مقدمه ناشر

شنیدین می‌گن ذهن سیاله؟ یعنی ولش کنی مثل گاز به هر طرفی می‌ره. حالا این سیالیت ذهن خوبه یا بد؟ من که می‌گم حرف نداره! چون باهاش می‌شه چیزایی رو تصور کرد و به جاهایی سرک کشید که امکان نداره تو واقعیت تجربه کنی. ویژگی مشترک همهٔ نابغه‌های دنیا اینه که ذهنشون از آدمای عادی سیال‌تره، مثلاً اینشتین وقتی داشت نسبیت رو می‌پرورند، معلوم نیست ذهنش تا کجاها رفت. در اون زمان نسبیت اون‌قدر عجیب و غریب به نظر می‌اومد که کسی باورش نمی‌شد یه روزی به یکی از مهم‌ترین نظریه‌های فیزیک تبدیل بشه. اون موقع اینشتین بابت این نظر، حتی یه تمبر پستی هم جایزه نگرفت. سی چهل سالی طول کشید تا کم‌کم یه چیزایی از این نظریه اثبات شد و هنوز هم که هنوزه، داره زوایای پنهانش آشکار می‌شه. این دیگه اوج سیالیت ذهنه.

حالا اگه تو هم یه وقت

«می‌نشـــینی چند تمرین ریاضی حل کنی خط‌کش و نقاله و پرگار شـــاعر می‌شـــود»[1]

خوشحال باش که اینم یه جور سیالیت ذهنه، اما در مسیر درست قرار نگرفته! یعنی این‌که یه چیز دیگه که به ظاهر نقطهٔ مقابل سیالیته لازم داری: تمرکز! یا همون از این شاخه به اون شاخه نپریدن.

خب! مشکل شد دوتا؛ حالا تمرکز داشته باشیم یا سیالیت؟ جوابش اینه: هر دو!

خلاصه‌اش این می‌شه وقتی که داری ریاضی می‌خونی، روی ریاضی تمرکز کن ولی بذار ذهنت هر جای ریاضی که دوست داره سرک بکشه و موضوع (یا مسئله) رو هر جور که دلش می‌خواد تحلیل کنه. اون وقت حتماً معجزهٔ سیالیت رو تجربه می‌کنی و لذتشو می‌بری.

کتابای ریاضی از جمله این کتاب، پر از سوژه‌های ناب برای سیالیت ذهنه. پس بخونید و حالشو ببرید.

مرسی از رفقای باسواد و بامراممون رسول، کوروش و سروش. خودم شاهد بودم که چه‌قدر زحمت کشیدن و برای نوشتن و بعدش بازنویسی‌های این کتاب شب و روز نداشتن. مرسی از محسن فراهانی عزیز که در بازنویسی قبلی و کیوان صارمی عزیز که در بازنویسی جدید کتاب با دقت و وسواس زیاد هم‌پای مؤلفا برای به ثمر رسیدن کتاب جنگیدند و سپاس از مسئول پروژهٔ این کتاب یگانه فلاحی گرامی که این پروژهٔ سخت و طاقت‌فرسا رو به سرانجام رسوند.

دم کارشناسا و ویراستارای این کتاب گرم. دم بچه‌های R&D و QC خیلی‌سبز گرم. دم بچه‌های تولید (که همین‌جوری گرمه) بازم گرم‌تر. دم شما هم گرم.

۱- بیتی از زنده‌یاد نجمه زارع

مقدمه مؤلفان

به کتاب ریاضی ۳ خیلی‌سبز خوش آمدید.

نحوهٔ استفاده از کتاب:

الف اگر به مدرسه یا کلاس می‌روید در مورد نحوهٔ استفاده از کتاب حتماً از معلمتان بپرسید. ما به شدت اعتقاد داریم که «**درس معلم زمزمهٔ محبت و موفقیت است**»، با راهنمایی معلمتان در مورد ترتیب خواندن درس‌نامه‌ها و حل‌کردن تست‌ها و بررسی پاسخ‌ها، برنامه‌ریزی و اجرا کنید.

ب اگر به شکل خودآموز از کتاب استفاده می‌کنید توصیهٔ ما این است که: ۱ اول درس‌نامه را خوب و کامل بخوانید. ۲ چیزهایی که از درس‌نامه مهم است مشخص کنید یا برای خودتان یادداشت بردارید و خلاصه کنید. ۳ یک بار دیگر فقط تست‌های درس‌نامه را حل کنید. ۴ بروید سراغ تست‌ها، پاسخ تست‌ها را اول از پاسخ‌نامهٔ کلیدی چک کنید و بعد بروید پاسخ‌ها را بخوانید. خیلی از وقت‌ها خواندن پاسخ تست‌هایی که درست حل کرده‌ایم هم بسیار کمکتان می‌کند.

تست‌ها:

۱ تست‌های هر درس به دقت و مرتب چیده شده‌اند که باعث می‌شود در روند حل تست‌ها، درکتان از مبحث درس بیشتر شود.

