همیشه یه چیزی تو ذهنمون به ما میگه که به اعداد و ارقام اطمینان داشته باش.

چیزی که خیلی جالبه اینه که حتی اگر یه ریاضیدان قهار باشی شاید نتونی از پس پیش‌بینی یک رخداد بر بیای! پیش‌بینی به کمک احتمالات فقط بستگی به ارقام و قدرت محاسبات ما نداره! چیزی که حائز اهمیته اینه که ذهن ما در تحلیل داده‌های ارسالی چه‌جوری عمل می‌کنه. فکر کنین که یه هواشناس اعلام کنه که احتمال بارندگی ۳۰ درصده. تحلیل این جمله از طرف افراد مختلف متفاوته. مثلاً یه فرد عادی ممکنه فکر کنه که ۳۰ درصد کل روز احتمال بارندگی هست (یعنی ۷ تا ۸ ساعت). یه ریاضیدان فکر می‌کنه که این تخمین ۳۰ درصدی تحت چه شرایطی و با چه فرض‌هایی اعلام شده. چیزی که مهمه و خیلی بهش توجه نمی‌کنیم اینه که اطلاعات به چه طریقی به ذهن ما می‌رسه و ذهن ما قادر به تحلیل چه نوع داده‌ایه. پس در بحث احتمالات مهم‌ترین مسئله قالبیه که داده رو منتقل می‌کنه. پس باید با مطالعهٔ ساختار ذهن راهکارهایی رو بشناسیم تا ذهن بتونه درصد بیشتری از حقیقت رو دریافت و تحلیل کنه. اعداد و ارقام زمانی بیشترین کارکردشون رو دارن که درست تفسیر بشن.

با یه مثال جالب می‌خوایم این بحث رو روشن کنیم. در مقایسهٔ امنیت پرواز و سفر با ماشین. اگر دقت کنیم خیلی‌ها از پرواز وحشت دارن و ترجیح میدن خودشون رانندگی کنن تا سفر امنی داشته باشن. ولی در حقیقت تنها با ۲۰ کیلومتر رانندگی ریسک برابری با یه پرواز بدون توقف یک ساعته خواهیم داشت. حالا سفر از تهران به مشهد (۹۰۰ کیلومتر) رو در نظر بگیرین. ریسک این سفر با ماشین $\frac{۹۰۰}{۲۰} = ۴۵$ برابرِ ریسک سفر با هواپیما است. چون سفر هواپیمایی به مشهد فقط یک ساعت طول می‌کشه. جالبه نه؟

احتمالات ذهنی ما همیشه درست نیست. ما باید سعی کنیم که احتمالات ذهنی‌مون به داده‌ای دقیق نزدیک‌تر بشن تا بتونیم پیش‌بینی و تصمیم‌گیری‌های دقیق‌تری داشته باشیم.

زندگی‌تون پر از احتمالات جذاب

مقدمهٔ مؤلفان

در مسیر پر از فراز و نشیب کنکور، درس ریاضی همواره یکی از چالش‌برانگیزترین و در عین حال تعیین‌کننده‌ترین درس برای رسیدن به نتیجهٔ مطلوب در بین درس‌ها است.

یک دانش‌آموز موفق، بعد از مطالعهٔ کامل منابع درسی و یادگیری مفاهیم، باید معلومات خود را به یک امتیاز تبدیل کند. این امتیاز مهارت تست‌زنی سر جلسهٔ کنکور است. برای رسیدن به این مرحله در زمانی که مرز میان یادگیری و تسلط است، به ابزاری قوی به اسم کتاب «فصل آزمون» نیاز دارید تا با مطالعه و به‌کارگیری درست این کتاب، کلید ورود به دنیای موفقیت را به دست آورید.

کتاب «فصل آزمون» مانند یک معلم همراه و هوشمند، با نگاهی دقیق به آخرین تغییرات و رویکردهای کنکور طراحی و تألیف شده و ساختار آن به‌گونه‌ای است که همهٔ مباحث ریاضی از پایهٔ دهم تا دوازدهم را با طبقه‌بندی دقیق مباحث از فهم به تسلط می‌برد. آزمون‌ها و سؤالات این کتاب با طراحی دقیق و متنوع و هدف‌دار، همهٔ نکات را پوشش می‌دهند و هر شکاف و ایراد قبلی را رفع می‌کنند. پاسخنامهٔ تشریحی این کتاب، قلب تپندهٔ این اثر است؛ طوری که با بیانی ساده و دقیق به حل و تشریح تست می‌پردازد و گاهی با بازگشتی کوتاه به درسنامه، مفاهیم را یادآوری می‌کند و گاهی با باکس‌های رنگی «نکته» و «یادآوری» مسیر درست را نشان می‌دهد. در حل بعضی تست‌ها برای مقابله با زمان، راه‌حل‌های کوتاه و کاربردی به اسم «تیزبازی» را برای صرفه‌جویی در وقت و سبقت از سایر رقبا، آموزش می‌دهد.

این کتاب حاصل روزها تحقیق، طراحی دقیق و ساعت‌ها تلاش بی‌وقفهٔ یک تیم تألیف حرفه‌ای است تا تو با خیالی آسوده، همهٔ زحماتی را که کشیدی به یک پیروزی درخشان تبدیل کنی.

قدردان زحمات همهٔ دوستان، همکاران و همراهانی هستیم که در جهت خلق این کتاب کوشیدند.

فهرست

صفحه

فصل ۱ مجموعه، الگو و دنباله

آزمون ۱: مجموعه و بازه ۸
آزمون ۲: الگو و دنباله ۸
آزمون ۳: دنبالهٔ حسابی ۹
آزمون ۴: دنبالهٔ هندسی ۱۰
آزمون ۵: دنبالهٔ حسابی ـ دنبالهٔ هندسی ۱۱
آزمون ۶: آزمون فصلی (۱) ۱۱
آزمون ۷: آزمون فصلی (۲) ۱۲

فصل ۲ توان‌های گویا و عبارات جبری

آزمون ۸: ریشه و توان ۱۵
آزمون ۹: اتحادها و تجزیه ۱۵
آزمون ۱۰: ساده‌کردن رادیکال‌ها ۱۶
آزمون ۱۱: آزمون فصلی (۱) ۱۷

فصل ۳ قدرمطلق و جزء صحیح

آزمون ۱۲: قدرمطلق (۱) ۲۰
آزمون ۱۳: قدرمطلق (۲) ۲۰
آزمون ۱۴: جزء صحیح (۱) ۲۱
آزمون ۱۵: جزء صحیح (۲) ۲۲
آزمون ۱۶: آزمون فصلی (۱) ۲۳

فصل ۴ معادله و تابع درجه‌دوم و تغییر متغیر

آزمون ۱۷: حل معادلهٔ درجه‌دوم ۲۵
آزمون ۱۸: روابط بین ضرایب و جواب‌های یک معادلهٔ درجه‌دوم ۲۵
آزمون ۱۹: تشکیل معادلهٔ درجه‌دوم و علامت جواب‌ها ۲۶
آزمون ۲۰: حل برخی معادلات به کمک تغییرمتغیر ۲۷
آزمون ۲۱: سهمی (۱) ۲۷
آزمون ۲۲: سهمی (۲) ۲۸
آزمون ۲۳: آزمون فصلی (۱) ۲۹
آزمون ۲۴: آزمون فصلی (۲) ۳۰

فصل ۵ تعیین‌علامت، نامعادله و معادلهٔ گنگ و گویا

آزمون ۲۵: تعیین علامت ۳۳
آزمون ۲۶: نامعادله ۳۴
آزمون ۲۷: معادلهٔ گویا و کاربرد آن ۳۴
آزمون ۲۸: معادلهٔ گنگ و کاربرد آن ۳۵
آزمون ۲۹: آزمون فصلی (۱) ۳۶
آزمون ۳۰: آزمون فصلی (۲) ۳۷

صفحه

فصل ۶ تابع

آزمون ۳۱: تعریف تابع و مفاهیم اولیه ۴۰
آزمون ۳۲: انواع تابع ۴۰
آزمون ۳۳: دامنهٔ تابع و تساوی دو تابع ۴۱
آزمون ۳۴: برد برخی از تابع‌ها ۴۲
آزمون ۳۵: جبر توابع ۴۳
آزمون ۳۶: ترکیب توابع (۱) ۴۴
آزمون ۳۷: ترکیب توابع (۲) ۴۴
آزمون ۳۸: انتقال و تبدیل نمودار توابع (۱) ۴۵
آزمون ۳۹: انتقال و تبدیل نمودار توابع (۲) ۴۷
آزمون ۴۰: مدل‌سازی ۴۸
آزمون ۴۱: توابع یک‌به‌یک ۴۹
آزمون ۴۲: یکنوایی توابع ۴۹
آزمون ۴۳: تابع وارون (۱) ۵۰
آزمون ۴۴: تابع وارون (۲) ۵۱
آزمون ۴۵: آزمون فصلی (۱) ۵۲
آزمون ۴۶: آزمون فصلی (۲) ۵۳
آزمون ۴۷: آزمون فصلی (۳) ۵۴
آزمون ۴۸: آزمون فصلی (۴) ۵۵

فصل ۷ تابع نمایی و تابع لگاریتمی

آزمون ۴۹: تابع نمایی و ویژگی‌های آن ۵۸
آزمون ۵۰: معادلات و نامعادلات نمایی ۵۹
آزمون ۵۱: تابع لگاریتمی ۵۹
آزمون ۵۲: ویژگی‌های لگاریتم (۱) ۶۰
آزمون ۵۳: ویژگی‌های لگاریتم (۲) ۶۱
آزمون ۵۴: معادلات و نامعادلات لگاریتمی ۶۲
آزمون ۵۵: آزمون فصلی (۱) ۶۳
آزمون ۵۶: آزمون فصلی (۲) ۶۴

فصل ۸ مثلثات

آزمون ۵۷: نسبت‌های مثلثاتی در مثلث قائم‌الزاویه ۶۷
آزمون ۵۸: نسبت‌های مثلثاتی در دایرهٔ مثلثاتی ۶۸
آزمون ۵۹: واحدهای اندازه‌گیری زاویه و نسبت‌های مثلثاتی همهٔ زوایا ۶۹
آزمون ۶۰: اتحاد مثلثاتی (۱) ۷۰
آزمون ۶۱: اتحادهای مثلثاتی (۲) ۷۰
آزمون ۶۲: دورهٔ تناوب و تابع‌های مثلثاتی (۱) ۷۱
آزمون ۶۳: دورهٔ تناوب و تابع‌های مثلثاتی (۲) ۷۲

صفحه

آزمون ۶۴: معادلات مثلثاتی (۱) ۷۳
آزمون ۶۵: معادلات مثلثاتی (۲) ۷۴
آزمون ۶۶: آزمون فصلی (۱) ۷۵
آزمون ۶۷: آزمون فصلی (۲) ۷۶
آزمون ۶۸: آزمون فصلی (۳) ۷۸

