲:**  $x_1 > 0, x_2 < 0 \Rightarrow x_1 = 10 \text{ m}, x_2 = -50 \text{ m}$

$$\Rightarrow \Delta x = -50 - 10 = -60 \text{ m}$$

**حالت ۳:**  $x_1 < 0, x_2 < 0 \Rightarrow x_1 = -10 \text{ m}, x_2 = -50 \text{ m}$

$$\Rightarrow \Delta x = (-50) - (-10) = -40 \text{ m}$$

**حالت ۴:**  $x_1 < 0, x_2 > 0 \Rightarrow x_1 = -10 \text{ m}, x_2 = 50 \text{ m}$

$$\Rightarrow \Delta x = 50 - (-10) = 60 \text{ m}$$

با توجه به حالت‌های بالا، اندازه جابه‌جایی متحرک ( $|\Delta x|$ )، برابر ۴۰ یا ۶۰ متر است. در نتیجه داریم:

$$|v| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} \left\{ \begin{aligned} |v| &= \frac{40}{6-2} = 10 \text{ m/s} \\ |v| &= \frac{60}{6-2} = 15 \text{ m/s} \end{aligned} \right.$$



**گام ۱** **۲۴۱** در حالت اول، طول مسیر را  $d$  در نظر می‌گیریم و از

آن جایی که اطلاعات مستقیمی از زمان حرکت نداریم، از رابطه  $v_{av} = \frac{\Delta x_{کل}}{\Delta t_{کل}}$  به جای  $\Delta t$  معادله را قرار می‌دهیم، بنابراین داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} \xrightarrow{\Delta t_1 = \frac{\Delta x_1}{v_1}, \Delta t_2 = \frac{\Delta x_2}{v_2}} v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\frac{\Delta x_1}{v_1} + \frac{\Delta x_2}{v_2}}$$

$$\xrightarrow{\Delta x_1 = \Delta x_2 = \frac{d}{2}, v_1 = v, v_2 = 2v} v_{av} = \frac{\frac{d}{2} + \frac{d}{2}}{\frac{d}{2v} + \frac{d}{4v}} = \frac{d}{\frac{3d}{4v}} = \frac{4}{3}v$$

**گام ۲** در حالت دوم، اطلاعات مستقیمی از جابه‌جایی‌ها نداریم؛ بنابراین این دفعه به جای  $\Delta x$ ، معادله را جایگزین می‌کنیم. اگر زمان لازم برای کل مسیر را  $\Delta t$  در نظر بگیریم، داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1' + \Delta x_2'}{\Delta t_1' + \Delta t_2'} \xrightarrow{\Delta x_1' = v_1 \Delta t_1', \Delta x_2' = v_2 \Delta t_2'} v_{av} = \frac{v_1 \Delta t_1' + v_2 \Delta t_2'}{\Delta t_1' + \Delta t_2'}$$

$$\xrightarrow{\Delta t_1' = \Delta t_2' = \frac{\Delta t}{2}, v_1 = v, v_2 = 2v} v_{av} = \frac{(v \times \frac{\Delta t}{2}) + (2v \times \frac{\Delta t}{2})}{\Delta t} = \frac{3v \Delta t}{2 \Delta t} = \frac{3}{2}v$$

**گام ۳** نسبت اندازه سرعت متوسط متحرک در حالت اول به اندازه سرعت متوسط متحرک در حالت دوم برابر است با:

$$\frac{v_{av}}{v_{av}'} = \frac{\frac{4}{3}v}{\frac{3}{2}v} = \frac{8}{9}$$

**گام ۳** **۲۴۲** نمودار  $x-t$  هر دو متحرک به صورت یک خط

راست است؛ بنابراین معادله مکان - زمان آن‌ها به صورت  $x = vt + x_0$  است. در  $t = 30$  s متحرک A در مکان  $x_A = 650$  m و متحرک B در مکان  $x_B = 600$  m است؛ پس:

$$x_A = v_A t + x_{0,A} \Rightarrow 650 = v_A \times 30 + x_{0,A} \Rightarrow 650 = 30v_A + x_{0,A} \quad (1)$$

$$x_B = v_B t + x_{0,B} \Rightarrow 600 = v_B \times 30 + x_{0,B} \Rightarrow 600 = 30v_B + x_{0,B} \quad (2)$$

**گام ۴** اختلاف فاصله دو متحرک در مبدأ زمان  $(x_{0,A} - x_{0,B})$  را می‌دانیم؛ پس با کم کردن معادله (۲) از (۱) می‌توانیم  $v_A - v_B$  را به دست آوریم:

$$650 - 600 = (30v_A + x_{0,A}) - (30v_B + x_{0,B})$$

$$\Rightarrow 50 = 30(v_A - v_B) + (x_{0,A} - x_{0,B}) = 30(v_A - v_B) + (-430)$$

$$\xrightarrow{x_{0,A} - x_{0,B} = -430} 50 + 430 = 30(v_A - v_B) \Rightarrow v_A - v_B = \frac{480}{30} = 16 \text{ m/s}$$

**تیزبازی:** مطابق نمودار دو متحرک، در ابتدا فاصله ۴۳۰ متری بینشان را طی کرده‌اند تا به هم برسند و سپس به اندازه ۵۰ m (۶۵۰ - ۶۰۰) از هم دور شده‌اند. از طرفی چون دو متحرک در یک جهت حرکت کرده‌اند، تندی آن‌ها نسبت به هم برابر  $v_A - v_B$  است؛ بنابراین:

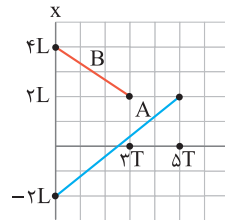
$$v_A - v_B = \frac{\Delta x'}{\Delta t} = \frac{430 + 50}{30} = 16 \text{ m/s}$$

**گام ۳** **۲۴۳** فرض می‌کنیم متحرک (۱) در مدت  $\Delta t$ ، فاصله دو نقطه

A و B را طی کرده باشد، پس متحرک (۲) این فاصله را در مدت  $\Delta t - 4$  طی کرده است. در نتیجه داریم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \begin{cases} \xrightarrow{\text{متحرک (۱)}} 12 = \frac{\Delta x_{AB}}{\Delta t} \\ \xrightarrow{\text{متحرک (۲)}} 18 = \frac{\Delta x_{AB}}{\Delta t - 4} \end{cases} \Rightarrow \frac{12}{18} = \frac{\Delta t - 4}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{\Delta t - 4}{\Delta t} \Rightarrow 2\Delta t = 3\Delta t - 12 \Rightarrow \Delta t = 12 \text{ s}$$



**گام ۴** **۲۳۸** سرعت هر یک از دو

متحرک A و B و معادله مکان - زمان آن‌ها را به دست می‌آوریم. برای این منظور طول هر واحد روی محور  $x$  را برابر با  $L$  و فاصله زمانی هر واحد روی محور، زمان را برابر با  $T$  در نظر می‌گیریم:

$$v_A = \frac{\Delta x_A}{\Delta t_A} = \frac{4L}{\Delta T} \Rightarrow x_A = v_A t + x_{0,A} \Rightarrow x_A = \frac{4L}{\Delta T} t - 2L$$

$$v_B = \frac{\Delta x_B}{\Delta t_B} = \frac{2L}{3T} \Rightarrow x_B = v_B t + x_{0,B} \Rightarrow x_B = \frac{2L}{3T} t + 4L$$