۲ با توجه به سخت‌شدن کنکور از تست‌های ترکیبی، محاسباتی و مفهومی زیادی استفاده کرده‌ایم تا در آزمون‌های آزمایشی و خصوصاً سر جلسهٔ کنکور هیچ تستی برایتان غریبه نباشد.

۳ از جذاب‌ترین قسمت‌های چاپ جدید این کتاب تست‌های «مثل کنکور» است. این تست‌ها شبیه‌سازی تست‌های کنکور است، اما به صورتی هنرمندانه! مثلاً ممکن است تستی که در فصل تابع آمده است براساس ایده‌ای از کنکور که در کاربرد مشتق استفاده شده، طراحی شده باشد. خلاصه ببینید و حل کنید و لذت ببرید!

۴ در تست‌های هر درس، کنار تست‌های عادی یک آیکن 😐 گذاشته‌ایم. قرار است شما بعد از حل تست‌ها و بررسی پاسخ‌نامه این آیکن‌ها را به 🙂 یا 😐 یا ☹️ تبدیل کنید:

🙂 یعنی تست آسان　　😐 یعنی تست متوسط　　☹️ یعنی تست دشوار

این نمادگذاری باعث می‌شود تا بعداً که خواستید فصل را دوره کنید بتوانید تصمیم بگیرید که از کدام تست‌ها برای این کار استفاده کنید و روی سؤال‌ها با نماد مورد نظر تمرکز کنید تا خوب یادشان بگیرید. (البته برای این‌ها از هر نماد دیگری هم که خودتان می‌خواهید می‌توانید استفاده کنید چون هدف اصلی این است که بتوانید بعداً به این سؤال‌ها برگردید.)

برای بعضی از تست‌ها هم نماد 😵 داریم که نشان‌دهندهٔ تست‌های دشوار یا ترکیبی است. این تست‌ها مختص دانش‌آموزان علاقه‌مند است و قرار نیست همهٔ دانش‌آموزان به این تست‌ها پاسخ دهند.

۵ نماد کنار بعضی از تست‌ها به رنگ قرمز (😐) آمده است. این‌ها تست‌های نشان‌دار هستند برای دورهٔ سریع فصل و دوتا کاربرد دارند:

الف دوره و جمع‌بندی فصل

ب اگر قبل از یک آزمون وقت خیلی کمی دارید می‌توانید فقط این تست‌ها را حل کنید. ما معتقدیم که جمع‌بندی واقعی با این روش انجام می‌شود نه با جدول و نمودار و ... !

درس‌نامه‌ها:

۱ در درس‌نامه آیکن‌های **نکته:** ، **اشاره:** و **خاطره:** داریم:

نکته: نشان‌دهندهٔ نکته‌ای است که یا یادگرفتنش لازم است یا باعث می‌شود تست را سریع‌تر و بهتر حل کنید.

اشاره: نشان‌دهندهٔ یک اشارهٔ کوچک به مطلب، مفهوم، توضیح یا مثالی است که باعث می‌شود مطلب را بهتر بفهمید. **خاطره:** نشان‌دهندهٔ یک تعریف، فرمول، مقدار یا ... از درس‌های قبلی یا سال‌های قبل است.

۲ درس‌نامه‌ها خیلی کامل و مفهومی و تکنیکی و در عین حال تا جای ممکن به دور از اضافه‌گویی نوشته شده‌اند. تک‌تک مثال‌ها و تست‌های درس‌نامه به گونه‌ای انتخاب شده‌اند که اولاً کاربرد نکته‌ها و مفاهیم گفته‌شده را ببینید و یاد بگیرید و ثانیاً نمونه‌های اصلی و پرتکرار تست‌های کنکور را ببینید.

پاسخ‌ها:

در حل تست‌ها چه در درس‌نامه و چه در جلد پاسخ این نمادها را داریم:

راه اول: ، **راه دوم:** ... این‌ها نشان‌دهندهٔ روش‌های مختلف حل یک تست است. معمولاً در **راه اول:** متداول‌ترین راه‌حل و یا سریع‌ترین آن‌ها آمده است.

عددگذاری: در بعضی از تست‌ها که با بررسی گزینه‌ها و یا عددگذاری هم حل می‌شوند و یا بسیار سریع‌تر حل می‌شوند. در قسمت مقدمات به طور کامل در مورد استفاده از این روش هم صحبت کرده‌ایم. البته در این کتاب تأکید اصلی ما بر استفاده از راه‌های مفهومی و اصلی است ولی خب گاهی اوقات که ممکن بوده از **عددگذاری:** استفاده کرده‌ایم اگرچه حواسمان بوده که در استفاده از این روش افراط نکنیم.