فصل ۹ حد و پیوستگی

آزمون ۶۹: مفاهیم اولیه و حد توابع ۸۱
آزمون ۷۰: بخش‌پذیری و تقسیم چندجمله‌ای‌ها ۸۲
آزمون ۷۱: رفع ابهام (۱) ۸۲
آزمون ۷۲: رفع ابهام (۲) ۸۳
آزمون ۷۳: پیوستگی ۸۴
آزمون ۷۴: حدهای نامتناهی (۱) ۸۵
آزمون ۷۵: حدهای نامتناهی (۲) ۸۶
آزمون ۷۶: حد در بی‌نهایت (۱) ۸۷
آزمون ۷۷: حد در بی‌نهایت (۲) ۸۸
آزمون ۷۸: آزمون فصلی (۱) ۸۹
آزمون ۷۹: آزمون فصلی (۲) ۹۰
آزمون ۸۰: آزمون فصلی (۳) ۹۱

فصل ۱۰ مشتق

آزمون ۸۱: تعریف مشتق و مشتق چپ و راست (۱) ۹۴
آزمون ۸۲: تعریف مشتق و مشتق چپ و راست (۲) ۹۵
آزمون ۸۳: قواعد مشتق‌گیری و مشتق دوم (۱) ۹۵
آزمون ۸۴: قواعد مشتق‌گیری و مشتق دوم (۲) ۹۶
آزمون ۸۵: مشتق تابع مرکب ۹۷
آزمون ۸۶: مشتق‌پذیری (۱) ۹۸
آزمون ۸۷: مشتق‌پذیری (۲) ۹۹
آزمون ۸۸: معادلهٔ خط مماس ۱۰۰
آزمون ۸۹: آهنگ تغییر ۱۰۱
آزمون ۹۰: آزمون فصلی (۱) ۱۰۱
آزمون ۹۱: آزمون فصلی (۲) ۱۰۳
آزمون ۹۲: آزمون فصلی (۳) ۱۰۴

فصل ۱۱ کاربرد مشتق

آزمون ۹۳: رابطهٔ مشتق و یکنوایی ۱۰۷
آزمون ۹۴: نقاط بحرانی ۱۰۷
آزمون ۹۵: اکسترمم‌های نسبی (۱) ۱۰۸
آزمون ۹۶: اکسترمم‌های نسبی (۲) ۱۰۹
آزمون ۹۷: اکسترمم‌های مطلق ۱۱۰
آزمون ۹۸: بهینه‌سازی (۱) ۱۱۰
آزمون ۹۹: بهینه‌سازی (۲) ۱۱۱
آزمون ۱۰۰: قاعدهٔ هوپیتال ۱۱۲
آزمون ۱۰۱: آزمون فصلی (۱) ۱۱۳

صفحه

آزمون ۱۰۲: آزمون فصلی (۲) ۱۱۴
آزمون ۱۰۳: آزمون فصلی (۳) ۱۱۵

فصل ۱۲ هندسهٔ تحلیلی، هندسهٔ دوازدهم و هندسهٔ پایه

آزمون ۱۰۴: هندسهٔ تحلیلی (۱) ۱۱۸
آزمون ۱۰۵: هندسهٔ تحلیلی (۲) ۱۱۸
آزمون ۱۰۶: تفکر تجسمی ـ بیضی ۱۱۹
آزمون ۱۰۷: بیضی ۱۲۰
آزمون ۱۰۸: دایره (۱) ۱۲۱
آزمون ۱۰۹: دایره (۲) ۱۲۲
آزمون ۱۱۰: استدلال ـ ترسیم ـ تناسب ۱۲۳
آزمون ۱۱۱: قضیهٔ تالس و عکس آن و تعمیم قضیهٔ تالس ۱۲۳
آزمون ۱۱۲: تشابه و روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ۱۲۵
آزمون ۱۱۳: آزمون فصلی (۱) ۱۲۶
آزمون ۱۱۴: آزمون فصلی (۲) ۱۲۷

فصل ۱۳ شمارش و احتمال

آزمون ۱۱۵: اصل ضرب، اصل جمع و جایگشت ۱۳۰
آزمون ۱۱۶: ترکیب ۱۳۰
آزمون ۱۱۷: پیشامدها، احتمال مقدماتی و ویژگی‌های آن ۱۳۱
آزمون ۱۱۸: احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل ۱۳۲
آزمون ۱۱۹: احتمال کل (۱) ۱۳۳
آزمون ۱۲۰: احتمال کل (۲) ۱۳۴
آزمون ۱۲۱: آزمون فصلی (۱) ۱۳۵
آزمون ۱۲۲: آزمون فصلی (۲) ۱۳۶

فصل ۱۴ آمار

آزمون ۱۲۳: مفاهیم اولیه و معیارهای گرایش به مرکز ۱۳۸
آزمون ۱۲۴: معیارهای پراکندگی ۱۳۸
آزمون ۱۲۵: آزمون فصلی (۱) ۱۳۹

آزمون‌های جامع

آزمون ۱۲۶: آزمون پایه (۱) ۱۴۲
آزمون ۱۲۷: آزمون پایه (۲) ۱۴۴
آزمون ۱۲۸: آزمون جامع دوازدهم (۱) ۱۴۶
آزمون ۱۲۹: آزمون جامع دوازدهم (۲) ۱۴۹
آزمون ۱۳۰: آزمون جامع دوازدهم (۳) ۱۵۲
آزمون ۱۳۱: آزمون جامع (۱) ۱۵۴
آزمون ۱۳۲: آزمون جامع (۲) ۱۵۷
آزمون ۱۳۳: آزمون جامع (۳) ۱۵۹
آزمون ۱۳۴: آزمون جامع (۴) ۱۶۲
آزمون ۱۳۵: آزمون جامع (۵) ۱۶۴
پاسخ‌نامهٔ تشریحی ۱۶۷

آزمون ۱

نوع آزمون: موضوعی فصلی

موضوع: مجموعه و بازه

زمان پاسخ‌گویی داوطلب: ____ دقیقه

سنجش فردی	تعداد درست	تعداد اشتباه	تعداد نزده	درصد
ارزیابی				
نتیجه				

زمان پیشنهادی (دقیقه): ۱۵

۱ کدام گزینه نادرست است؟

۱) مجموعهٔ $(\mathbb{Q}-\mathbb{N})\cap\mathbb{W}$، یک مجموعهٔ متناهی است.

۲) اگر $n\in\mathbb{N}$، آن‌گاه عدد ۲ عضو بازهٔ $(-1,\frac{2n+3}{n})$ است.

۳) اگر $A\subseteq B$، آن‌گاه $A'-B=B'$.

۴) اگر مجموعه‌های A و B متناهی باشند، آن‌گاه مجموعهٔ $A'-B'$ نامتناهی است.

۲ اگر بازه‌های $A=(-2,a^2+2)$ و $B=[2a+1,5)$ جدا از هم باشند، آن‌گاه طول بازهٔ A کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۲ ۴) ۱

۳ اگر A، B و C سه مجموعه باشند، حاصل $A\cap(B-C)$ با کدام مجموعه برابر نیست؟

۱) $(A\cap B)-C$ ۲) $(A-C)\cap B$ ۳) $(A-B')\cap(A-C)$ ۴) $(C-B)\cap A$

۴ اگر A و B دو مجموعهٔ ناتهی، M مجموعهٔ مرجع و $(A-B)\cup(B-A)=A\cup B$، آن‌گاه کدام نتیجه‌گیری درست نیست؟

۱) $A'\cup B'=M$ ۲) $B-A=B$ ۳) $B\subseteq A'$ ۴) $A=B$

۵ در یک کلاس ۲۰نفره، ۱۲ نفر فقط به رشتهٔ بسکتبال و ۲ نفر فقط به رشتهٔ فوتبال علاقه دارند. تعداد علاقه‌مندان بسکتبال سه برابر تعداد علاقه‌مندان فوتبال است. چند نفر به هیچ‌کدام از دو ورزش علاقه ندارند؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۶ اگر $n(B'\cup A)=n(S)$ و $n(A)=3n(B)=12$ باشند، حاصل $n(A-B)$ کدام است؟ (S مجموعهٔ مرجع است.)

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲

۷ فرض کنید A و B دو زیرمجموعه از مجموعهٔ مرجع M باشند به طوری که $n(A'\cap B')-n(A\cap B)=7$ و $n(A')=13$. مجموعهٔ B چند عضو دارد؟

۱) ۲۰ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۱۹

۸ اگر $[a+6,a^2]\subset 2a+3$، آن‌گاه مجموعه مقادیر قابل قبول برای a شامل چند عدد صحیح است؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۳ ۴) ۴

۹ اگر A و B دو بازه به صورت $A=(a-1,2a+4)$ و $B=(-a+2,a+6)$ باشند و بدانیم $B-A\neq B$ است، مجموعه مقادیر قابل قبول برای a کدام است؟

۱) $(-\infty,-2)$ ۲) $(-2,+\infty)$ ۳) $(-\frac{2}{3},+\infty)$ ۴) $(-\infty,-\frac{2}{3})$

۱۰ بازهٔ $(a^2,a+2)$ شامل فقط دو عدد صحیح است، مجموعه مقادیر قابل قبول برای a کدام است؟

۱) $(0,1)\cup(1,\sqrt{2})$ ۲) $(-1,1)\cup(1,\sqrt{2})$ ۳) $(0,1)\cup(1,2)$ ۴) $(-1,1)\cup(1,2)$

آزمون ۲

نوع آزمون: موضوعی فصلی

موضوع: الگو و دنباله

زمان پاسخ‌گویی داوطلب: ____ دقیقه

سنجش فردی	تعداد درست	تعداد اشتباه	تعداد نزده	درصد
ارزیابی				
نتیجه				

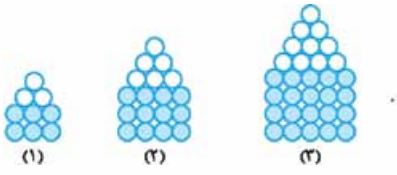
زمان پیشنهادی (دقیقه): ۱۵

۱۱ در شکل دهم الگوی زیر چند چوب‌کبریت استفاده شده است؟



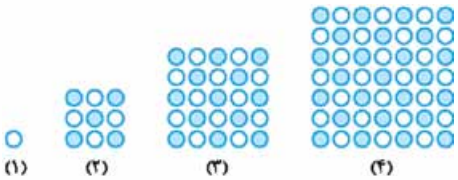
۱) ۹۰
۲) ۹۳
۳) ۹۶
۴) ۹۹

۱۲ در یکی از شکل‌های الگوی زیر، تعداد توپ‌های آبی‌رنگ ۹۰تا است. تعداد توپ‌های سفید در آن شکل چندتا است؟



۱) ۳۶
۲) ۴۵
۳) ۲۸
۴) ۵۶

۱۳ در شکل دهم الگوی زیر، چند توپ آبی‌رنگ وجود دارد؟



۱) ۱۸۰
۲) ۱۸۱
۳) ۲۰۰
۴) ۲۰۱

۱۴ در دنباله با جملهٔ عمومی $a_n = \frac{۴n^۲ - ۱}{۲n + (-۱)^n}$، حاصل $a_۱ - a_۲ + a_۳ - a_۴ + \cdots + a_{۱۹}$ کدام است؟