**گام ۵** معادله مکان - زمان این دو متحرک را برابر با هم قرار می‌دهیم تا لحظه به هم رسیدن و مکان به هم رسیدن آن‌ها را به دست آوریم:

$$x_A = x_B \Rightarrow \frac{4L}{\Delta T} t - 2L = -\frac{2L}{3T} t + 4L \Rightarrow \frac{4L}{\Delta T} t + \frac{2L}{3T} t = 6L$$

$$\Rightarrow \frac{22}{15} \frac{t}{T} = 6 \Rightarrow t = \frac{90}{22} T \Rightarrow t = \frac{45}{11} T$$

$$x_A = \frac{4L}{\Delta T} t - 2L \xrightarrow{t = \frac{45}{11} T} x_A = \frac{4L}{\Delta T} \times \frac{45}{11} T - 2L = \frac{36}{11} L - 2L$$

$$\xrightarrow{x_A = x_B} x_B = x_A = \frac{14}{11} L$$

**گام ۶** جابه‌جایی هر دو متحرک را تا لحظه به هم رسیدن، به دست آورده و نسبت آن‌ها را پیدا می‌کنیم:

$$\Delta x_A = x_A - x_{0,A} = \frac{14}{11} L - (-2L) = \frac{14}{11} L + \frac{22}{11} L = \frac{36}{11} L$$

$$\Delta x_B = x_B - x_{0,B} = \frac{14}{11} L - 4L = \frac{14}{11} L - \frac{44}{11} L = -\frac{30}{11} L$$

$$\frac{|\Delta x_A|}{|\Delta x_B|} = \frac{\frac{36}{11} L}{\frac{30}{11} L} = \frac{36}{30} = \frac{6}{5}$$

**گام ۲** **۲۳۹** از آن جایی که دو متحرک ابتدا در یک نقطه قرار داشتند و

با سرعت‌های متفاوت در یک جهت حرکت‌اند، فاصله بین آن‌ها رفته‌رفته افزایش می‌یابد. پس بیشینه فاصله دو متحرک در لحظه‌ای است که متحرک سریع‌تر به مقصد رسیده است. زمان لازم برای این کار را حساب می‌کنیم:

$$v_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta x_2 = 240 \text{ m}, v_2 = 12 \text{ m/s}} 12 = \frac{240}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 20 \text{ s}$$

**گام ۳** جابه‌جایی متحرک دیگر در این ۲۰ ثانیه برابر است با:

$$v_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t = 20 \text{ s}, v_1 = 10 \text{ m/s}} 10 = \frac{\Delta x_1}{20} \Rightarrow \Delta x_1 = 200 \text{ m}$$

بنابراین بیشینه فاصله دو متحرک برابر  $40 \text{ m}$  (۲۴۰ - ۲۰۰) است.

**تیزبازی:** از آن‌جا که زمان حرکت دو متحرک یکسان است، می‌توانیم

در یک گام به پاسخ برسیم:

$$\Delta t_1 = \Delta t_2 \Rightarrow \frac{\Delta x_1}{v_1} = \frac{\Delta x_2}{v_2} \Rightarrow \frac{\Delta x_1}{10} = \frac{240}{12} \Rightarrow \Delta x_1 = 200 \text{ m}$$

$$\Delta x_2 - \Delta x_1 = 240 - 200 = 40 \text{ m}$$

**گام ۳** **۲۴۰** از آن جایی که دو متحرک

۶ ثانیه در حال نزدیک شدن به هم هستند، در نمودار روبه‌رو داریم:  $T = 6 \text{ s}$ ، حالا اگر فاصله متحرک در

لحظه  $t$  برای دومین بار به  $6 \text{ m}$  برسد، برای تعیین  $t$  از تشابه دو مثلث (۱) و (۲) استفاده می‌کنیم. پس داریم:

$$\frac{6}{24} = \frac{t-6}{6} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{t-6}{6} \Rightarrow 1/5 = t-6 \Rightarrow t = 7/5$$

**نام** ✌️ حالا برای متحرک (۱) داریم:

$$v_1 = \frac{\Delta x_{AB}}{\Delta t} \Rightarrow 12 = \frac{\Delta x_{AB}}{12} \Rightarrow \Delta x_{AB} = 144 \text{ m}$$

**تیزبازی:** زمان حرکت متحرک (۱) برابر  $\Delta t_1 = \frac{\Delta x_{AB}}{12}$  و زمان حرکت

متحرک (۲) برابر  $\Delta t_2 = \frac{\Delta x_{AB}}{18}$  است. پس می‌توانیم بنویسیم:

$$\Delta t_1 - \Delta t_2 = 4 \text{ s} \Rightarrow \frac{\Delta x_{AB}}{12} - \frac{\Delta x_{AB}}{18} = 4 \Rightarrow \frac{3\Delta x_{AB} - 2\Delta x_{AB}}{36} = 4 \Rightarrow \Delta x_{AB} = 144 \text{ m}$$

**۲۴۴** ✌️

با توجه به مسیر حرکت متحرک در شکل روبه‌رو، ابتدا زمان رفت و برگشت متحرک را حساب می‌کنیم.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v} \begin{cases} \text{رفت} \rightarrow \Delta t_{\text{رفت}} = \frac{d}{\lambda} \\ \text{برگشت} \rightarrow \Delta t_{\text{برگشت}} = \frac{d}{\frac{\lambda}{3}} = \frac{3d}{\lambda} \end{cases}$$

بنابراین:  $\Delta t_{\text{کل}} = \Delta t_{\text{رفت}} + \Delta t_{\text{برگشت}} = \frac{d}{\lambda} + \frac{3d}{\lambda} = \frac{4d}{\lambda}$

$$v_{av} = \frac{\Delta x_{\text{کل}}}{\Delta t_{\text{کل}}} = \frac{d - \frac{d}{3}}{\frac{4d}{\lambda}} = \frac{\frac{2d}{3}}{\frac{4d}{\lambda}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda}{6} = 3/2 \text{ m/s}$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t_{\text{کل}}} = \frac{d + \frac{d}{3}}{\frac{4d}{\lambda}} = \frac{\frac{4d}{3}}{\frac{4d}{\lambda}} = \frac{\lambda}{3} = 6/4 \text{ m/s}$$

**نام** ✌️ بعد از نوشتن معادله مکان - زمان متحرک، اندازه

جابه‌جایی متحرک در  $t_1$  ثانیه اول و اندازه مکان متحرک در لحظه  $t_1$  را برحسب  $t_1$  می‌نویسیم:

$$x = vt + x_0 \xrightarrow{v=-8 \text{ m/s}, x_0=24 \text{ m}} x = -8t + 24$$

اندازه جابه‌جایی متحرک در بازه صفر تا  $t_1$  (ثانیه اول):

$$\Delta x_{(0,t_1)} = x_{t_1} - x_0 = (-8t_1 + 24) - (-8 \times 0 + 24) = -8t_1$$

$$\Rightarrow |\Delta x_{(0,t_1)}| = 8t_1$$

اندازه مکان متحرک در لحظه  $t_1$ :

$$x_{t_1} = -8t_1 + 24 \Rightarrow |x_{t_1}| = |-8t_1 + 24|$$

**نام** ✌️ طبق گفته تست، اندازه جابه‌جایی متحرک در  $t_1$  ثانیه اول برابر اندازه بردار مکان متحرک در لحظه  $t_1$  است:

$$|\Delta x_{(0,t_1)}| = x_{t_1} \Rightarrow 8t_1 = |-8t_1 + 24|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 8t_1 = -8t_1 + 24 \Rightarrow 16t_1 = 24 \Rightarrow t_1 = \frac{24}{16} = \frac{3}{2} \text{ s} \\ 8t_1 = 8t_1 - 24 \Rightarrow 0 = -24 \text{ (غ ق)} \end{cases}$$

بنابراین  $t_1 = \frac{3}{2} \text{ s}$  است.