تشکرها:

- از تمامی همکارانی که با ارائهٔ نظرات و پیشنهادات خود در مورد چاپ قبلی کتاب به ما در بازنویسی کتاب کمک کرده‌اند، از این دوستان، آقایان حسین نادری، علی مقدم‌نیا، مهدی عزیزی، معین کرمی، مصطفی کرمی، سجاد نقیه، محمد گودرزی، حمید گلزاری، ایمان کاظمی نیز کمال تشکر را داریم.
- از تمام معلمان، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی که از این کتاب استفاده می‌کنند نیز درخواست می‌کنیم هر نظری در مورد کتاب دارند برایمان بفرستند. حتماً برایمان بسیار ارزشمند و مؤثر است.
- برای این‌که این کتاب خیلی بهتر از قبل شود کلی کار کرده‌ایم. به نظر خودمان بهترین کتاب ریاضیات تجربی است و امیدواریم نظر شما هم همین باشد.
- اگر اشتباه، غلط، جابه‌جایی یا ... در کتاب دیدید حتماً برایمان بفرستید تا هم اصلاح و هم تشکر کنیم. از پیشنهادهایتان هم استقبال می‌کنیم.
- تشکر می‌کنیم از دانش‌آموز سخت‌کوش آقای علیرضا سی‌سخت که در بی‌غلط‌شدن این کتاب به ما کمک کرد.

می‌توانید هر سؤالی که داشتید را از طریق کانال @riazikheilisabz از ما بپرسید و از اخبار جدید کتاب مطلع شوید.

خوب و شاد و پیروز باشید!

@ soroushmueeni

@ mathmohsenimanesh

فهرست

	درس‌نامه	تست
فصل اول: تـابع		
درس ۱: معرفی توابع چندجمله‌ای و بررسی x^3	۱۰	۴۲
درس ۲: اعمال جبری روی توابع	۱۲	۴۴
درس ۳: ترکیب توابع	۱۵	۴۸
درس ۴: یکنوایی (توابع صعودی و نزولی)	۲۱	۵۳
درس ۵: تابع یک‌به‌یک	۲۷	۵۶
درس ۶: وارون تابع و تابع وارون	۲۹	۵۸
درس ۷: انتقال نمودارها	۳۷	۶۴
فصل دوم: مثلثات		
درس ۱: کمان‌های 2α	۷۱	۹۲
درس ۲: تابع متناوب	۷۵	۹۶
درس ۳: رسم نمودار توابع مثلثاتی سینوس و کسینوس	۷۷	۹۸
درس ۴: تانژانت	۸۱	۱۰۲
درس ۵: معادلهٔ مثلثاتی	۸۶	۱۰۶
فصل سوم: حد بی‌نهایت و حد در بی‌نهایت		
درس ۱: تقسیم چندجمله‌ای‌ها	۱۱۲	۱۳۴
درس ۲: همسایگی	۱۱۴	۱۳۴
درس ۳: رفع ابهام صفرصفرم $(\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}})$	۱۱۵	۱۳۵
درس ۴: حد بی‌نهایت	۱۲۲	۱۴۲
درس ۵: حد در بی‌نهایت	۱۲۸	۱۴۷

	درس‌نامه	تست
فصل چهارم: مشتق		
درس ۱: آشنایی با مفهوم مشتق	۱۵۴	۱۸۷
درس ۲: قواعد مشتق‌گیری	۱۵۸	۱۸۹
درس ۳: قواعد مشتق‌گیری با چشم‌های باز (عامل صفرشونده ـ ساده‌کردن)	۱۶۳	۱۹۴
درس ۴: معادلهٔ خط مماس بر منحنی	۱۶۷	۱۹۷
درس ۵: مشتق چپ و راست ـ مشتق‌گیری در حضور براکت و قدرمطلق	۱۷۰	۱۹۹
درس ۶: مشتق‌پذیری (در نقطه و بازه)	۱۷۳	۲۰۲
درس ۷: دامنه و نمودار تابع مشتق	۱۷۹	۲۰۶
درس ۸: مشتق تابع مرکب	۱۸۲	۲۰۸
درس ۹: آهنگ تغییر	۱۸۵	۲۱۱
فصل پنجم: کاربرد مشتق		
درس ۱: بررسی یکنوایی تابع به کمک مشتق	۲۱۵	۲۳۴
درس ۲: نقطهٔ بحرانی	۲۱۸	۲۳۶
درس ۳: اکسترمم‌های نسبی	۲۲۲	۲۳۸
درس ۴: اکسترمم‌های مطلق	۲۲۷	۲۴۲
درس ۵: بهینه‌سازی	۲۲۹	۲۴۴
فصل ششم: هندسه (تفکر تجسمی و مقاطع مخروطی)		
درس ۱: تفکر تجسمی (برش و دوران)	۲۴۹	۲۷۱
درس ۲: بیضی	۲۵۶	۲۷۵
درس ۳: دایره	۲۶۱	۲۷۸
فصل هفتم: احتمال		
درس ۱: قانون احتمال کل	۲۸۴	۲۸۷
پاسخ‌نامه		پاسخ‌نامه
پاسخ‌نامهٔ تشریحی		۲۹۱
پاسخ‌نامهٔ کلیدی		۵۰۹

فصل اول

تابع

به فصل تابع خوش آمدید.