۱) ۴۰ ۲) ۳۷ ۳) ۳۹ ۴) ۳۸

۱۵ جمله‌های سوم و چهارم یک دنباله با جملهٔ عمومی $t_n = \frac{n^۲}{(-۱)^n} - n$ به ترتیب جمله‌های اول و دوم یک الگوی خطی هستند. جملهٔ چندم این الگوی خطی برابر با ۱۰۸ است؟

۱) پنجم ۲) ششم ۳) چهارم ۴) هفتم

۱۶ در یک الگوی خطی با جملهٔ عمومی $an + b$ جملهٔ سوم دنباله کدام است؟ $t_n = (a+b-۳)n^۳ + (۲a+b-۵)n^۲ + an + b$

۱) ۶ ۲) ۷ ۳) ۸ ۴) ۹

۱۷ در یک دنبالهٔ درجه‌دوم جملهٔ اول برابر با ۴ و جملهٔ پنجم از جملات سوم و دوم به ترتیب ۱۲ و ۱۵ واحد بزرگ‌تر است. جملهٔ چهارم این دنباله کدام است؟

۱) ۱۳ ۲) ۸ ۳) ۱۱ ۴) ۱۰

۱۸ در دنباله با جملهٔ عمومی $a_n = n(n+۲)$، به ازای کدام مقدار k، تساوی $a_k = a_{k-۱} + a_۳$ برقرار است؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

۱۹ جملهٔ ۲۰۰ام دنبالهٔ اعداد با رابطهٔ $a_۱ = ۲$ و $a_{n+۱} = a_n^۲ - a_n - ۴$ کدام است؟

۱) ۲− ۲) صفر ۳) ۲ ۴) ۴

۲۰ اعداد طبیعی فرد را از کوچک به بزرگ در دسته‌هایی قرار داده‌ایم به طوری که تعداد اعداد دسته‌ها به ترتیب ۱، ۲، ۳ و ... و n و ... باشند:

$$(۱),(۳,۵),(۷,۹,۱۱),(۱۳,۱۵,۱۷,۱۹),\ldots$$

مجموع اعداد دستهٔ نهم کدام است؟

۱) ۶۶۵ ۲) ۶۲۵ ۳) ۷۱۳ ۴) ۷۲۹

آزمون ۳

نوع آزمون: موضوعی فصلی

موضوع: دنبالهٔ حسابی

زمان پاسخ‌گویی داوطلب: ..... دقیقه

زمان پیشنهادی (دقیقه): ۱۵

سنجش فردی

	تعداد درست	تعداد اشتباه	تعداد نزده	درصد
ارزیابی				
نتیجه				

۲۱ در یک دنبالهٔ حسابی می‌دانیم $a_۸ = ۴a_۴$ و $a_۶ + a_۱ = ۵$. جملهٔ پنجم این دنباله کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۷ ۳) ۹ ۴) ۱۱

۲۲ اگر به جملهٔ اول یک دنبالهٔ حسابی ۳ واحد اضافه و از قدرنسبت آن ۵ واحد کم کنیم، دنبالهٔ حسابی جدیدی به دست می‌آید. در دنبالهٔ جدید جملهٔ دهم نسبت به قبل چه تغییری می‌کند؟

۱) ۵۲ واحد افزایش می‌یابد. ۲) ۵۲ واحد کاهش می‌یابد. ۳) ۴۲ واحد افزایش می‌یابد. ۴) ۴۲ واحد کاهش می‌یابد.

۲۳ در یک دنبالهٔ حسابی می‌دانیم $a_۴ = ۷$ و $a_۶^۲ - a_۴^۲ = ۱۴$. جملهٔ چندمِ این دنباله برابر با ۲۳ است؟

۱) ۶۰ ۲) ۶۴ ۳) ۶۸ ۴) ۷۲

۲۴ اعداد $x-۳$، $x^۲-۲$ و $۲x+۱$ جملات متوالی یک دنبالهٔ حسابی هستند. اگر $x-۳$ جملهٔ اول دنباله باشد، جملهٔ چندم این دنباله برابر با ۳۸ است؟ $(x > ۰)$

۱) ۱۳ ۲) ۱۴ ۳) ۱۵ ۴) ۱۶

۲۵ اعداد $\frac{۲}{a}$، $\frac{۱}{b}$ و $\frac{۲}{c}$ با همین ترتیب تشکیل یک دنبالهٔ حسابی را می‌دهند. حاصل $(a-b+c)^۲$ با کدام گزینه برابر است؟

۱) $a^۲+b^۲+c^۲$ ۲) $ab+ac+bc$ ۳) $۲ab+۲ac+۲bc$ ۴) $a+b+c$

آزمون ۵

نوع آزمون: موضوعی فصلی

موضوع: دنبالهٔ حسابی ـ دنبالهٔ هندسی

زمان پاسخ‌گویی داوطلب: ＿＿ دقیقه

سنجش فردی	تعداد درست	تعداد اشتباه	تعداد نزده	درصد
ارزیابی				
نتیجه				

زمان پیشنهادی (دقیقه): ۱۵

۴۱ واسطهٔ هندسی دو عدد مثبت m و $9m$ از واسطهٔ حسابی آن‌ها ۲۴ واحد کم‌تر است. مقدار m کدام می‌تواند باشد؟

۱) ۹ ۲) ۱۲ ۳) ۱۶ ۴) ۱۸

۴۲ جملهٔ عمومی دنباله‌ای که هم حسابی و هم هندسی است به صورت $t_n = an^2 + b - a$ نوشته شده است. حاصل $\frac{t_5 - a + t_{11}}{t_{16} + b}$ کدام است؟ $(b \neq 0)$

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۱ ۴) ۲

۴۳ مربع‌هایی رسم می‌کنیم که قطر هر مربع، ۲ برابر قطر مربع رسم‌شدهٔ قبلی است. مساحت این مربع‌ها تشکیل یک دنبالهٔ هندسی می‌دهند. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

۱) ۲ ۲) $2\sqrt{2}$ ۳) ۴ ۴) $4\sqrt{2}$

۴۴ جملات مشترک دنباله‌های $a_n = 3n + a$ و $b_n = 4n + a$ را از کوچک به بزرگ پشت سرهم می‌نویسیم تا دنبالهٔ جدیدی تشکیل شود. اگر جملات اول، دوم و پنجم از دنبالهٔ حاصل، سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ هندسی باشند، مقدار a کدام است؟

۱) ۲− ۲) ۳ ۳) ۶− ۴) ۱۲

۴۵ اعداد حقیقی $\frac{1}{3^{-2y}}$، $\sqrt[4]{3^3}$ و 9^x، سه جملهٔ متوالی از یک دنبالهٔ هندسی‌اند. واسطهٔ حسابی x و y کدام است؟

۱) ۵ ۲) $\frac{5}{2}$ ۳) $\frac{5}{4}$ ۴) $\frac{5}{8}$

۴۶ دو برابر جملهٔ اول، دو و نیم برابر جملهٔ دوم و سه برابر جملهٔ سوم یک دنبالهٔ هندسی غیرثابت با قدرنسبت q، با همین ترتیب سه جملهٔ اول یک دنبالهٔ حسابی با قدرنسبت d هستند که مجموع آن‌ها برابر با ۷۵ است. حاصل $q + d$ کدام است؟

۱) $-\frac{13}{3}$ ۲) ۴− ۳) $-\frac{14}{3}$ ۴) ۵−

۴۷ مجموع سه جملهٔ اول از دنبالهٔ هندسی با جملهٔ عمومی t_n و قدرنسبت منفی برابر ۳− است. اگر به جملات اول تا سوم، به ترتیب اعداد ۳، ۴ و ۱۴ را بیفزاییم، با هم تشکیل یک دنبالهٔ حسابی می‌دهند. t_n کدام است؟ $(|q| > 1)$

۱) -2^{n-1} ۲) 2^{n+1} ۳) $(-1)^n.2^{n+1}$ ۴) $(-1)^n.2^{n-1}$

۴۸ چهار جملهٔ اول یک دنبالهٔ غیرثابت، اعداد حقیقی و غیرصفر x,y,z,t هستند. اگر x,y,z سه جملهٔ متوالی از یک دنبالهٔ حسابی، به طوری که $x + y + z = 3$ و y,z,t سه جملهٔ متوالی از یک دنبالهٔ هندسی، به طوری که $y + z + t = 7$ باشند، مقدار $xyzt$ برابر کدام است؟

۱) ۱۳۵ ۲) ۱۳۵− ۳) ۴۵ ۴) ۴۵−

۴۹ جملات دوم، چهارم و هشتم از یک دنبالهٔ حسابی سه جملهٔ متوالی از یک دنبالهٔ هندسی هستند. قدرنسبت دنبالهٔ هندسی کدام است؟

۱) ۲ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۴ ۴) $\frac{1}{4}$

۵۰ جملات اول، سوم و چهل و سوم یک دنبالهٔ حسابی غیرثابت به ترتیب برابر با جملات اول، دوم و چهارم یک دنبالهٔ هندسی با جملات مثبت هستند. قدرنسبت این دنبالهٔ هندسی کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۳ ۴) ۴

آزمون ۶

نوع آزمون: موضوعی فصلی

آزمون فصلی (۱)

زمان پاسخ‌گویی داوطلب: ＿＿ دقیقه

سنجش فردی	تعداد درست	تعداد اشتباه	تعداد نزده	درصد
ارزیابی				
نتیجه				

زمان پیشنهادی (دقیقه): ۲۲/۵

۵۱ اگر $U = \{4,c,7,d\}$، $A = \{1,a\}$ و $A' = \{b,3\}$ باشند، مقدار $ab + cd$ کدام است؟

۱) ۳۰ ۲) ۳۱ ۳) ۳۲ ۴) ۳۳

۵۲ اگر $n(A - B) = n(A) - n(B)$، آن‌گاه کدام‌یک از گزاره‌های زیر درست است؟ $(A, B \neq \varnothing)$

الف) $n(B - A) = 0$ ب) $n(A) + n(B) = n(A \cup B)$

۱) فقط الف ۲) فقط ب ۳) هر دو ۴) هیچ‌کدام

آزمون ۳۹

نوع آزمون: موضوعی فصلی

موضوع: انتقال و تبدیل نمودار توابع (۲)

زمان پاسخ‌گویی داوطلب: ..... دقیقه

سنجش فردی	تعداد درست	تعداد اشتباه	تعداد نزده	درصد
ارزیابی				
نتیجه				

زمان پیشنهادی (دقیقه): ۱۵

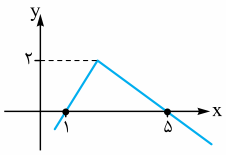
۴۲۱ اگر نقطهٔ $(-۱,۲)$ روی نمودار $y=f(-x+۱)+۱$ باشد، نقطهٔ متناظر با آن روی نمودار تابع g با ضابطهٔ $g(x)=\frac{۱}{۲}f(۲x-۴)+۲$ کدام است؟