**نام** ✌️ حالا باید ببینیم در چه لحظه‌ای بردار مکان، تغییر جهت می‌دهد یا در

واقع باید لحظه‌ای را که  $x = 0$  می‌شود، پیدا کنیم:

$$x = -8t + 24 \xrightarrow{x=0} 0 = -8t' + 24 \Rightarrow 8t' = 24 \Rightarrow t' = 3 \text{ s}$$

برای  $t_1 = \frac{3}{2} \text{ s}$ ،  $t' = 3 \text{ s}$  است:

$$\frac{t'}{t_1} = \frac{3}{\frac{3}{2}} = 2 \Rightarrow t' = 2t_1$$

**تیزبازی:** کافی است یک شکل ساده (مثل شکل زیر) بکشیم.

همین‌طور که می‌بینید، در نقطه M (وسط فاصله مبدأ تا  $x_0 = 24$ ) اندازه بردار جابه‌جایی از لحظه صفر تا  $t_1$  برابر اندازه بردار مکان در لحظه  $t_1$  است.

پس با توجه به این‌که سرعت ثابت است، اگر متحرک از مکان  $x_0$  تا نقطه M را در مدت  $t_1$  ثانیه پیموده باشد، باید  $t_1$  ثانیه دیگر به حرکتش ادامه دهد تا به مبدأ برسد؛ یعنی در لحظه  $t' = 2t_1$ !

**۲۴۶** ✌️ در هر حالت زمان رسیدن خودرو به نقطه B را تعیین می‌کنیم.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v} \begin{cases} \text{حالت اول} \rightarrow \Delta t_1 = \frac{90 \times 10^{-3}}{20} = 45 \times 10^{-3} \text{ h} \\ \text{حالت دوم} \rightarrow \Delta t_2 = \frac{90 \times 10^{-3}}{30} = 30 \times 10^{-3} \text{ h} \end{cases}$$

در نتیجه اختلاف زمانی رسیدن خودرو به نقطه B در دو حالت برابر است با:

$$\Delta t_1 - \Delta t_2 = 45 \times 10^{-3} - 30 \times 10^{-3} = 15 \times 10^{-3} \text{ h}$$

$$= (15 \times 10^{-3}) \times 60 \text{ min} = 0.9 \text{ min}$$

**تیزبازی:** از همان ابتدا  $\Delta t_1 - \Delta t_2$  را مستقیم حساب می‌کنیم:

$$\Delta t_1 - \Delta t_2 = \frac{\Delta x}{v_1} - \frac{\Delta x}{v_2} = \frac{90 \text{ km}}{20 \text{ km/h}} - \frac{90 \text{ km}}{30 \text{ km/h}} = \left( \frac{9}{2} - \frac{3}{2} \right) \text{ h} = 3 \text{ h}$$

در  $60 \times 3$  ضرب می‌کنیم تا به دقیقه تبدیل شود  $\Rightarrow \Delta t_1 - \Delta t_2 = \frac{60 \times 3}{2} = 90 \text{ min}$

**نام** ✌️ رابطه سرعت‌های متوسط داده‌شده را برحسب زمان

حرکتشان مرتب می‌کنیم:

$$v_{av, \text{کل}} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3}{3T} \xrightarrow{\Delta x_1=v_1T, \Delta x_2=v_2T, \Delta x_3=v_3T} v_{av, \text{کل}} = \frac{v_1T + v_2T + v_3T}{3T} = \frac{v_1 + v_2 + v_3}{3}$$

$$\Rightarrow v_1 + v_2 + v_3 = 9 \quad (1) \text{ رابطه}$$

$$v_{av(0,2T)} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{2T} \xrightarrow{v_{av(0,2T)}=2 \text{ m/s}} \frac{v_1T + v_2T}{2T} = 2$$

$$\Rightarrow v_1 + v_2 = 4 \quad (2) \text{ رابطه}$$

$$v_{av(T,3T)} = \frac{\Delta x_2 + \Delta x_3}{2T} \xrightarrow{v_{av(T,3T)}=-5/2 \text{ m/s}} \frac{v_2T + v_3T}{2T} = -5/2$$

$$\Rightarrow v_2 + v_3 = -5 \quad (3) \text{ رابطه}$$

**نام** ✌️ حالا سه معادله، سه مجهول به دست آمده را حل می‌کنیم:

$$(1) \text{ رابطه: } (v_1 + v_2) + v_3 = 9 \xrightarrow{\text{رابطه (2)}} 4 + v_3 = 9$$

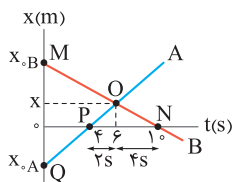
$$\Rightarrow v_3 = 9 - 4 = 5 \text{ m/s}$$

$$(3) \text{ رابطه: } v_2 + v_3 = -5 \xrightarrow{v_3=5 \text{ m/s}} v_2 + 5 = -5$$

$$\Rightarrow v_2 = -10 \text{ m/s} \Rightarrow \vec{v}_2 = (-10 \text{ m/s}) \vec{i}$$

**۲۴۸** ✌️ در شکل مقابل، باید نسبت

$|x_{0A}|$  را حساب کنیم. برای این کار  $|x_{0A}|$  و  $|x_{0B}|$  را برحسب  $x$  حساب می‌کنیم. شیب دو خط MN و ON برابر است:

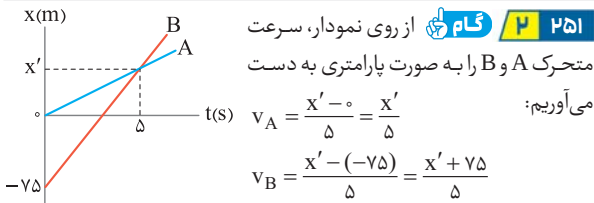




با زمان لازم برای طی این جابه جایی‌ها متناسب است. داریم:

$$\frac{MB}{MA} = \frac{\Delta t_{MB}}{\Delta t_{MA}} \begin{cases} \text{خودروی (۱)} \rightarrow \frac{MB}{MA} = \frac{2h}{1h} \\ \text{خودروی (۲)} \rightarrow \frac{MB}{MA} = \frac{1h}{\Delta t} \end{cases} \Rightarrow \frac{2}{1} = \frac{1}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 0.5h$$

یعنی خودروی (۲) ساعت طول می‌کشد تا از M به A برسد؛ پس این خودرو در ساعت ۹:۳۰ به شهر B خواهد رسید.