فصل تابع مهم‌ترین فصل کتاب شماست! این فصل تقریباً در تمام فصل‌های بعد به کارتان می‌آید. تابع سال دوازدهم معمولاً در کنکور ۱ یا ۲ تست دارد اما علاوه بر این تست‌ها از مفاهیم مختلفش در سؤال‌های فصل‌های دیگر هم استفاده می‌شود.

مباحث مهم و پرسؤال تابع مرکب و تابع وارون

مباحث پیش‌نیاز معادلهٔ درجه ۲، تعیین علامت، قدرمطلق و جزء صحیح

حرف آخر برای تکمیل‌شدن بحث، در درس‌های انتقال توابع و تابع وارون ناچار بودیم که برای ارائهٔ روند صحیح آموزش درس را با مباحث سال یازدهم شروع کنیم. حتماً نمودار تابع‌های مهم را در پیوست ببینید و یاد بگیرید.

درس ۱: معرفی توابع چندجمله‌ای و بررسی x^3

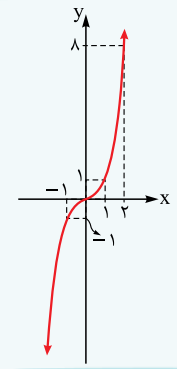
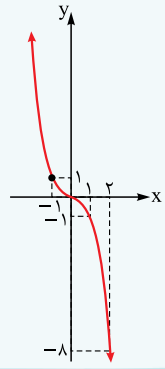
ضابطهٔ تابع‌های چندجمله‌ای، چیزی شبیه $f(x)=ax^n+bx^{n-1}+\cdots+jx+k$ است. به هر کدام از عبارت‌هایی که با هم جمع می‌شوند، یک «جمله» می‌گوییم. بیشترین توانِ x را «درجه» چندجمله‌ای می‌نامیم. مثلاً $-5x^2+7x-1$، یک سه‌جمله‌ای درجه‌دوم است. دقت کنید که ضریب‌ها می‌توانند اعداد حقیقی باشند اما توان‌ها حتماً اعداد حسابی‌اند. پس در بین جملات، هیچ وقت $x^{\frac{1}{3}}$ یا $\sqrt{x}$ یا $\frac{1}{x}$ نداریم (توان x کسری یا منفی نیست) امّا مثلاً $\frac{7}{3}x^2-\sqrt{2}x$ چندجمله‌ای است.

اشاره: توابع خطی، ثابت، همانی و درجه‌دوم، چندجمله‌ای هستند.

نکته: ۱ دامنهٔ تمام تابع‌های چندجمله‌ای $\mathbb{R}$ است. ۲ برد تمام چندجمله‌ای‌های درجهٔ فرد نیز $\mathbb{R}$ است.

تابع چندجمله‌ای درجه‌سوم

هر تابع به فرم $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d \quad (a\neq 0)$ یک تابع چندجمله‌ای درجه‌سوم است. همان‌طور که گفتیم دامنه و برد این تابع $\mathbb{R}$ است. در بین توابع چندجمله‌ای درجه‌سوم، $y=x^3$ و $y=-x^3$ از همه مهم‌تر هستند، ابتدا با این دو تابع و ویژگی‌هایشان آشنا می‌شویم:

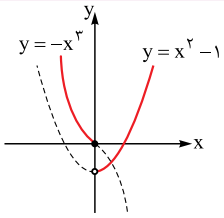
تابع	$y=x^3$ (لُر)	$y=-x^3$ (منفی لُر)
نمودار		
ویژگی‌ها	۱) دامنه و برد $\mathbb{R}$ است. ۲) نسبت به مبدأ مختصات متقارن است. ۳) اکیداً صعودی است.	۱) دامنه و برد $\mathbb{R}$ است. ۲) نسبت به مبدأ مختصات متقارن است. ۳) اکیداً نزولی است.

اشاره: اگر دامنه محدود شده باشد، برد این تابع‌ها دیگر برابر $\mathbb{R}$ نخواهد بود.

تست: برد تابع $g(x)=(a-1)x^4+ax^3+2x^2+1$، $\mathbb{R}$ است. نمودار $f(x)=\begin{cases}-x^3 & x\leq 0\\ x^2-a & x>0\end{cases}$ از کدام ربع عبور نمی‌کند؟

۱) چهارم ۲) دوم و سوم ۳) سوم ۴) چهارم و سوم

پاسخ ۳: توابع چندجمله‌ای در صورتی که از درجهٔ فرد باشند، بردشان $\mathbb{R}$ است، تابع g برای این‌که از درجهٔ فرد باشد، باید جملهٔ x^4 را نداشته باشد، برای این کار $a-1$ باید صفر باشد پس $a=1$ است پس باید نمودار تابع $f(x)=\begin{cases}-x^3 & x\leq 0\\ x^2-1 & x>0\end{cases}$ را رسم کنیم، می‌بینیم که نمودار f از ربع سوم عبور نمی‌کند.