۱) $(۳,۴)$ ۲) $(-۶,۴)$ ۳) $(۳,\frac{۵}{۲})$ ۴) $(-۶,\frac{۵}{۲})$

۴۲۲ نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x)=-(x+۲)^۲$ را ابتدا نسبت به مبدأ قرینه نموده، سپس در راستای محور x با ضریب ۲ منبسط می‌کنیم و ۸ واحد به پایین انتقال می‌دهیم تا نمودار تابع g حاصل شود. اگر مجموعه‌جواب‌های نامعادلهٔ $g(x)<f(x)$ به صورت (α,β) باشد، حاصل $۸+\beta+۵\alpha$ کدام است؟

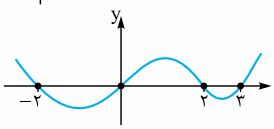
۱) α ۲) β ۳) $\alpha-۱$ ۴) $\beta+۱$

۴۲۳ نمودار تابع f به شکل مقابل است. اگر مساحت ناحیهٔ بین نمودار g با ضابطهٔ $g(x)=(k+۳)f(kx)$ و محور x برابر با ۸ باشد، حاصل‌ضرب همهٔ مقادیر ممکن برای k کدام است؟



۱) ۳ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) -۳ ۴) $-\frac{۱}{۳}$

۴۲۴ شکل زیر نمودار $y=f(x+۲)$ را نشان می‌دهد. دامنهٔ تابع g با ضابطهٔ $g(x)=\sqrt{xf(-x)}$ شامل چند عدد صحیح بزرگ‌تر از -۵ نیست؟

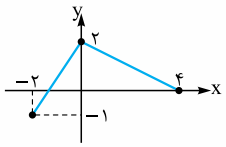


۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۵

۴۲۵ فرض کنید $f(x)=x^۲+ax+b$، اگر رأس سهمی به معادلهٔ $y=f(x)$ و رأس سهمی به معادلهٔ $y=-f(۲x-۴)+۱۲$ بر هم منطبق باشند، مقدار $\frac{b+۲}{a}$ کدام است؟

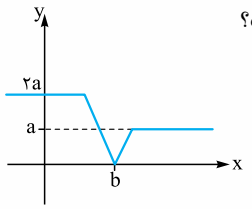
۱) -۲ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) -۳

۴۲۶ نمودار تابع $f(\frac{x}{۲})$ در شکل مقابل رسم شده است. اگر اشتراک برد و دامنهٔ تابع g با ضابطهٔ $g(x)=|f(-x+۲)|+m$ بازهٔ $[۲,۳]$ باشد، مقدار m کدام است؟



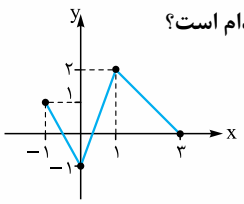
۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) ۲ ۴) ۳

۴۲۷ نمودار تابع f با ضابطهٔ $|-c|-|x-۸|$ در شکل مقابل رسم شده است. مقدار $f(x)=||x-۲|-|$ کدام است؟



۱) ۱۶
۲) ۴
۳) ۸
۴) ۳۲

۴۲۸ در شکل زیر نمودار $y=f(x-۱)$ رسم شده است. مساحت ناحیهٔ محدود به نمودار $y=f(|x|)$ و محور x کدام است؟

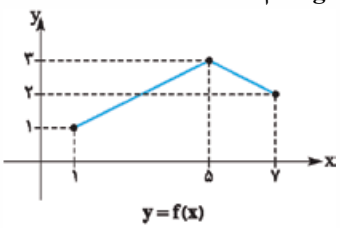


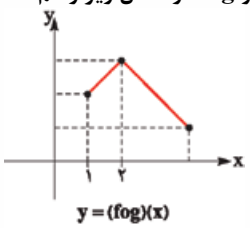
۱) ۲
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۸

۴۲۹ تابع f با دامنهٔ $[۲,۵)$ و برد $[۳,۶)$ مفروض است. اگر دامنهٔ تابع $f(ax+b)$ برابر $[-۲,-۱)$ باشد، آن‌گاه برد تابع g با ضابطهٔ $g(x)=af(x)+b$ کدام است؟

۱) $(-۱,۰]$ ۲) $(-۳,-۲]$ ۳) $(-۱۹,-۱۰]$ ۴) $(-۱۷,-۸]$

۴۳۰ g یک تابع خطی با دامنهٔ $\mathbb{R}$ است. نمودار تابع‌های f و fog در شکل زیر رسم شده است. برد تابع gof کدام است؟





۱) $[۱,۲]$
۲) $[۲,۳]$
۳) $[۳,۷]$
۴) $[۴,۵]$

آزمون ۵۵

آزمون فصلی (۱)

نوع آزمون: موضوعی فصلی

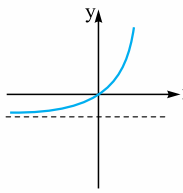
زمان پاسخ‌گویی داوطلب: ..... دقیقه

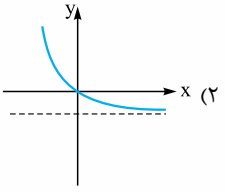
زمان پیشنهادی (دقیقه): ۲۲/۵

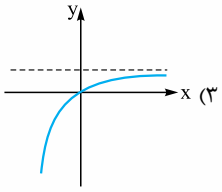
سنجش فردی

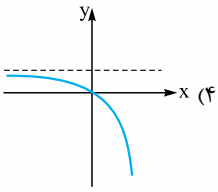
	تعداد درست	تعداد اشتباه	تعداد نزده	درصد
ارزیابی				
نتیجه				

۶۰۱ نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\frac{3^x-3^{-x}}{3^x+1}$ کدام است؟

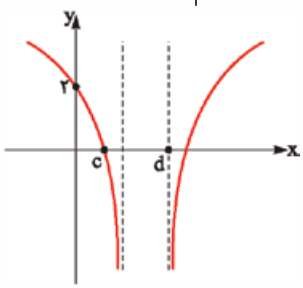
۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۶۰۲ نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\log_b(|x-a|-1)$ به شکل مقابل است. اگر $cd=10$، آن‌گاه مقدار b کدام است؟



۱) $\sqrt{2}$

۲) ۲

۳) ۳

۴) $\sqrt{3}$

۶۰۳ در تابع نمایی f با ضابطه $f(x)=a^x$ می‌دانیم $f(x+2)=f(x+1)+6f(x)$. مقدار a کدام است؟

۱) -2 ۲) ۳ ۳) ۳ یا -2 ۴) ۴

۶۰۴ نمودار تابع نمایی f با ضابطهٔ $f(x)=a^x$ را ابتدا ۴ واحد به سمت چپ انتقال می‌دهیم، سپس طول همهٔ نقاط نمودار حاصل را نصف می‌کنیم و سپس عرض همهٔ نقاط را در b ضرب می‌کنیم. اگر نمودار حاصل مربوط به تابع g با ضابطهٔ $g(x)=(a+6)^{x+3}$ باشد، مقدار ab کدام است؟ $(b>0)$

۱) ۱ ۲) ۸ ۳) ۲۷ ۴) ۶۴

۶۰۵ اگر $x=a$ جواب معادلهٔ $\frac{12-2^x}{40}=\frac{4}{4^x-4}-\frac{1}{2^x-2}$ باشد، آن‌گاه حاصل $\frac{a+5}{a+1}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۶۰۶ دامنهٔ تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\sqrt{\sqrt[4]{5}-5^{0/25(2x-1)}}$ کدام است؟

۱) $[1,+\infty)$ ۲) $(-\infty,1]$ ۳) $(-\infty,2]$ ۴) $[2,+\infty)$

۶۰۷ تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\sqrt{\log_2\log_{0/1}(x-2)}$ فقط روی بازهٔ $(a,b]$ تعریف می‌شود. مقدار $\frac{a}{b-a}$ کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) ۴۰

۶۰۸ اختلاف جواب‌های معادلهٔ $(\log_3 2)x^2-(\log_3 36)x+\log_2 12=0$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۶۰۹ تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\log_x(2x+8)-\log_{(2x+8)}x$ و دامنهٔ $(1,+\infty)$ مفروض است. مقدار $f^{-1}(\frac{3}{2})$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۳ ۴) ۴

۶۱۰ مجموع مربعات جواب‌های معادلهٔ $\log_{(4x-3)}(x^2-2)=\log_x(\sqrt{x^2-2})$ کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) ۱۵ ۴) ۱۸

۶۱۱ مجموعه‌جواب‌های نامعادلهٔ $\log_9(8-3x)\geq\log_9(3-x)+\log_3\sqrt{x}$ شامل چند عدد صحیح است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۶۱۲ حاصل‌ضرب جواب‌های معادلهٔ $\sqrt{x^{(-1+\log_3 x)}}=3$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۹ ۴) $\frac{1}{3}$

۶۱۳ اگر $\log_6 18=a$ باشد، حاصل $\log_3 2$ برحسب a کدام است؟

۱) $\frac{a+1}{a+2}$ ۲) $\frac{a+2}{a+1}$ ۳) $\frac{2-a}{a-1}$ ۴) $\frac{2-a}{1-a}$

۸۴۴ تابع f با ضابطهٔ $f(x)=3x+\sqrt{ax^2+x}$ به طوری که $a>0$ مفروض است. اگر $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=8$، حاصل $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}$ کدام است؟

۱) $-\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۲ ۴) -2

۸۴۵ تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\frac{8x^3+4x^n-x-11}{x^3+nx^n-4}$ مفروض است. اگر $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=n$ و $n\in\mathbb{N}$، حاصل $\lim\limits_{x\to1}f(x)$ کدام است؟

۱) $\frac{35}{6}$ ۲) $\frac{35}{12}$ ۳) $\frac{37}{6}$ ۴) $\frac{37}{12}$

آزمون ۷۷

نوع آزمون: موضوعی فصلی

موضوع: حد در بی‌نهایت (۲)

زمان پاسخ‌گویی داوطلب: ..... دقیقه

زمان پیشنهادی (دقیقه): ۱۵

سنجش فردی

	تعداد درست	تعداد اشتباه	تعداد نزده	درصد
ارزیابی				
نتیجه				

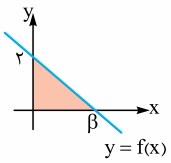
۸۴۶ حاصل $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2}{1+\sqrt{x^2-x}}$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) -1 ۴) $+\infty$

۸۴۷ حاصل $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(2x-1)^3-(x+2)^3}{x(x+2)^2-2x^3}$ کدام است؟

۱) ۷ ۲) $+\infty$ ۳) $-\infty$ ۴) -7

۸۴۸ در شکل زیر مساحت ناحیهٔ محدود به محورهای مختصات و خط راست به معادلهٔ $y=f(x)$ برابر ۸ است. حاصل $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{|f(x)|}{f^{-1}(x)}$ کدام است؟