حالا  $v_B - v_A$  را حساب می‌کنیم:

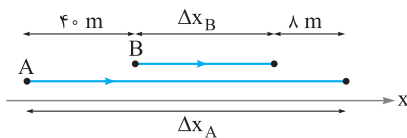
$$v_B - v_A = \frac{x' + 7\Delta}{\Delta} - \frac{x'}{\Delta} = \frac{7\Delta}{\Delta} = 7 \text{ m/s}$$

پس سرعت متحرک B، از سرعت متحرک A، بیشتر است.

**تیزبازی:** مطابق نمودار دو متحرک در یک جهت در حال حرکت اند و  $v_B > v_A$  است؛ پس فاصله آن‌ها با سرعت  $v_B - v_A$  کم می‌شود تا در لحظه  $t = \Delta s$  به هم برسند، با این حساب:

$$v_B - v_A = \frac{\Delta x'}{t} = \frac{0 - (-7\Delta)}{\Delta} = 7 \text{ m/s}$$

**۲۵۲ گام ۳:** در شکل زیر مسیر حرکت دو متحرک را در بازه زمانی  $t_1 = 8$  تا  $t_2 = 8$  رسم کرده‌ایم. در این مدت جابه جایی متحرک B برابر است با:



$$v_B = \frac{\Delta x_B}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x_B = v_B \Delta t \Rightarrow \Delta x_B = 64 \text{ m}$$

**گام ۴:** باتوجه به شکل، جابه جایی متحرک A، ۴۸ m، بیشتر از متحرک B است:

$$\Delta x_A = 40 + 64 + 8 = 112 \text{ m}$$

بنابراین تندی متحرک A برابر است با:

$$v_A = \frac{\Delta x_A}{\Delta t} = \frac{112}{8} = 14 \text{ m/s}$$

**تیزبازی:** در مدت ۸ s، متحرک A،  $40 + 8 = 48 \text{ m}$ ، بیشتر از متحرک B جابه جاشده است. پس سرعت متحرک A از سرعت متحرک B،  $\frac{48}{8} = 6 \text{ m/s}$ ، بیشتر است. در نتیجه سرعت متحرک A برابر  $14 + 6 = 20 \text{ m/s}$  است.

**۲۵۳ گام ۴:** (✓) سرعت متحرک در  $\Delta t$  ثانیه اول و سرعت متوسط آن در  $2\Delta t$  ثانیه اول را داریم. پس سرعت متحرک در  $\Delta t$  ثانیه دوم را می‌توانیم حساب کنیم:

$$v_{av}(\text{ثانیه اول}) = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{2\Delta t}$$

$$\frac{\Delta x_1 = 6 \times \Delta t, \Delta x_2 = v_2 \Delta t}{v_{av}(\text{ثانیه اول}) = 6/7 \text{ m/s}} \Rightarrow \frac{6 \times \Delta t + v_2 \Delta t}{2\Delta t} = 6/7$$

$$\Rightarrow 2 \times 6/7 = 6 + v_2 \Rightarrow v_2 = 1/5 - 6 = -4/5 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow \vec{v}_2 = (-4/5 \text{ m/s}) \vec{i}$$

تا این جا (پ) درست است.

**ب (✗):** حالا که  $v_1$  و  $v_2$  و سرعت متوسط متحرک در کل زمان حرکت را داریم، می‌توانیم  $v_p$  را هم به دست بیاوریم:

$$v_{av, \text{کل}} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3}{3\Delta t}$$

$$\left. \begin{aligned} |MN| \text{ شیب} &= \frac{x_B}{1} \\ |ON| \text{ شیب} &= \frac{x}{4} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{x_B}{1} = \frac{x}{4} \Rightarrow x_B = \frac{1}{4}x$$

شیب دو خط QP و PO هم برابر است:

$$\left. \begin{aligned} |PO| \text{ شیب} &= \frac{x}{2} \\ |QP| \text{ شیب} &= \frac{x_A}{4} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{x_A}{4} \Rightarrow |x_A| = 2x$$

در پایان داریم:

$$\frac{|x_A|}{|x_B|} = \frac{2x}{\frac{1}{4}x} = 8$$

**۲۴۹ گام ۲:** برای تشخیص مسیر حرکت، باید جابه جایی متحرک در ۴۵ دقیقه اول و هم چنین کل ۹۰ دقیقه محاسبه کنیم:

$$\Delta x_1 = v_1 \Delta t_1 = (20 \text{ km/h}) \vec{i}, \Delta t_1 = \frac{45}{60} = \frac{3}{4} \text{ h} \rightarrow \Delta x_1 = 20 \times \frac{3}{4} = 15 \text{ km}$$

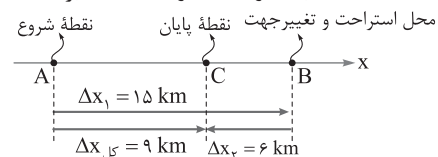
$$\Delta x_{\text{کل}} = v_{av} \Delta t$$

$$\vec{v}_{av} = (6 \text{ km/h}) \vec{i}, \Delta t = \frac{90}{60} = \frac{3}{2} \text{ h} \rightarrow \Delta x_{\text{کل}} = 6 \times \frac{3}{2} = 9 \text{ km}$$

بنابراین جابه جایی متحرک در ۳۰ min آخر برابر می‌شود با:

$$\Delta x_{\text{کل}} = \Delta x_1 + \Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = \Delta x_{\text{کل}} - \Delta x_1 = 9 - 15 = -6 \text{ km}$$

یعنی دوچرخه سوار بعد از استراحت ۶ km در خلاف جهت محور x حرکت کرده است. در واقع دوچرخه سوار مطابق شکل زیر به مدت ۴۵ min با سرعت  $20 \text{ km/h}$  از نقطه A تا B رفته، سپس ۱۵ min در نقطه B استراحت کرده و بعد از آن به مدت ۳۰ min به اندازه ۶ km از نقطه B تا C برگشته است.



**گام ۱:** ساعت پایانی شامل ۱۵ min حرکت با سرعت  $20 \text{ km/h}$  (در جهت محور x)، ۱۵ min استراحت در نقطه B و ۳۰ min حرکت از نقطه B تا C است. برای محاسبه جابه جایی کل در این ۱ ساعت، کافی است جابه جایی متحرک در ۱۵ min اول این بازه را بدانیم:

$$\Delta x'_1 = v_1 \Delta t'_1 = (20 \text{ km/h}), \Delta t'_1 = \frac{15}{60} = \frac{1}{4} \text{ h} \rightarrow \Delta x'_1 = 20 \times \frac{1}{4} = 5 \text{ km}$$

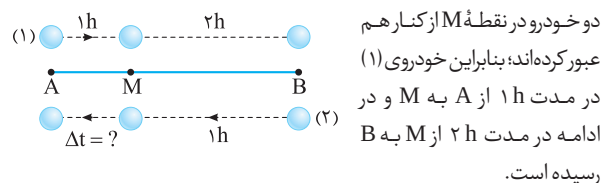
$$\Delta x'_{\text{کل}} = \Delta x'_1 + \Delta x_2$$

$$\Delta x'_1 = 5 \text{ km}, \Delta x_2 = -6 \text{ km} \rightarrow \Delta x'_{\text{کل}} = 5 + (-6) = -1 \text{ km}$$