رسم نمودار تابع $y=k(x-a)^3+b$

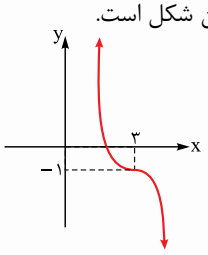
۱ x را مساوی a قرار می‌دهیم (ریشهٔ $(x-a)$ را به دست می‌آوریم). با این کار y برابر b می‌شود. نقطهٔ (a,b) مرکز تقارن این شکل است.

۲ اگر k مثبت باشد، نمودار شبیه لر (⌐) و اگر k منفی باشد، نمودار شبیه منفی لر (¬) است.

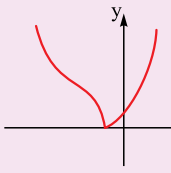
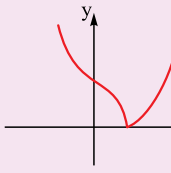
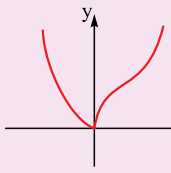
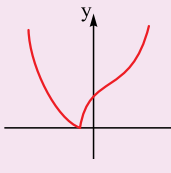
مثلاً برای رسم $f(x)=-2(x-3)^2-1$ مراحل زیر را انجام می‌دهیم:

۱ به دست آوردن مرکز تقارن: x را مساوی ۳ قرار می‌دهیم و $y=-1$ می‌شود، پس $(3,-1)$ مرکز تقارن شکل است.

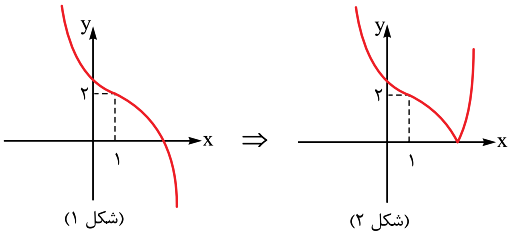
۲ چون ضرب $(x-3)^2$ منفی است، پس نمودار را شبیه $-x^3$ بر نقطهٔ $(3,-1)$ بنا می‌کنیم.



تست: نمودار $y=|2-(x-1)^3|$ به کدام شکل است؟

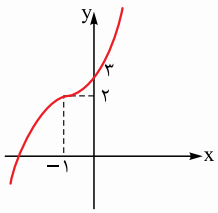
۱) 
۲) 
۳) 
۴) 

پاسخ۲: ابتدا نمودار $y=2-(x-1)^3$ را رسم می‌کنیم. نقطهٔ $(1,2)$ مرکز تقارن است، چون ضریب $(x-1)^3$ منفی است، پس نمودار شبیه $-x^3$ است (شکل ۱)، حالا قدرمطلق را اعمال می‌کنیم (شکل ۲):



اشاره: گاهی ممکن است x داخل پرانتز، ضریب داشته باشد. مثلاً تابع $y=(2x+1)^3-2$! این تابع قابل تبدیل به فرم $y=8(x+\frac{1}{2})^3-2$ است. مرکز تقارن این تابع $(-\frac{1}{2},-2)$ و نمودار آن شبیه x^3 است.

تبدیل به فرم استاندارد طراح می‌تواند شیطنت کند و به جای فرم بستهٔ اتحاد، عبارت بازشده را بدهد. مثلاً بگوید $y=x^3+3x^2+3x+3$ را بکشید. اول باید به اتحاد $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ فکر کنیم و به قیافهٔ $y=(x+1)^3+2$ برسیم که نمودارش این شکلی می‌شود:



تست: نمودار تابع با ضابطهٔ $f(x)=9x^2-x^3-27x$ از کدام نواحی می‌گذرد؟

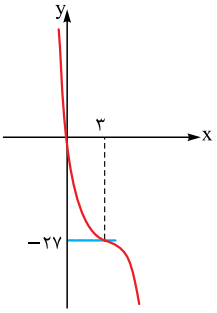
۱) ۲، ۳ و ۴ ۲) ۲، ۱ و ۴ ۳) ۲ و ۴ ۴) چهار ناحیه

پاسخ۳: باز هم قیافهٔ تابع را با اتحاد $(a\pm b)^3=a^3\pm3a^2b+3ab^2\pm b^3$ مقایسه کنید. البته بهتر است از یک منفی فاکتور $-(x^3-9x^2+27x)$ بگیریم:

داخل پرانتز شبیه $(x-3)^3$ است. ببینید: $(x-3)^3=x^3-3x^2(3)+3x(3)^2-3^3=x^3-9x^2+27x-27$

پس تابع به صورت $y=-(x-3)^3-27$ است. مرکز تقارن این تابع نقطهٔ $(3,-27)$ است و چون ضریب $(x-3)^3$ منفی است، نمودار شبیه $-x^3$ است. ببینید:

پس نمودار فقط از ناحیه‌های ۲ و ۴ می‌گذرد.