۱) $\frac{1}{16}$
۲) ۱۶
۳) -16
۴) $-\frac{1}{16}$

۸۴۹ تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\frac{x^2-4\sqrt{x^6+x+1}}{x^n+3}$ مفروض است. اگر $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\frac{1}{a}$ و $\frac{1}{a}\in\mathbb{R}$، حاصل na کدام است؟

۱) $\frac{3}{4}$ ۲) $-\frac{3}{4}$ ۳) $-\frac{4}{3}$ ۴) $\frac{4}{3}$

۸۵۰ حاصل $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2-3x+1}-x)$ کدام است؟

۱) $+\infty$ ۲) صفر ۳) $-\frac{3}{2}$ ۴) $\frac{3}{2}$

۸۵۱ حاصل $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{-x+[\frac{1}{x}]}{\frac{1}{x}}$ کدام است؟

۱) صفر ۲) -1 ۳) $+\infty$ ۴) $-\infty$

۸۵۲ اگر $\lim\limits_{x\to+\infty}(ax^3+(2x-1)^3+x^3)=-\infty$، حدود a کدام است؟

۱) $a<-9$ ۲) $a\le-9$ ۳) $a>-9$ ۴) $a\ge-9$

۸۵۳ حاصل $\lim\limits_{x\to+\infty}x[-\frac{1}{x}]$ کدام است؟

۱) صفر ۲) -1 ۳) $-\infty$ ۴) $+\infty$

۸۵۴ نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\frac{x^2+3x+1}{x^2-x+1}$ در اطراف خط $y=1$ وقتی $x\to+\infty$ و $x\to-\infty$ چگونه است؟

۱) ۲) ۳) ۴)

۸۵۵ نمودار تابع f با ضابطه $f(x)=\frac{3x+k}{x+1}$ وقتی $x\to+\infty$ مانند شکل زیر است. مجموعه مقادیر قابل‌قبول برای k شامل چند عدد طبیعی است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

آزمون ۸۹

نوع آزمون: موضوعی فصلی

موضوع: آهنگ تغییر

زمان پاسخ‌گویی داوطلب: ＿＿ دقیقه

سنجش فردی	تعداد درست	تعداد اشتباه	تعداد نزده	درصد
ارزیابی				
نتیجه				

زمان پیشنهادی (دقیقه): ۱۵

۹۸۱ آهنگ تغییر متوسط تابع f با ضابطهٔ $f(x)=x+\sqrt{x}+1$ در بازهٔ $[1,4]$ کدام است؟

۱) $\frac{3}{4}$ ۲) $\frac{4}{3}$ ۳) ۲ ۴) $\frac{1}{2}$

۹۸۲ گنجایش ظرفی ۲۰ لیتر آب است. در لحظهٔ $t=0$ سوراخی در ظرف ایجاد می‌شود. اگر حجم مایع باقی‌مانده در ظرف پس از t ثانیه از رابطهٔ $V=20(1-\frac{t}{100})^2$ به دست آید، آهنگ تغییر متوسط حجم آب در بازهٔ زمانی $[0,2]$ چه‌قدر است؟

۱) $-\frac{198}{100}$ ۲) $-\frac{99}{500}$ ۳) $-\frac{99}{250}$ ۴) $-\frac{99}{100}$

۹۸۳ آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x)=\frac{1}{x+3}$ در بازهٔ $[0,k]$ برابر $-\frac{1}{12}$ است. مقدار k کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) ۱ ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) ۲

۹۸۴ آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع $f(x)=\frac{1}{x^2}$ در $x=2$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{8}$ ۲) $-\frac{1}{8}$ ۳) $-\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{4}$

۹۸۵ یک توده باکتری، پس از t ساعت دارای جرم $m(t)=2\sqrt{t}+\frac{t^3}{96}$ است. آهنگ تغییر رشد جرم توده در $t=4\ s$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۱/۵ ۳) ۲ ۴) ۲/۵

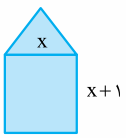
۹۸۶ معادلهٔ حرکت متحرکی برحسب زمان $f(t)=t^2-10t+5$ است. سرعت لحظه‌ای متحرک در لحظهٔ $t=4$، چند برابر سرعت متوسط آن در بازهٔ $[0,6]$ است؟

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) $\frac{1}{2}$

۹۸۷ اختلاف آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\sqrt{2x+1}$ در $x=4$ و آهنگ تغییر متوسط آن در بازهٔ $[0,\frac{3}{2}]$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{1}{3}$

۹۸۸ پنجرهٔ شکل روبه‌رو، از یک مستطیل و یک مثلث متساوی‌الاضلاع تشکیل شده است. آهنگ تغییر لحظه‌ای مساحت پنجره، وقتی $x=2$ است، کدام است؟



۱) $2\sqrt{3}$ ۲) $5-\sqrt{3}$ ۳) $5+\sqrt{3}$ ۴) $4+2\sqrt{3}$

۹۸۹ آهنگ تغییر متوسط تابع f با ضابطهٔ $f(x)=(x^2+1)^2(ax-1)$ در بازهٔ $[0,1]$ برابر ۱۳ است. آهنگ تغییر لحظه‌ای این تابع در نقطهٔ $x=0$ کدام است؟

۱) $\frac{9}{2}$ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۹۹۰ وقتی آهنگ تغییر لحظه‌ای مساحت یک کره برابر $\sqrt{\pi}$ است، آهنگ تغییر لحظه‌ای حجم همان کره کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) $\frac{1}{8}$ ۴) $\frac{1}{16}$

آزمون ۹۰

نوع آزمون: موضوعی فصلی

آزمون فصلی (۱)

زمان پاسخ‌گویی داوطلب: ＿＿ دقیقه

سنجش فردی	تعداد درست	تعداد اشتباه	تعداد نزده	درصد
ارزیابی				
نتیجه				

زمان پیشنهادی (دقیقه): ۲۲/۵

۹۹۱ اگر $f'(2)=f(2)=3$، حاصل $\lim_{x\to 1}\frac{f^2(2x)-f^2(2)}{x-1}$ کدام است؟

۱) $\frac{9}{8}$ ۲) $\frac{9}{4}$ ۳) $\frac{9}{2}$ ۴) ۹

آزمون ۱۱۲

نوع آزمون: موضوعی فصلی

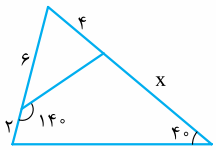
موضوع: تشابه و روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه

زمان پاسخ‌گویی داوطلب: ـــ دقیقه

سنجش فردی	تعداد درست	تعداد اشتباه	تعداد نزده	درصد
ارزیابی				
نتیجه				

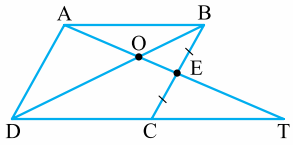
زمان پیشنهادی (دقیقه): ۱۵

۱۲۴۱ در شکل روبه‌رو، مقدار x کدام است؟



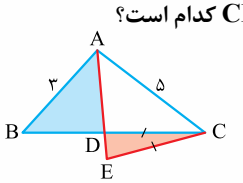
۱) ۶
۲) ۸
۳) ۱۰
۴) ۱۲

۱۲۴۲ در شکل زیر، E وسط ضلع BC قرار دارد. حاصل $\frac{ET}{OE}$ کدام است؟ (چهارضلعی ABCD متوازی‌الاضلاع است.)



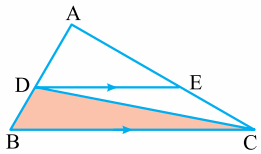
۱) $\frac{۵}{۲}$
۲) $\frac{۳}{۲}$
۳) ۲
۴) ۳

۱۲۴۳ در شکل زیر، AD نیمساز زاویهٔ A و $CE = CD$ و $DE = ۱$ است. نسبت مساحت‌های دو مثلث ABD و CDE کدام است؟



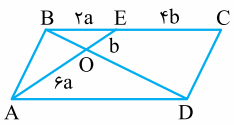
۱) $\frac{۹}{۱۰}$
۲) $\frac{۱۰}{۹}$
۳) $\frac{۹}{۵}$
۴) $\frac{۵}{۹}$

۱۲۴۴ در مثلث ABC می‌دانیم $۲AD = ۳BD$ و $DE \parallel BC$. اگر مساحت مثلث رنگی برابر با ۳۰ باشد، مساحت مثلث ADE کدام است؟



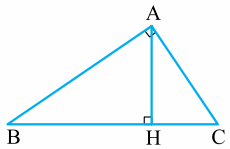
۱) ۱۸
۲) ۲۷
۳) ۹
۴) ۳۶

۱۲۴۵ در متوازی‌الاضلاع ABCD حاصل $\frac{AO}{OE}$ برابر کدام است؟



۱) ۲
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۸

۱۲۴۶ در شکل روبه‌رو، $CH = x$، $AH = x + ۲$ و $BH = x + ۵$. مقدار x کدام است؟

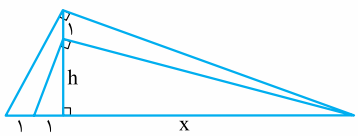


۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۱۲۴۷ در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC، با وتر $BC = ۸$، ارتفاع $AH = ۲\sqrt{۳}$ و میانهٔ AM را رسم کرده‌ایم. مساحت مثلث AHM کدام است؟

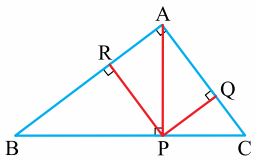
۱) $۴\sqrt{۳}$
۲) $۲\sqrt{۳}$
۳) $۴\sqrt{۶}$
۴) $۲\sqrt{۶}$

۱۲۴۸ در شکل مقابل، مقدار h کدام است؟



۱) $\frac{\sqrt{۵}+۱}{۲}$
۲) $۲+\sqrt{۳}$
۳) $\sqrt{۵}-۱$
۴) $۱+\sqrt{۲}$

۱۲۴۹ در شکل روبه‌رو، $AB = ۴$ و $AC = ۳$. مقدار $PQ + PR$ کدام است؟



۱) $\frac{۶۴}{۱۵}$
۲) $\frac{۸۴}{۲۵}$
۳) $\frac{۴۹}{۱۵}$
۴) $\frac{۷۲}{۲۵}$

آزمون ۱۲۶

نوع آزمون: پایه | جامع

موضوع: آزمون پایه (۱)

زمان پاسخ‌گویی داوطلب: ..... دقیقه

زمان پیشنهادی (دقیقه): ۴۵

سنجش فردی

ارزیابی	تعداد درست	تعداد اشتباه	تعداد نزده	درصد
نتیجه				

۱۴۰۶ اشتراک بازه‌های $[2m-1, 4+2m]$ و $[m, 3]$ یک مجموعهٔ متناهی و غیرتهی است. حاصل‌ضرب همهٔ مقادیر ممکن m کدام است؟