و در نهایت سرعت متوسط در ۱ h پایانی برابر می‌شود با:

$$v'_{av} = \frac{\Delta x'_{\text{کل}}}{\Delta t'} = \frac{-1}{1} = -1 \text{ km/h} \Rightarrow \vec{v}'_{av} = (-1 \text{ km/h}) \vec{i}$$

**۲۵۰ گام ۱:** مسیر حرکت دو خودرو را به شکل زیر رسم می‌کنیم. فرض می‌کنیم



خودروی (۲) هم در مدت ۱ h از B به M و در ادامه در مدت  $\Delta t$  از M به A رسیده است. از آن جایی که دو خودرو سرعت ثابت دارند، اندازه جابه جایی آن‌ها

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta x_{OA} = v_1(t_1 - t_0) = 3 \times 2 = 6 \text{ m} \\ \Delta x_{AB} = (2v_1)(t_2 - t_1) = (2 \times 3) \times 4 = 24 \text{ m} \end{cases}$$

**گام ۳** سرعت متوسط متحرک A تا C برابر ۹ m/s است و متحرک A تا B مدت ۱۰ s = ۱۲ - ۲ پیموده است. پس می توانیم فاصله A تا C را هم حساب کنیم:

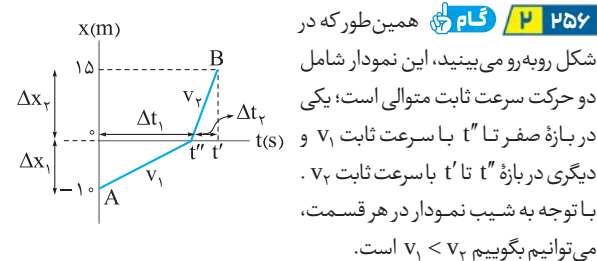
$$\Delta x_{AC} = v_{av,AC}(t_2 - t_1) = 9 \times (12 - 2) = 90 \text{ m}$$

$$\Delta x_{AC} = \Delta x_{AB} + \Delta x_{BC} \rightarrow 90 = 24 + \Delta x_{BC}$$

$$\Rightarrow \Delta x_{BC} = 90 - 24 = 66 \text{ m}$$

حالا که  $\Delta x_{BC}$  را به دست آوردیم، می توانیم سرعت متحرک در این قسمت را تعیین کنیم:

$$v_2 = \frac{\Delta x_{BC}}{t_2 - t_1} = \frac{66}{12 - 6} = 11 \text{ m/s}$$



از آن جایی که سرعت متوسط در کل حرکت برابر ۵ m/s است، پس باید  $v_1 < 5 \text{ m/s}$  و  $v_2 > 5 \text{ m/s}$  باشد. با این حساب لحظه  $t = 2 \text{ s}$  (که سرعت در آن برابر ۲/۵ m/s است) در بازه صفر تا  $t'$  قرار دارد و برای کل بازه صفر تا  $t''$  داریم:

**گام ۳** حالا با اطلاعاتی که داریم، می توانیم لحظه های  $t'$  و  $t''$  را حساب کنیم:

$$v_{av,T} = \frac{\Delta x_T}{\Delta t_T} \Rightarrow 5 = \frac{15 - (-10)}{t' - 0} \Rightarrow t' = 5 \text{ s}$$

$$v_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} \Rightarrow 2/5 = \frac{0 - (-10)}{t'' - 0} \Rightarrow t'' = 4 \text{ s}$$

**گام ۴** پس لحظه  $t_2 = 4/5 \text{ s}$ ، در حرکت دوم قرار دارد. می دانیم که سرعت در این لحظه برابر  $v_2$  است؛ بنابراین:

$$v_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2} = \frac{15 - 0}{5 - 4} = 15 \text{ m/s}$$

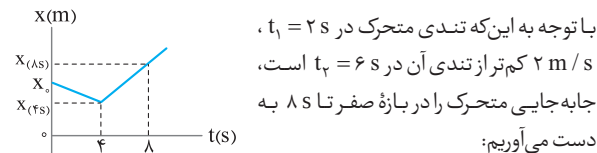
**گام ۱** **۲۵۷** با توجه به نمودار  $x - t$ ، می فهمیم که متحرک در بازه صفر تا ۴ s با سرعت ثابت و منفی و در بازه ۴ s تا ۸ s با سرعت ثابت و مثبت در حال حرکت بوده است.

$$v_{t=2s} = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} \text{ (سرعت ثابت و منفی)}$$

$$= \frac{x_{(4s)} - x_0}{4 - 0} = \frac{x_{(4s)} - x_0}{4}$$

$$v_{t=6s} = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2} \text{ (سرعت ثابت و مثبت)}$$

$$= \frac{x_{(8s)} - x_{(4s)}}{8 - 4} = \frac{x_{(8s)} - x_{(4s)}}{4}$$



$$|v_{t=2s}| = |v_{t=6s}| \rightarrow -v_{t=2s} = v_{t=6s} \rightarrow -2 = v_{t=6s}$$

$$\Rightarrow -\left(\frac{x_{(4s)} - x_0}{4}\right) = \frac{x_{(8s)} - x_{(4s)}}{4} \rightarrow -x_{(4s)} + x_0 = x_{(8s)} - x_{(4s)} \rightarrow x_0 = x_{(8s)}$$

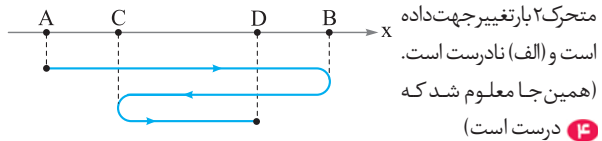
$$\Rightarrow \frac{x_0 - x_{(4s)}}{4} = \frac{x_{(8s)} - x_{(4s)}}{4} \Rightarrow x_{(4s)} - x_0 = 8 \Rightarrow \Delta x_{(0,4s)} = 8 \text{ m}$$

$$\frac{\Delta x_1 = 6\Delta t, \Delta x_2 = -4/5\Delta t, \Delta x_3 = v_2\Delta t}{v_{av, \text{کل}} = 1/5 \text{ m/s}} \rightarrow 1/5 = \frac{6\Delta t + (-4/5\Delta t) + v_2\Delta t}{3\Delta t}$$

$$\Rightarrow 4/5 = 6 - 4/5 + v_2 \Rightarrow v_2 = 3 \text{ m/s} \Rightarrow \vec{v}_2 = (3 \text{ m/s}) \vec{i}$$

پس (ب) نادرست است.