اشاره: حواسمان به $f(0)=0$ هست! نمودار را از مبدأ رد می‌کنیم!

در تست‌هایی که جواب یک معادله به صورت مشخص خواسته نشده است، مثلاً تعداد جواب یا تقریبی از جواب معادله را می‌خواهند، یکی از بهترین کارها این است که هر طرف معادله را به صورت یک تابع در نظر بگیریم و دو تابع را در یک دستگاه رسم کنیم.

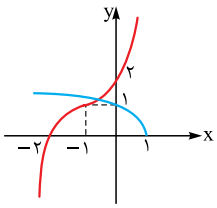
تست: معادلهٔ $\sqrt{1-x}=x^3+3x^2+3x+2$ چه جواب‌هایی دارد؟

۱) فاقد جواب ۲) یک جواب بین ۱− و ۰ ۳) یک جواب بین ۱− و ۳− ۴) یک جواب بین ۰ و ۱

پاسخ۲: بیایید شکل بکشیم. روش رسم $y=\sqrt{1-x}$ را که بلدید. ($\sqrt{x}$ را یک واحد به چپ ببرید تا به $\sqrt{1+x}$ برسید، سپس نسبت به محور y قرینه کنید.) برای رسم $y=x^3+3x^2+3x+2$ از اتحادها کمک می‌گیریم:

$y=x^3+3x^2+3x+2=(x+1)^3+1$

مرکز تقارن $(-1,1)$ است و نمودارش شبیه x^3 است. حالا هر دو شکل را روی یک دستگاه رسم می‌کنیم:



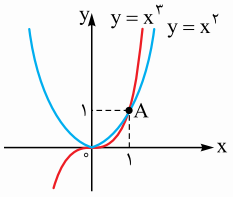
شکل‌ها می‌گویند یک نقطهٔ برخورد در $-1<x<0$ داریم.

مقایسهٔ نمودارهای x^3 و x^2 در کتاب درسی x^3 و x^2 را با هم در یک دستگاه رسم کرده است. از بررسی این نمودارها نتیجه می‌گیریم که:

۱ دو نمودار در نقاط $(1,1)$ و $(0,0)$ متقاطع‌اند.

۲ برای $x>1$، نمودار x^3 بالاتر است.

۳ برای $0<x<1$ و همچنین $x<0$، نمودار x^2 بالاتر قرار دارد.



تست: اگر x از مجموعهٔ $\{-1,0,0/2,2\}$ انتخاب شود، برای چند مقدار x منحنی $y=x^2$ پایین منحنی $y=x^3$ قرار ندارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ۳: در بین این xها، فقط برای $x=2$ مقدار x^3 از x^2 بیشتر است و در xهای دیگر $\{-1,0,0/2\}$ مقدار x^2 بیشتر یا مساوی x^3 است. پس جواب می‌شود ۳ مقدار x.

درس ۱: معرفی توابع چندجمله‌ای و بررسی X^3

۱- اگر تابع $f(x)=(m-2)x^6+mx^5+nx^3+(n-1)\sqrt{x}$ یک چندجمله‌ای از درجهٔ ۵ باشد، $f(1)$ کدام است؟ (کتاب درسی)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲- اگر برد تابع $f(x)=(a^2-4)x^6+(2-a)x^4+x^3+b$، $\mathbb{R}$ بوده و از مبدأ مختصات عبور کند، مقدار $a+b$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) -2 ۳) ۴ ۴) -4

۳- اگر $f(x)=(x^2-3)^3(x-1)^n+k$ یک چندجمله‌ای از درجهٔ ۸ و $f(2)=4$ باشد، مقدار $n+k$ کدام است؟

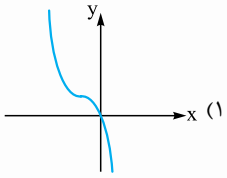
۱) ۶ ۲) ۵ ۳) ۴ ۴) ۳

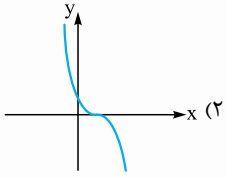
۴- اگر تابع $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2+mx+k}{x-k} & x\neq 1\\ a & x=1\end{cases}$ چندجمله‌ای باشد، حاصل $a+m+k$ کدام است؟

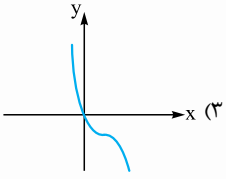
۱) صفر ۲) ۱ ۳) -1 ۴) ۲

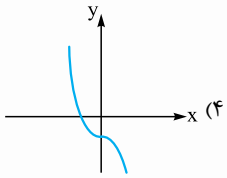
تابع چندجمله‌ای درجه‌سوم

۵- نمودار تابع $f(x)=2-(x+1)^3$ کدام می‌تواند باشد؟ (کتاب درسی)