۱) -6 ۲) -8 ۳) صفر ۴) -18

۱۴۰۷ سه عدد a^3، $5b^3$ و $25c^3$ با همین ترتیب تشکیل یک دنبالهٔ هندسی غیرثابت را می‌دهند. هم‌چنین اعداد $2a+1$، $2b+3$ و $2c+5$ با همین ترتیب تشکیل یک دنبالهٔ حسابی غیرثابت را می‌دهند. مجموع قدرنسبت‌های این دو دنباله کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

۱۴۰۸ حاصل عبارت $\sqrt[4]{2\sqrt[3]{25^2}} \times \sqrt[6]{0/4} \times \sqrt[3]{5\sqrt[4]{2}}$ کدام است؟

۱) $\sqrt{10}$ ۲) $\sqrt[3]{20}$ ۳) $\sqrt[4]{40}$ ۴) $\sqrt[6]{50}$

۱۴۰۹ اگر مجموعه‌جواب‌های نامعادلهٔ $a^2x^2+ax-20\leq 0$ بازهٔ $[a,b]$ باشد، حاصل $a(b+1)$ کدام است؟

۱) -6 ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) -7

۱۴۱۰ α و β جواب‌های معادلهٔ $x^2-5x+3=0$ هستند. حاصل $\sqrt{\alpha+1}+\sqrt{\beta+1}$ کدام است؟

۱) $\sqrt{7}$ ۲) $\sqrt{11}$ ۳) $\sqrt{13}$ ۴) $\sqrt{19}$

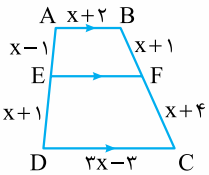
۱۴۱۱ سهمی به معادلهٔ $y=ax^2+bx+c$ از نقاط $A(1,8)$، $B(2,10)$ و $C(3,8)$ می‌گذرد. مقدار abc کدام است؟

۱) -18 ۲) -20 ۳) -32 ۴) -40

۱۴۱۲ در ذوزنقهٔ $ABCD$ $(AB \parallel CD)$ فاصلهٔ وسط قطر BD از محل برخورد قطرها ۱۰ واحد است. اگر $C\hat{B}D=90^\circ$ و $AB=AD=50$ باشد، طول ساق BC کدام است؟ (آزمون‌های آزمایشی فیلی‌سبز)

۱) ۷۰ ۲) ۷۵ ۳) ۸۰ ۴) ۸۵

۱۴۱۳ در شکل داده‌شده، طول پاره‌خط EF کدام است؟



۱) ۷
۲) ۸
۳) ۹
۴) ۱۰

۱۴۱۴ در متوازی‌الاضلاع $ABCD$، اگر $A(9,1)$، $B(6,2)$ و $C(5,5)$، آن‌گاه معادلهٔ خطی که قطر BD روی آن قرار دارد، کدام است؟

۱) $y=3x-2$ ۲) $y+x=6$ ۳) $y=x-4$ ۴) $y=2x$

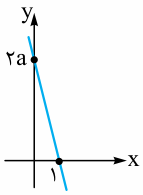
۱۴۱۵ در مستطیل $ABCD$، اگر $A(8,5)$، $B(2,3)$ و نقطهٔ C روی محور x قرار داشته باشد، مساحت این مستطیل کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) ۴۰

۱۴۱۶ تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\begin{cases}2x & 0\leq x\leq 2\\ -x & -4\leq x<0\end{cases}$ مفروض است. اگر نمودارهای $y=f(x)$ و $y=f(x-a)$ دارای نقطهٔ مشترکی باشند، مجموعه مقادیر قابل قبول برای a کدام است؟

۱) $[-3,3]$ ۲) $[-6,6]$ ۳) $[-6,3]$ ۴) $[-3,6]$

۱۴۱۷ نمودار تابع خطی f در شکل زیر رسم شده است. اگر تابع g با ضابطهٔ $g(x)=\frac{b-f(x)}{2x+f(x)}$ روی دامنه‌اش برابر یک تابع همانی باشد، مقدار $f(a+b)$ کدام است؟ (آزمون‌های آزمایشی فیلی‌سبز)



۱) ۶
۲) -6
۳) -4
۴) ۴

۱۵۲۵ یک شرکت، اتومبیل‌های مورد نیازش را از سه آژانس A، B و C با احتمال‌های ۲۰٪ از A، ۲۰٪ از B و ۶۰٪ از C کرایه می‌کند. اگر ۱۰٪ اتومبیل‌های A، ۱۲٪ اتومبیل‌های B و ۴٪ اتومبیل‌های C بالای ۱۰ سال عمر داشته باشند، با کدام احتمال این شرکت اتومبیل با عمر بالای ۱۰ سال کرایه می‌کند؟ *(آزمون‌های آزمایشی فیلی‌سبز)*

۱) ۰/۶۸ ۲) ۰/۰۶۸ ۳) ۰/۳۴ ۴) ۰/۰۳۴

آزمون ۱۳۰

نوع آزمون: پایه | جامع

موضوع: آزمون جامع دوازدهم (۳)

زمان پاسخ‌گویی داوطلب: ..... دقیقه

زمان پیشنهادی (دقیقه): ۴۵

سنجش فردی

	تعداد درست	تعداد اشتباه	تعداد نزده	درصد
ارزیابی				
نتیجه				

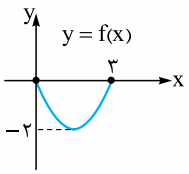
۱۵۲۶ نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\frac{|x-4|}{x}$ روی بازهٔ (a,b) بالای محور x قرار دارد. اگر تابع f روی بازهٔ (a,b) اکیداً نزولی باشد، بیشترین مقدار $b-a$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) وجود ندارد.

۱۵۲۷ اگر $f(x)=x^3+x+2$، آن‌گاه مجموعه‌جواب‌های نامعادلهٔ $f(f(x))\geq 2$ شامل چند عدد صحیح منفی است؟

۱) نامتناهی ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۱۵۲۸ نمودار تابع f در شکل زیر روی دامنه‌اش رسم شده است. اگر $g(x)=[x]+[-x]$، مجموعه‌جواب‌های معادلهٔ $f(g(f(x)))=0$ چند عضو دارد؟



۱) ۳
۲) ۴
۳) ۵
۴) ۶

۱۵۲۹ اگر $f(2-x)=\sqrt{2x+1}$ و $g(x+3)=\sqrt{4-2x}$، دامنهٔ تابع gof شامل چند عدد صحیح است؟ *(آزمون‌های آزمایشی فیلی‌سبز)*

۱) ۱۴ ۲) ۱۳ ۳) ۱۲ ۴) ۱۱

۱۵۳۰ نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x)=x^3+mx+2$ با یک انتقال افقی بر نمودار تابع g با ضابطهٔ $g(x)=x^3+nx^2+18$ منطبق می‌شود. مقدار $m+n$ کدام است؟ *(آزمون‌های آزمایشی فیلی‌سبز)*

۱) ۱۸ ۲) −۱۲ ۳) −۱۸ ۴) ۱۲

۱۵۳۱ نمودار وارون تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\begin{cases}3x+2 & x\geq 1\\ 2x-5 & x<1\end{cases}$ از کدام نقطه عبور می‌کند؟

۱) $(-1,2)$ ۲) $(-3,1)$ ۳) $(2,0)$ ۴) $(-7,-1)$

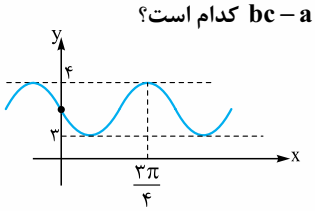
۱۵۳۲ اگر $f(x)=\sqrt{x-2}+1$، آن‌گاه نمودار تابع g با ضابطهٔ $g(x)=f^{-1}(-x)$ با کدام‌یک از انتقال‌های زیر از سه ناحیهٔ محورهای مختصات عبور می‌کند؟

۱) دو واحد به سمت پایین
۲) سه واحد به سمت پایین و دو واحد به سمت راست
۳) یک واحد به سمت راست
۴) دو واحد به سمت پایین و سه واحد به سمت راست

۱۵۳۳ تابع f با ضابطهٔ $f(x)=|x+2|+|2x-8|$ و دامنهٔ $(-\infty,4]$ مفروض است. اگر نمودار تابع f و نمودار تابع f^{-1} روی بازهٔ $[a,b]$ بر هم منطبق باشند، حداکثر مقدار $b-a$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۴ ۳) ۲ ۴) ۱

۱۵۳۴ در شکل زیر نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x)=a\sin^2(bx-\frac{\pi}{4})+c$ رسم شده است. اگر $b>0$، حاصل $bc-a$ کدام است؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۱۶۷۱ دو پیشامد A و B مستقل‌اند و احتمال وقوع هم‌زمان آن‌ها، نصف احتمال وقوع A و احتمال وقوع حداقل یکی از آن‌ها، دو برابر احتمال وقوع A است. احتمال آن‌که A رخ ندهد، کدام است؟ (آزمون‌های آزمایشی فیلی‌سبز)

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۶}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

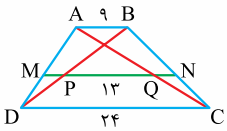
۱۶۷۲ عرض از مبدأ خط مماس‌مشترک دو دایرهٔ $C: x^۲+y^۲+۴x-۶y+۹=۰$ و $C': x^۲+y^۲-۲x+۲y-۴۷=۰$ کدام است؟

۱) ۷ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{۲۳}{۵}$ ۴) ۵

۱۶۷۳ معادلهٔ یکی از نیمسازهای زاویهٔ بین دو خط $x-۲y=۱$ و $۲x+y=۳$ کدام است؟

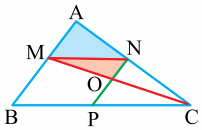
۱) $x+۳y=۲$ ۲) $x+۳y=۴$ ۳) $۳x+y=۱$ ۴) $۳x-y=۰$

۱۶۷۴ در ذوزنقهٔ ABCD، MN موازی با قاعده‌ها رسم شده است. اگر $PQ=۱۳$، حاصل $\frac{AM}{MD}$ کدام است؟



۱) $\frac{۷}{۳}$ ۲) $\frac{۸}{۳}$ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۶۷۵ در شکل زیر $MN \parallel BC$، $NP \parallel AB$ و $\frac{MA}{MB}=\frac{۲}{۵}$ است. نسبت مساحت مثلث MON به مساحت مثلث AMN کدام است؟



۱) $\frac{۲}{۷}$ ۲) $\frac{۳}{۷}$ ۳) $\frac{۴}{۷}$ ۴) $\frac{۵}{۷}$

آزمون ۳۵

نوع آزمون: پایه | جامع

موضوع: آزمون جامع (۵)

زمان پاسخ‌گویی داوطلب: ..... دقیقه

زمان پیشنهادی (دقیقه): ۴۵

سنجش فردی

	تعداد درست	تعداد اشتباه	تعداد نزده	درصد
ارزیابی				
نتیجه				

۱۶۷۶ اگر $A=\frac{\sqrt{\sqrt{۵}+۲}+\sqrt{\sqrt{۵}-۲}}{\sqrt{\sqrt{۵}-۱}}$، آن‌گاه حاصل $\sqrt{۲A-۱}$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۳}$ ۲) $\sqrt{۳}-۱$ ۳) $\sqrt{۵}$ ۴) $\sqrt{۵}-۱$

۱۶۷۷ در یک دنبالهٔ هندسی غیرثابت، اگر جملهٔ اول، واسطهٔ حسابی جمله‌های دوم و سوم باشد، حاصل‌جمع مقادیر ممکن برای قدرنسبت دنبالهٔ هندسی کدام است؟

۱) $-۲/۵$ ۲) -۲ ۳) $-۰/۵$ ۴) وجود ندارد.