**الف** (×) مطابق شکل زیر متحرک در  $\Delta t$  ثانیه اول با سرعت  $\vec{v}_1 = (6 \text{ m/s}) \vec{i}$  از نقطه A تا B می رود. سپس برای بار اول در نقطه B تغییر جهت می دهد و ادامه در  $\Delta t$  ثانیه دوم، با سرعت  $\vec{v}_2 = (-4/5 \text{ m/s}) \vec{i}$  از نقطه B تا C جابه جا می شود و برای بار دوم در نقطه C تغییر جهت می دهد و در نهایت در  $\Delta t$  ثانیه سوم حرکتش با سرعت  $\vec{v}_3 = (3 \text{ m/s}) \vec{i}$  از نقطه C به نقطه D می رود. بنابراین



**ت** (✓) تندی متوسط متحرک در کل مسیر برابر است با:

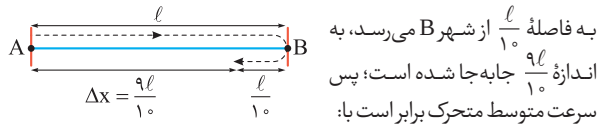
$$s_{av, \text{کل}} = \frac{|\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3|}{3\Delta t} = \frac{6\Delta t + |-4/5\Delta t| + 3\Delta t}{3\Delta t} = \frac{13/5\Delta t}{3\Delta t} = 4/5 \text{ m/s}$$

**گام ۴** **۲۵۸** تندی ها را بر حسب متر بر ثانیه می نویسیم:

$$|v_1| = 90 \text{ km/h} = \frac{90}{3/6} \text{ m/s} = 25 \text{ m/s}$$

$$|v_2| = 72 \text{ km/h} = \frac{72}{3/6} \text{ m/s} = 20 \text{ m/s}$$

**گام ۳** مطابق شکل، خودرو از لحظه شروع حرکت تا لحظه ای که برای دومین بار



$$v_{av} = \frac{\Delta x_T}{\Delta t_T} = \frac{\frac{l}{10} - \frac{l}{10}}{\frac{l}{25} + \frac{l}{20}} = \frac{\frac{1}{10}l}{\frac{9}{100}} = \frac{1}{9} \times \frac{200}{10} = 20 \text{ m/s}$$

**گام ۳** با توجه به شکل، متحرک از لحظه شروع حرکت تا لحظه ای که برای دومین بار به فاصله  $\frac{l}{10}$  از شهر B می رسد، مسافت  $l + \frac{l}{10}$  را می پیماید، پس داریم:

$$s_{av} = \frac{\Delta x_T}{\Delta t_T} = \frac{l + \frac{l}{10}}{\frac{l}{25} + \frac{l}{20}} = \frac{\frac{11}{10}l}{\frac{9}{100}} = \frac{11 \times 200}{9 \times 10} = \frac{220}{9} \text{ m/s}$$

**تیزبازی:** در این تست تندی متوسط باید مقداری بین  $20 \text{ m/s}$  و  $25 \text{ m/s}$  باشد؛ پس با توجه گزینه ها، بدون حساب کردن هم می توانیم گزینه درست را تشخیص دهیم!

**گام ۴** **۲۵۹** متحرک فاصله O تا B را در مدت ۶ s با سرعت متوسط

۵ m/s پیموده است، پس داریم:

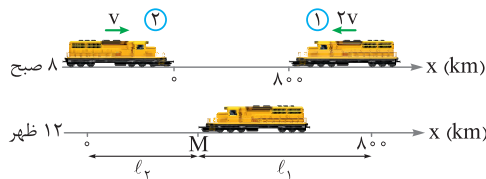
$$\Delta x_{OB} = v_{av,OB}(t_2 - t_0) = 5 \times (6 - 0) = 30 \text{ m}$$

**گام ۳** موتورسوار فاصله O تا A را در مدت ۲ s با سرعت ثابت  $v_1$  و فاصله A تا B را در مدت  $4 \text{ s} = 6 - 2$  با سرعت ثابت  $2v_1$  طی کرده است. پس می توانیم بنویسیم:

$$\Delta x_{OB} = \Delta x_{OA} + \Delta x_{AB} = v_1(t_1 - t_0) + (2v_1)(t_2 - t_1) = v_1 \times (2 - 0) + (2v_1) \times (6 - 2) = 10v_1$$

$$\frac{\Delta x_{OB} = 30 \text{ m}}{30 = 10v_1} \Rightarrow v_1 = 3 \text{ m/s}$$

**۲۶۰ روش اول: گام ۳** مطابق شکل دو متحرک پس از  $4h(12-8)$  به هم می‌رسند. اگر اندازه سرعت ترن کندتر را  $v$  و اندازه سرعت ترن تندتر را  $2v$  بگیریم، داریم:



$$\Delta t_1 = \Delta t_2 = 4h$$

$$\frac{\ell_1}{|v|} = \frac{\ell_2}{|v|} \Rightarrow \ell_1 = 2\ell_2$$

**گام ۴** می‌خواهیم بدانیم قطار کندتر ادامه مسیر ( $\ell_1$ ) را با اندازه سرعت  $|v|$  در چه مدتی طی می‌کند:

$$\Delta t = \frac{\ell_1}{|v|} = \frac{2\ell_2}{|v|} = 2\left(\frac{\ell_2}{|v|}\right) = 2(\Delta t_2) = 2(4h) = 8h$$

**گام ۵** ۸ ساعت بعد از ۱۲ ظهر متحرک کندتر به شهر دیگر می‌رسد؛ بنابراین متحرک کندتر در ساعت  $20 = 12 + 8$  به شهر دیگر می‌رسد.

$$t_f = t_1 + \Delta t = 8 + 12 = 20 \text{ (ساعت)}$$

**روش دوم:** اگر تندترین ترن‌ها  $v$  و  $2v$  باشد، باندندی  $2v$  با باندندی  $v$  به هم نزدیک می‌شوند؛ با این حساب  $v$  برابر است با:

$$v' = \frac{\Delta x'}{\Delta t} \Rightarrow 3v = \frac{800}{4} \Rightarrow v = \frac{800}{12} \text{ km/h}$$

حالا می‌خواهیم بدانیم متحرک کندتر ( $v$ )،  $800 \text{ km}$  (فاصله بین دو شهر) را در چه مدتی طی می‌کند؛ یعنی:

$$\Delta t'_v = \frac{\Delta x}{v} = \frac{800}{\frac{800}{12}} = 12h \Rightarrow t'_v = 8 + 12 = 20 \text{ (ساعت)}$$

**۲۶۱ گام ۱** فاصله  $M$  و  $N$  از  $O$   $22 \text{ m}$  است و متحرک (۱) فاصله  $O$  تا  $N$  را با سرعت ثابت  $v_1 = 4 \text{ m/s}$  در  $3 \text{ s}$  طی می‌کند؛ پس:

$$ON = v_1 t'_1 = 4 \times 3 = 12 \text{ m}$$

$$OM = MN - ON = 22 - 12 = 10 \text{ m}$$

**گام ۲** دو متحرک پس از  $t$  ثانیه به هم می‌رسند. در این  $t$  ثانیه متحرک (۱) به اندازه  $60 \text{ m}$  و متحرک (۲) به اندازه  $12 \text{ m}$  جابه‌جا شده است:

$$t_1 = t_2 = t \Rightarrow \left| \frac{\Delta x_1}{v_1} \right| = \left| \frac{\Delta x_2}{v_2} \right| \Rightarrow \frac{60}{|v_1|} = \frac{12}{|v_2|}$$

$$\Rightarrow |v_2| = \frac{12}{60} |v_1| = \frac{1}{5} \times 4 = 0.8 \text{ m/s}$$