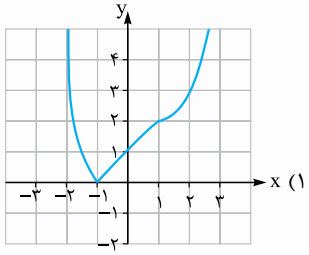
۱) 

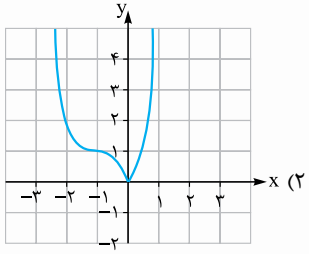
۲) 

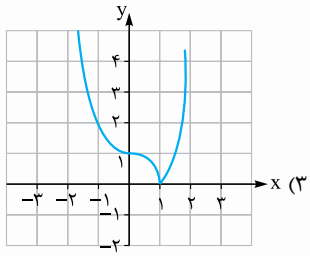
۳) 

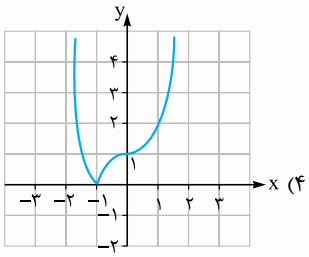
۴) 

۶- کدام نمودار درست رسم نشده است؟ (کتاب درسی)

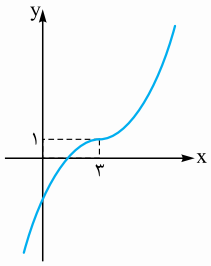
۱) $y=|(x-1)^3|$ 

۲) $y=|(x+1)^3-1|$ 

۳) $y=|-x^3+1|$ 

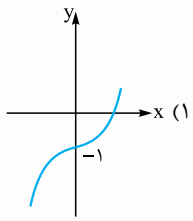
۴) $y=|x^3+1|$ 

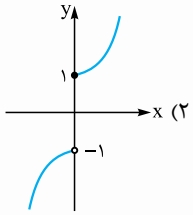
۷- اگر نمودار تابع $f(x)=(x-m)^3+h$ به شکل مقابل باشد، تابع $g(x)=-(x-h)^3+m$ از کدام ناحیهٔ دستگاه مختصات عبور نمی‌کند؟

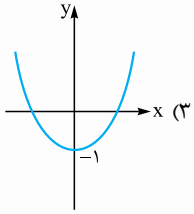


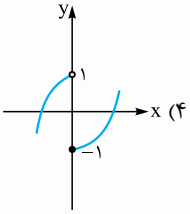
۱) اول
۲) دوم
۳) سوم
۴) چهارم

۸- نمودار تابع $y=x^2|x|-1$ به کدام صورت است؟ (کتاب درسی)

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۹- اگر $f(x)=x^5-x^2$ و $g(x)=x|x|$، آن‌گاه برد تابع $\frac{f}{g}$ کدام است؟ (مثل کنکور)

۱) $\mathbb{R}-\{\pm1\}$ ۲) $(-1,+\infty)-\{1\}$ ۳) $\mathbb{R}-[-1,1]$ ۴) $(-1,+\infty)$

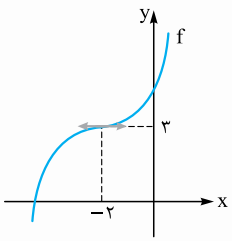
۱۰- اگر برد تابع با ضابطهٔ $f(x)=\begin{cases}x^3+2 & x\geq 0\\ 2x+a & x<0\end{cases}$، بازهٔ $\mathbb{R}-[1,2)$ باشد، $f(-1)$ کدام است؟

۱) $-\frac{3}{2}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) -1

۱۱- نمودار تابع با ضابطهٔ $f(x)=x(3+(3+x)x)$ از کدام ناحیهٔ دستگاه مختصات نمی‌گذرد؟ (آزمون‌های آزمایشی خیلی‌سبز)

۱) اول و سوم ۲) دوم و چهارم ۳) فقط دوم ۴) فقط چهارم

۱۲- نمودار تابع $f(x)=(x-1)^3+g(x)$ که در آن $g(x)$، یک تابع درجه‌دوم می‌باشد، مطابق شکل داده شده است. حاصل $g(-1)$ کدام است؟



۱) ۱۰
۲) ۱۱
۳) ۱۲
۴) ۱۳

۱۳- تابع $f(x)=x(x^2+12+6x)$ را ۲ واحد به بالا انتقال می‌دهیم و تابع به دست آمده را g می‌نامیم. مقدار $g(\sqrt[3]{3}-2)$ کدام است؟ (مثل کنکور)