۱۶۷۸ اگر α و β جواب‌های معادلهٔ $x^۲-(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})x+\frac{۱}{۱۶}=۰$ باشند، حاصل $\frac{۱}{\alpha}+\frac{۱}{\beta}$ کدام است؟

۱) $۱+\sqrt{۳}$ ۲) $۲+۲\sqrt{۳}$ ۳) $۴+۴\sqrt{۳}$ ۴) $۸+۸\sqrt{۳}$

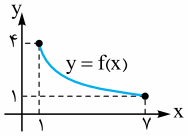
۱۶۷۹ مجموعه‌جواب‌های نامعادلهٔ $|x^۲+۵x|<|x^۲+mx+۸|$ به صورت بازهٔ (a,b) است. حاصل $b-a$ کدام است؟ (آزمون‌های آزمایشی فیلی‌سبز)

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۲

۱۶۸۰ رأس سهمی به معادلهٔ $y=x^۲-(۲m+۲)x+۵m+۱$ روی یکی از محورهای مختصات قرار دارد. مجموعه مقادیر ممکن برای m چند عضو دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۶۸۱ نمودار تابع f در شکل زیر روی دامنه‌اش رسم شده است. مجموعه‌جواب‌های نامعادلهٔ $\frac{۱}{f(x+۵)}\le\frac{۱}{f(۲x+۱)}$ شامل چند عدد صحیح است؟



۱) ۳ ۲) ۵ ۳) ۷ ۴) نامتناهی

آزمون ۱

۱ **۴** ابتدا به نکات زیر توجه کنید:

نکات

۱) مجموعه‌ای که تعداد اعضای آن برابر یک عدد حسابی باشد، مجموعه‌ای متناهی است. مجموعه‌ای که متناهی نباشد، نامتناهی است.

۲) اگر عدد a عضو بازهٔ $[b,c)$ باشد، آن‌گاه $b \le a < c$.

۳) اگر A و B دو مجموعه باشد و $A \subseteq B$، آن‌گاه $A \cup B = B$ و $A \cap B = A$.

۴) اگر A و B دو مجموعه باشند، آن‌گاه $A - B = A \cap B'$.

۵) اگر A و B دو مجموعه باشند، آن‌گاه:

قوانین دمورگان $\begin{cases} A' \cup B' = (A \cap B)' \\ A' \cap B' = (A \cup B)' \end{cases}$

بررسی گزینه‌ها:

۱) توجه کنید $\mathbb{W} = \mathbb{N} \cup \{0\}$؛ بنابراین:

$0 \in \mathbb{Q} - \mathbb{N} \Rightarrow (\mathbb{Q} - \mathbb{N}) \cap \mathbb{W} = \{0\}$ متناهی

۲) چون $n \in \mathbb{N}$ و $0 < \frac{3}{n} \le 3$، پس:

$2 \in (-1, \frac{2n+3}{n}) \Rightarrow -1 < 2 < 2 + \frac{3}{n}$

۳) $A' - B = A' \cap B' = (A \cup B)' \xrightarrow[A \cup B = B]{A \subseteq B} A' - B = B'$

۴) توجه کنید $A' - B' = B - A$، بنابراین اگر A و B دو مجموعهٔ متناهی باشند، مجموعه $B - A$ نیز متناهی است.

۲ **۱** چون A و B دو مجموعهٔ جدا از هم هستند، پس $A \cap B = \varnothing$؛ یعنی:

$(-2, a^2 + 2) \cap [2a + 1, 5) = \varnothing \Rightarrow a^2 + 2 \le 2a + 1$

$\Rightarrow a^2 - 2a + 1 \le 0 \Rightarrow (a-1)^2 \le 0$

$\xrightarrow{(a-1)^2 \ge 0} a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1$

در نتیجه بازه‌های A و B به صورت زیر هستند:

$A = (-2, 3),\ B = [3, 5)$

بنابراین طول بازهٔ A برابر $3 - (-2) = 5$ است.

۳ **۴** ابتدا به نکتهٔ زیر توجه کنید:

نکته

اگر A و B دو مجموعه باشند، آن‌گاه:

۱) $A - B = A \cap B'$

۲) $A - B = A - (A \cap B)$

بررسی گزینه‌ها: با توجه به نکته می‌توان نوشت:

۱) $(A \cap B) - C = (A \cap B) \cap C' = A \cap (B \cap C')$
$= A \cap (B - C)$ ✓

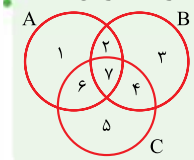
۲) $(A - C) \cap B = (A \cap C') \cap B = A \cap (B \cap C')$
$= A \cap (B - C)$ ✓

۳) $(A - B') \cap (A - C) = (A \cap (B')') \cap (A \cap C')$
$= (A \cap B) \cap (A \cap C') = A \cap (B \cap C')$
$= A \cap (B - C)$ ✓

۴) $(C - B) \cap A = (C \cap B') \cap A = C \cap (A \cap B')$
$= C \cap (A - B)$ ×

تیزبازی

می‌توان به کمک نمودار ون گزینه‌ها را بررسی کرد؛ بنابراین:

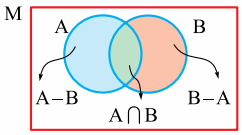


$A \cap (B - C) = \{2\}$

ولی در ۴:

$(C - B) \cap A = \{6\}$

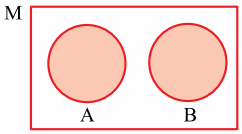
۴ **۴** ابتدا یادآوری می‌کنیم که:



اگر A و B دو مجموعه باشند، آن‌گاه:

$(A - B) \cup (A \cap B) \cup (B - A) = A \cup B$

بنابراین چون $(A - B) \cup (B - A) = A \cup B$، نتیجه می‌گیریم $A \cap B = \varnothing$؛ یعنی نمودار ون $A \cup B$ به صورت مقابل است:



بررسی گزینه‌ها: ابتدا توجه داشته باشید:

۱) $A' \cup B' = M \xrightarrow[\text{می‌گیریم}]{\text{از دو طرف متمم}} (A' \cup B')' = M'$

$\xrightarrow{\text{قاعدهٔ دمورگان}} A \cap B = \varnothing$ ✓

یادآوری

قاعدهٔ دمورگان:

$(A \cup B)' = A' \cap B'$

$(A \cap B)' = A' \cup B'$

۲) می‌دانیم اگر $A \cap B = \varnothing$، آن‌گاه $A - B = A$ و $B - A = B$؛ بنابراین ۲ نیز درست است.

۳)

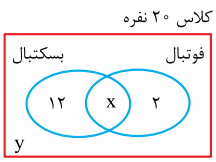
$A \cap B = \varnothing \xrightarrow[A' \text{با}]{\text{دو طرف اجتماع}} A' \cup (A \cap B) = A' \cup \varnothing$

$\Rightarrow \overbrace{(A' \cup A)}^{M} \cap (A' \cup B) = A' \Rightarrow A' \cup B = A'$

$\Rightarrow B \subseteq A'$

۴) اگر $A = B$، آن‌گاه $A \cap B = A$. چون A و B ناتهی‌اند، پس $A \cap B \neq \varnothing$؛ بنابراین ۴ درست نیست.

۵ **۳** به کمک نمودار ون مسئله را حل می‌کنیم. فرض می‌کنیم تعداد دانش‌آموزانی که به هر دو رشتهٔ ورزشی علاقه دارند x و تعداد دانش‌آموزانی که به هیچ‌کدام از دو ورزش علاقه ندارند y باشند؛ بنابراین:



$12 + x = 3(x + 2) \Rightarrow 12 + x = 3x + 6 \Rightarrow 2x = 6$

$\Rightarrow x = 3$

بنابراین y را به دست می‌آوریم:

$y = 20 - (12 + 3 + 2) = 20 - 17 = 3$

۶ **۲** ابتدا توجه داشته باشید اگر A و B دو زیرمجموعه از مجموعهٔ مرجع M باشند، آن‌گاه روابط زیر برقرار است:

۱) $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

۲) $n(A) + n(A') = n(M)$

بنابراین چون S مجموعهٔ مرجع است و $n(B' \cup A) = n(S)$، می‌توان نوشت:

$$\overbrace{n(B')}^{n(S)-n(B)} + n(A) - \overbrace{n(A \cap B')}^{A-B} = n(S)$$

$$\Rightarrow n(S) - n(B) + n(A) - n(A-B) = n(S)$$

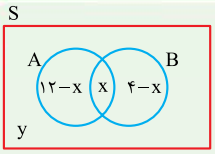
$$\Rightarrow n(A-B) = n(A) - n(B)$$

چون $n(A) = 3n(B) = 12$، نتیجه می‌گیریم $n(B) = 4$ و بنابراین:

$$n(A-B) = 12 - 4 = 8$$

تیزبازی

به کمک نمودار ون می‌توان نوشت:



$$n(B' \cup A) = n(S) \Rightarrow y + 12 = 16 - x + y \Rightarrow x = 4$$

$$n(A-B) = 12 - x = 12 - 4 = 8$$

۷ | ۲ توجه کنید $A' \cap B' = (A \cup B)'$، بنابراین می‌توان نوشت:

$$n(A' \cap B') = n((A \cup B)') = n(M) - n(A \cup B)$$

$$= \overbrace{n(M) - n(A)}^{n(A')} - n(B) + n(A \cap B) = 13 - n(B) + n(A \cap B)$$

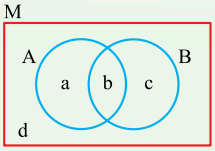
$$\Rightarrow n(A' \cap B') - n(A \cap B) = 7$$

$$\Rightarrow 13 - n(B) + n(A \cap B) - n(A \cap B) = 7$$

$$\Rightarrow 13 - n(B) = 7 \Rightarrow n(B) = 6$$

تیزبازی

به کمک نمودار ون می‌توان نوشت:



$$n(A \cup B)' - n(A \cap B) = 7 \Rightarrow d - b = 7$$

$$n(A') = 13 \Rightarrow d + c = 13$$

بنابراین:

$$\begin{cases} d-b=7 \\ d+c=13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b-d=-7 \\ d+c=13 \end{cases} \Rightarrow b+c=6 \Rightarrow n(B)=6$$

۸ | ۱ ابتدا به نکتهٔ زیر توجه کنید:

نکته

اگر $x \in [a,b]$، آن‌گاه $a \le x \le b$.