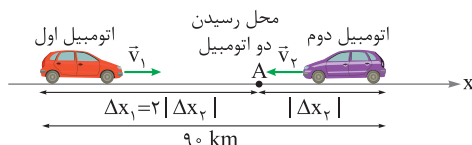
**گام ۳** حالا به راحتی می‌توانیم حساب کنیم که متحرک (۲) فاصله  $OM$  را در چه مدت می‌پیماید:

$$t'_2 = \frac{OM}{|v_2|} = \frac{10}{0.8} = 12.5 \text{ s}$$

**۲۶۲ گام ۳** اندازه سرعت اتومبیل اول، برابر اندازه سرعت اتومبیل دوم است:  $v_1 = 2|v_2|$

اگر جابه‌جایی دو اتومبیل تا لحظه رسیدن به هم برابر  $\Delta x_1$  و  $\Delta x_2$  باشد، داریم:

$$v_1 t_1 = 2|v_2| t_2 \Rightarrow \Delta x_1 = 2|\Delta x_2|$$



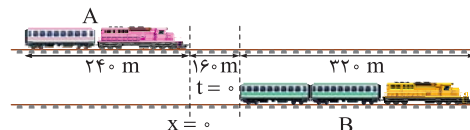
**گام ۴** حالا با استفاده از رابطه  $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$  سرعت متوسط در بازه صفر تا  $8 \text{ s}$  را به دست می‌آوریم:

$$v_{av(8,8s)} = \frac{\Delta x_{(8,8s)}}{\Delta t} = \frac{8 \text{ m}}{8 \text{ s}} = 1 \text{ m/s}$$

**۲۵۸ گام ۲** مطابق شکل، لحظه‌ای را که انتهای قطار  $B$  از ابتدای قطار  $A$  قرار دارد، برابر  $t = 0$  در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم ابتدای قطار  $A$  مبدأ مکان ( $x = 0$ ) باشد. باتوجه به این، معادله مکان-زمان قطار  $A$  و  $B$  را می‌نویسیم:

$$x_A = 36t$$

$$x_B = 20t + (320 + 160) = 20t + 480$$

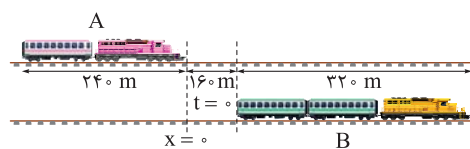


**گام ۳** حالاً می‌خواهیم بدانیم در چه لحظه‌ای قطار  $B$  به طور کامل از قطار  $A$  سبقت می‌گیرد؛ یعنی لحظه‌ای که انتهای قطار  $A$  از ابتدای قطار  $B$  عبور می‌کند. مطابق شکل در این لحظه، قطار  $A$ ،  $240 \text{ m}$  (به اندازه طول خودش) جلوتر از قطار  $B$  قرار دارد؛ بنابراین:



$$x_A - x_B = 240 \Rightarrow 36t - 20t - 480 = 240 \Rightarrow 16t = 720 \Rightarrow t = 45 \text{ s}$$

**تیزبازی:** قطار  $A$  با تندترین ثابت  $36 \text{ m/s}$  و قطار  $B$  با تندترین ثابت  $20 \text{ m/s}$  در یک جهت حرکت کرده‌اند؛ پس می‌توانیم این‌طور بگوییم که قطار  $A$  نسبت به قطار  $B$  با تندترین  $16 \text{ m/s}$  ( $36 - 20$ ) در حال حرکت است. از طرفی این را می‌دانیم که قطار  $A$  در ابتدا  $160 \text{ m}$  عقب‌تر از قطار  $B$  است و ما می‌خواهیم بفهمیم که بعد از چه مدتی انتهای قطار  $A$  از ابتدای قطار  $B$  می‌گذرد.



حالت (۱)

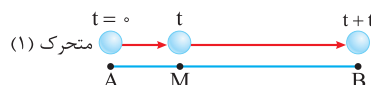


حالت (۲)

مطابق شکل، برای این‌که وضعیت دو قطار از حالت (۱) به حالت (۲) برسد، قطار  $A$  باید به اندازه طول خودش و طول قطار  $B$  و همین‌طور عقب‌ماندگی  $160 \text{ m}$  متری از قطار  $B$  را جبران کند؛ پس به زبان ریاضی:

$$\Delta x' = v' \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{320 + 240 + 160}{36 - 20} = \frac{720}{16} = 45 \text{ s}$$

**۲۵۹ گام ۴** دو متحرک پس از مدت زمان  $t$  به هم می‌رسند. این موضوع به معنای آن است که دو متحرک در مدت زمان  $t$  مجموعاً مسافتی به اندازه  $AB$  را می‌پیمایند. اگر محل رسیدن دو متحرک به هم را  $M$  بگیریم، داریم:



$$AM = vt, BM = 4vt$$

**گام ۵** حالاً مدت زمانی که متحرک (۱) مسیر  $MB$  را می‌پیماید، حساب می‌کنیم:

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{\Delta x_1}{v_1} = \frac{BM}{v} = \frac{4vt}{v} = 4t \Rightarrow t' = 4t$$

**گام ۶** نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{t'}{t} = \frac{4t}{t} = 4$$

**گام ۳** با توجه به شکل قبل مقدار  $\Delta x_1$  و  $\Delta x_2$  به دست می آید:

$$\Delta x_1 + |\Delta x_2| = 90 \Rightarrow 2|\Delta x_2| + |\Delta x_2| = 90$$

$$\Rightarrow |\Delta x_2| = 30 \text{ km}, \Delta x_1 = 60 \text{ km}$$

**گام ۴** اتومبیل اول ۶۰ km را در ۲۰ min می پیماید تا به اتومبیل دوم برسد و از آن جا ۳۰ km دیگر باید برود تا به شهر مقابل برسد. این اتومبیل ۳۰ km بعدی را در مدت ۱۰ min می پیماید، زیرا:

$$v = \frac{\Delta x}{t} = \text{مقدار ثابت} \Rightarrow \frac{60}{20} = \frac{30}{t_1} \Rightarrow t_1 = \frac{20 \times 30}{60} = 10 \text{ min}$$

و اتومبیل دوم ۳۰ km را در ۲۰ min پیموده تا به اتومبیل اول برسد و از آن به بعد ۶۰ km دیگر می پیماید تا به شهر مقابل برسد. این اتومبیل ۶۰ km بعدی را در زمان ۴۰ min می رود؛ چون:

$$v = \frac{\Delta x}{t} = \text{مقدار ثابت} \Rightarrow \frac{30}{20} = \frac{60}{t_2} \Rightarrow t_2 = \frac{20 \times 60}{30} = 40 \text{ min}$$

**گام ۵** اتومبیل اول  $t_2 - t_1$  دقیقه از دومی زودتر می رسد:

$$t_2' - t_1' = 40 - 10 = 30 \text{ min}$$

**گام ۶** علامت سرعت متحرک A مثبت و علامت سرعت متحرک B منفی است. از سوی دیگر تندی متحرک B به اندازه ۲ m/s بیشتر از تندی متحرک A است (یعنی  $v_B = -(v_A + 2)$ ) پس معادله مکان - زمان دو متحرک به این صورت است:

$$\begin{cases} x_A = v_A t + x_{A0} \\ x_B = -(v_A + 2)t + x_{B0} \end{cases}$$

**گام ۷** با توجه به نمودار،  $x_{B0} - x_{A0} = 30 \text{ m}$  است. هم چنین در لحظه  $t = 3 \text{ s}$  دو متحرک به هم می رسند، پس داریم:

$$\begin{aligned} t=3 \text{ s}, x_B &= x_A \rightarrow -(v_A + 2) \times 3 + x_{B0} = 3v_A + x_{A0} \\ \Rightarrow x_{B0} - x_{A0} &= 6v_A + 6 \Rightarrow 30 = 6v_A + 6 \\ \Rightarrow v_A &= 4 \text{ m/s} \\ \vec{v}_B &= -(v_A + 2)\vec{i} \Rightarrow \vec{v}_B = (-6 \text{ m/s})\vec{i} \end{aligned}$$