چون $2a+3 \in [a^2, a+6]$، طبق نکته باید شرط:

$$a^2 \le 2a+3 \le a+6$$

برقرار باشد؛ بنابراین نامساوی‌های زیر را حل می‌کنیم:

$$a^2 \le 2a+3 \Rightarrow a^2 - 2a - 3 \le 0 \Rightarrow (a-3)(a+1) \le 0$$

a	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
a^2-2a-3		$+$	0	$-$	0	$+$	

$$\Rightarrow a \in [-1,3] \quad (1)$$

$$2a+3 \le a+6 \Rightarrow a \le 3 \Rightarrow a \in (-\infty, 3] \quad (2)$$

بنابراین با اشتراک مجموعه‌جواب‌های (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم $a \in [-1,3]$ و این مجموعه شامل اعداد صحیح $-1, 0, 1, 2, 3$ است.

۹ | ۳ با توجه به این‌که A و B بازه هستند باید شرط بازه‌بودن برقرار باشد؛ یعنی:

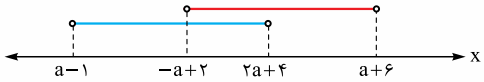
اگر A بازه‌ای به صورت یکی از حالت‌های (x,y)، $[x,y]$، $(x,y]$ و $[x,y)$ باشد، آن‌گاه $x < y$.

بنابراین باید:

$$\begin{cases} a-1 < 2a+4 \Rightarrow a > -5 \\ -a+2 < a+6 \Rightarrow 2a > -4 \Rightarrow a > -2 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\cap} a > -2 \quad (1)$$

چون $B - A \neq B$، نتیجه می‌گیریم $A \cap B \neq \varnothing$؛ بنابراین فرض می‌کنیم بازه‌های A و B روی محور اعداد حقیقی به صورت زیر باشند:



بنابراین باید:

$$\begin{cases} 2a+4 > -a+2 \Rightarrow 3a > -2 \Rightarrow a > -\frac{2}{3} \\ a+6 > a-1 \Rightarrow 6 > -1 \Rightarrow a \in \mathbb{R} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\cap} a > -\frac{2}{3} \quad (2)$$

بنابراین با اشتراک مجموعه‌جواب‌های (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم:

$$a \in (-\frac{2}{3}, +\infty)$$

۱۰ | ۱ ابتدا شرط بازه‌بودن را بررسی می‌کنیم:

$$a^2 < a+2 \Rightarrow a^2 - a - 2 < 0 \Rightarrow (a-2)(a+1) < 0$$

a	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
a^2-a-2		$+$	0	$-$	0	$+$	

با توجه به این‌که $-1 < a < 2$ می‌نویسیم:

$$-1 < a < 2 \xrightarrow{+2} 1 < a+2 < 4$$

اکنون حالت‌های زیر را بررسی می‌کنیم:

حالت ۱ فقط اعداد صحیح ۳ و ۲ عضو بازه هستند؛ بنابراین باید:

$$a^2 < 2 < 3 < a+2 \Rightarrow \begin{cases} a^2 < 2 \Rightarrow -\sqrt{2} < a < \sqrt{2} \\ 3 < a+2 \Rightarrow a > 1 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\cap} 1 < a < \sqrt{2}$$

حالت ۲ فقط اعداد صحیح ۲ و ۱ عضو بازه هستند؛ بنابراین باید:

$$a^2 < 1 < 2 < a+2 \Rightarrow \begin{cases} a^2 < 1 \Rightarrow -1 < a < 1 \\ 2 < a+2 \Rightarrow a > 0 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\cap} 0 < a < 1$$

در نتیجه با اجتماع مجموعه‌جواب‌ها نتیجه می‌گیریم:

$$a \in (0,1) \cup (1, \sqrt{2})$$

آزمون ۲

۱۱ | ۲ در شکل اول این الگو ۱۲ عدد چوب‌کبریت و در شکل دوم ۲۱ و در شکل سوم ۳۰ چوب‌کبریت به کار رفته است؛ بنابراین تعداد چوب‌کبریت‌های به‌کاررفته در هر مرحله را می‌توان به صورت مقابل نوشت:

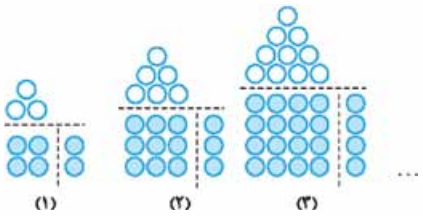
$$12 \overset{+9}{,} 21 \overset{+9}{,} 30, \ldots,$$

چون این الگو یک الگوی خطی است، جملهٔ عمومی این الگو را می‌نویسیم:

نکته جملهٔ عمومی یک الگوی خطی به صورت $t_n = an + b$ است.

$$t_1 = 12,\ a = 9 \Rightarrow t_n = 9n + b \xrightarrow{t_1 = 12} b = 3$$
$$\Rightarrow t_n = 9n + 3 \Rightarrow t_{10} = 9 \times 10 + 3 = 93$$

۱۲ | ۲ شکل‌های این الگو را می‌توان در هر مرحله به صورت زیر دسته‌بندی کرد:



با توجه به این دسته‌بندی در هر شکل یک الگوی مربعی به صورت $(n+1)^2$، یک الگوی مثلثی به صورت $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$ و یک الگوی خطی به صورت $n+1$ وجود دارد؛ بنابراین تعداد توپ‌های آبی و تعداد توپ‌های سفید در این الگو به صورت زیر است:

$$\text{تعداد توپ‌های آبی} = (n+1)^2 + (n+1) = (n+1)(n+2)$$
$$\text{تعداد توپ‌های سفید} = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

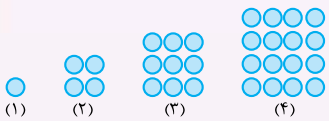
بنابراین اگر $(n+1)(n+2) = 90$، نتیجه می‌گیریم:

$$\overbrace{(n+1)}^{9} \times \overbrace{(n+2)}^{10} = 90 \Rightarrow n = 8$$

$$\text{تعداد توپ‌های سفید در شکل هشتم} = \frac{(8+1)(8+2)}{2} = \frac{9 \times 10}{2} = 45$$

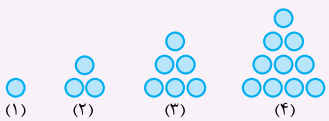
نکته جملهٔ عمومی یک الگوی مربعی و جملهٔ عمومی یک الگوی مثلثی به صورت زیرند.

الگوی مربعی:



$$\ldots \Rightarrow t_n = n^2$$

الگوی مثلثی:



$$\ldots \Rightarrow t_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

در هر کدام، اگر شکل‌ها از شمارهٔ mام شروع شوند، کافی است در فرمول به جای n قرار دهید $n + (m-1)$؛ یعنی:

الگوی مربعی: $t_n = (n+m-1)^2$

الگوی مثلثی: $t_n = \frac{(n+m-1)^2(n+m)^2}{2}$

۱۳ | ۲ بدون در نظر گرفتن رنگ توپ‌ها، شکل‌های الگو، مربوط به یک الگوی مربعی به صورت $(2n-1)^2$ است. با توجه به جدول زیر متوجه می‌شویم اختلاف توپ‌های آبی و سفید در هر مرحله برابر یک است.

شکل n	...	شکل ۳	شکل ۲	شکل ۱
تعداد توپ‌های آبی	...	۱۲+۱	۴+۱	۰+۱
تعداد توپ‌های سفید	...	۱۲	۴	۰
تعداد کل توپ‌ها	...	۲۵	۹	۱

چون تعداد کل توپ‌ها در هر مرحله از جملهٔ عمومی $(2n-1)^2$ پیروی می‌کند، این عبارت را به صورت مجموع دو عبارت به صورت زیر می‌نویسیم:

$$(2n-1)^2 = 2B + 1 \Rightarrow 4n^2 - 4n + 1 = 2(2n^2 - 2n) + 1$$
$$\Rightarrow B = 2n^2 - 2n$$

بنابراین تعداد توپ‌های آبی در هر مرحله از رابطهٔ $2n^2 - 2n + 1$ به دست می‌آید:

$$\text{تعداد توپ‌های آبی در مرحلهٔ دهم} = 2 \times 100 - 2 \times 10 + 1$$
$$= 200 - 20 + 1 = 181$$

۱۴ | ۳ جملهٔ عمومی این دنباله را می‌توان به صورت زیر نوشت:

n عددی فرد باشد $\Rightarrow (-1)^n = -1$

$$\Rightarrow a_n = \frac{(2n-1)(2n+1)}{2n-1} = 2n+1$$

n عددی زوج باشد $\Rightarrow (-1)^n = 1$

$$\Rightarrow a_n = \frac{(2n-1)(2n+1)}{2n+1} = 2n-1$$

بنابراین:
$$a_n = \begin{cases} 2n+1 & n \text{ عددی فرد} \\ 2n-1 & n \text{ عددی زوج} \end{cases}$$

در نتیجه:
$$a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \cdots + a_{19} = \overbrace{3 - 3 + 7 - 7 + \cdots + 35 - 35}^{\text{صفر}} + 39 = 39$$

۱۵ | ۲ ابتدا جمله‌های سوم و چهارم دنبالهٔ t_n را مشخص می‌کنیم:

$$t_3 = \frac{3^2}{(-1)^3} - 3 = -9 - 3 = -12$$

$$t_4 = \frac{4^2}{(-1)^4} - 4 = 16 - 4 = 12$$

جملهٔ عمومی یک الگوی خطی به صورت $a_n = an + b$ است.

بنابراین:
$$a_1 = -12 \Rightarrow a + b = -12 \xrightarrow{(-)} a = 24$$
$$a_2 = 12 \Rightarrow 2a + b = 12$$
$$\xrightarrow{a+b=-12} 24 + b = -12 \Rightarrow b = -36$$

یعنی $a_n = 24n - 36$. اکنون معادلهٔ $a_n = 108$ را حل می‌کنیم:

$$24n - 36 = 108 \Rightarrow 24n = 144 \Rightarrow n = 6$$

۱۶ | ۲ ابتدا تعریف الگوی خطی را یادآوری می‌کنیم:

یادآوری الگوهایی که در آن‌ها اختلاف هر دو جملهٔ متوالی عدد ثابتی باشد، الگوی خطی نام دارد. جملهٔ عمومی یک الگوی خطی به صورت $t_n = an + b$ است.

با توجه به این‌که $t_n = (a+b-3)n^3 + (2a+b-5)n^2 + an + b$ یک الگوی خطی است، باید ضریب n^3 و ضریب n^2 در این جملهٔ عمومی برابر صفر باشد؛ یعنی:

$$\begin{cases} a + b - 3 = 0 \\ 2a + b - 5 = 0 \end{cases} \xrightarrow{-} -a + 2 = 0 \Rightarrow a = 2$$
$$\xrightarrow{a+b-3=0} 2 + b - 3 = 0 \Rightarrow b = 1$$