**گام ۸ تیزبازی:** دو متحرک با تندی  $v_A + (v_A + 2)$  به هم نزدیک می شوند و بعد از ۳ s فاصله ۳۰ متری بینشان را طی می کنند، بنابراین:

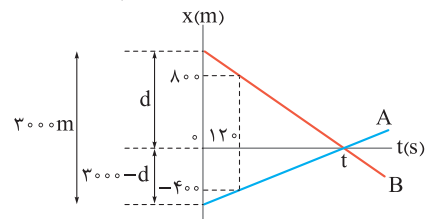
$$\begin{aligned} v' &= \frac{\Delta x'}{\Delta t} \Rightarrow 2v_A + 2 = \frac{30}{3} \Rightarrow 2v_A = 8 \Rightarrow v_A = 4 \text{ m/s} \\ v_B &= -(v_A + 2) = -(4 + 2) = -6 \text{ m/s} \end{aligned}$$

از طرفی:

**گام ۹** حالا بردار جابه جایی متحرک B را در ۲ ثانیه دوم حرکت به دست می آوریم:

$$\Delta \vec{x}(t_2, t_1) = \vec{v}_B \Delta t = (-6\vec{i}) \times (4 - 2) = (-12\text{m})\vec{i}$$

**گام ۱۰** در ابتدا فاصله دو متحرک برابر ۳۰۰۰ m بوده است؛ بنابراین در شکل زیر و با استفاده از تشابه داریم:



$$\frac{d}{3000 - d} = \frac{1000}{-4000} = \frac{1000}{4000} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{d}{3000 - d} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow d = 6000 - 4d \Rightarrow d + 4d = 6000$$

$$\Rightarrow 5d = 6000 \Rightarrow d = \frac{6000}{5} = 1200 \text{ m} \Rightarrow \begin{cases} x_B = 2000 \text{ m} \\ x_A = -1000 \text{ m} \end{cases}$$

**گام ۱** باز هم به کمک تشابه داریم:

$$\frac{t - 12}{t} = \frac{1000}{4000} \Rightarrow \frac{t - 12}{t} = \frac{1}{4} \Rightarrow 4t - 48 = t \Rightarrow 3t = 48 \Rightarrow t = 16 \text{ s}$$

**گام ۲** سرعت متحرک B ثابت است؛ پس:

$$v_B = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0 - 2000}{2 - 0} = -1000 \text{ m/s}$$

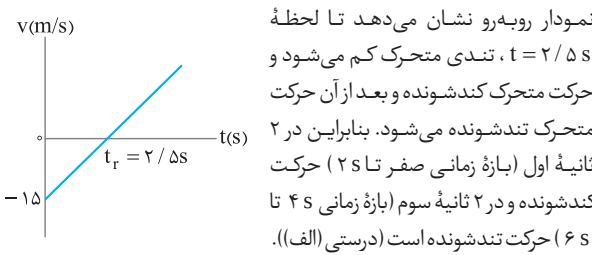
$$\Rightarrow \vec{v}_B = (-10 \text{ m/s})\vec{i}$$

**۲۶۵ بررسی عبارت ها:**

**الف (✓) و ب (✓)** با توجه به معادله  $v = 6t - 15$ ، با یک حرکت با شتاب ثابت  $6 \text{ m/s}^2$  داریم که سرعت اولیه متحرک  $-15 \text{ m/s}$  است. ابتدا لحظه تغییر جهت حرکت متحرک را پیدا می کنیم و بعد نمودار  $v - t$  را رسم می کنیم:

$$v = 6t - 15 \xrightarrow{\text{در لحظه تغییر جهت } v=0} 0 = 6t_r - 15 \Rightarrow 6t_r = 15$$

$$\Rightarrow t_r = 2.5 \text{ s} \text{ (درستی (ب))}$$



**پ (✗)** معادله و نمودار سرعت - زمان به تنهایی هیچ اطلاعاتی درباره بردار مکان به ما نمی دهد.

**ت (✓)** با توجه به این که شتاب حرکت ثابت و برابر  $6 \text{ m/s}^2$  است، تغییر سرعت متحرک در  $\Delta t = 1 \text{ s}$  برابر می شود با:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow{a=6 \text{ m/s}^2, \Delta t=1 \text{ s}} 6 = \frac{\Delta v}{1} \Rightarrow \Delta v = 6 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow \Delta \vec{v} = (6 \text{ m/s})\vec{i}$$

**گام ۱۱** از این که تندی متحرک در لحظه های  $t_r = 5 \text{ s}$  و  $t_r = 8 \text{ s}$  یکسان است، می فهمیم متحرک در لحظه  $\frac{5+8}{2} = 6.5 \text{ s}$  تغییر جهت داده است. پس سرعت متحرک در لحظه  $t_r = 6.5 \text{ s}$  صفر است و برای بازه  $t_1 = 2 \text{ s}$  تا  $t_r = 6.5 \text{ s}$  می توانیم بنویسیم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_r - v_1}{t_r - t_1} \xrightarrow{v_r=0, v_1=9 \text{ m/s}, t_r=6.5 \text{ s}, t_1=2 \text{ s}} a = \frac{0 - 9}{6.5 - 2} = -2 \text{ m/s}^2$$

**گام ۱۲** برای محاسبه سرعت متحرک در لحظه  $t_r = 8 \text{ s}$  یک بار دیگر رابطه  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$  را برای بازه زمانی  $t_1 = 2 \text{ s}$  تا  $t_r = 8 \text{ s}$  می نویسیم:

$$a = \frac{\Delta v'}{\Delta t'} = \frac{v_r - v_1}{t_r - t_1} \Rightarrow -2 = \frac{v_r - 9}{8 - 2} \Rightarrow -12 = v_r - 9$$

$$\Rightarrow v_r = -3 \text{ m/s} \Rightarrow \vec{v}_r = (-3 \text{ m/s})\vec{i}$$

**گام ۱۳ تیزبازی:** بدون محاسبه شتاب و در یک مرحله هم می توانیم به جواب برسیم:

$$\frac{\Delta v'}{\Delta t'} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \frac{v_r - v_1}{t_r - t_1} = \frac{v_r - v_1}{t_r - t_1} \Rightarrow \frac{v_r - 9}{8 - 2} = \frac{0 - 9}{6.5 - 2}$$

$$\Rightarrow v_r = -3 \text{ m/s}$$

**گام ۱۴** سرعت متحرک در لحظه  $t_1 = 5 \text{ s}$  برابر صفر و در لحظه

$t_r = 8 \text{ s}$  برابر  $-12 \text{ m/s}$  است؛ پس شتاب متحرک برابر است با:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-12 - 0}{8 - 5} = \frac{-12}{3} = -4 \text{ m/s}^2$$