۱) -2 ۲) -3 ۳) -4 ۴) -5

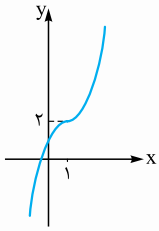
۱۴- نمودار تابع $f(x)=x^3$ با کدام انتقال‌ها بر نمودار تابع $g(x)=x^3+3x^2+3x-1$ منطبق می‌شود؟

۱) یک واحد به سمت چپ و دو واحد به بالا
۲) یک واحد به سمت چپ و دو واحد به پایین
۳) یک واحد به سمت راست و دو واحد به بالا
۴) یک واحد به سمت راست و دو واحد به پایین

۱۵- نمودار تابع با ضابطهٔ $f(x)=a(x-a)^3+1$، دقیقاً از دو ناحیهٔ دستگاه مختصات می‌گذرد. مجموعهٔ مقادیر قابل قبول برای a، چند عضو دارد؟ (آزمون‌های آزمایشی خیلی‌سبز)

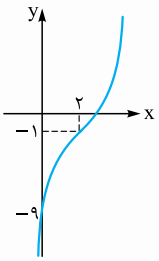
۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) بی‌شمار

۱۶- اگر نمودار تابع $f(x)=(x+a)(x^2+bx+c)$ به صورت مقابل باشد، $ab+c$ کدام است؟



۱) ۱
۲) -1
۳) ۳
۴) -3

۱۷- نمودار تابع $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ در شکل داده شده است. نمودار تابع $g(x)=ax^2+bx+c$ از کدام نواحی دستگاه مختصات می‌گذرد؟



۱) فقط سوم و چهارم
۲) فقط اول، دوم و سوم
۳) فقط اول و دوم
۴) هر چهار ناحیه

۱۸- بازه‌ای با بزرگ‌ترین طول که تابع $f(x)=x^3$ بالاتر از تابع $g(x)=x^2$ قرار ندارد، کدام است؟ (کتاب درسی)

۱) $[0,1]$ ۲) $[-1,1]$ ۳) $(-\infty,0]$ ۴) $(-\infty,1]$

۱۹- کدام گزینه در مورد ریشه‌های معادلهٔ $x^3+|x|-2=0$ درست است؟

۱) فاقد ریشه
۲) فقط یک ریشهٔ مثبت
۳) فقط یک ریشهٔ منفی
۴) دو ریشهٔ مختلف‌العلامت

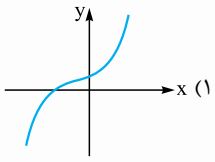
۲۰- معادلهٔ $x^3+x^2+2x+1=0$ چند جواب دارد؟

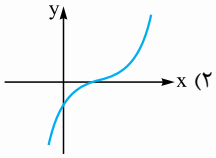
۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

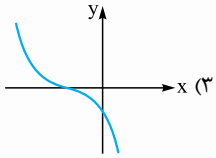
۲۱- تابع $f(x)=|x^3+3x^2+3x+b|$ مفروض است. اگر خط $y=f(0)$ در نقطهٔ $x=a$ بر نمودار تابع f مماس باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟ (آزمون‌های آزمایشی خیلی‌سبز)

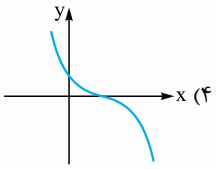
۱) ۱
۲) ۰/۵
۳) -1
۴) $-0/5$

۲۲- نمودار تابع $f(x)=-x^3+2x^2-2x+1$ شبیه کدام گزینه است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۲۳- نمودار توابع $f(x)=(|x|-1)^3+1$ و $g(x)=x^2$ در چند نقطه متقاطع‌اند؟

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۵ ۴) بی‌شمار

۲۴- اگر تابع $f(x)=x^3+bx^2-5x+d$ محور طول‌ها را در سه نقطه قطع کند که حاصل‌ضرب طول‌هایشان برابر ۶ باشد و از نقطهٔ $(-3,1)$ عبور کند، b کدام است؟

۱) -3 ۲) ۷ ۳) ۲ ۴) ۴

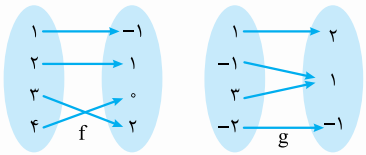
درس ۲: اعمال جبری روی توابع

اعمال جبری در نمایش زوج مرتبی

۲۵- اگر $f=\{(1,2),(2,3),(3,4)\}$ و $g=\{(1,5),(2,6),(3,0)\}$، آن‌گاه تابع $\frac{2f}{g}$ چند زوج مرتب دارد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۲۶- با توجه به نمودارهای روبه‌رو، برد تابع $g.f-\frac{f}{g}$ کدام است؟



۱) $\{\frac{3}{2},-1\}$ ۲) $\{-\frac{3}{2},0\}$

۳) $\{-\frac{3}{2},0,1\}$ ۴) $\{0,1,\frac{3}{2}\}$

۲۷- اگر $f=\{(-1,0),(1,2),(0,1),(2,-1)\}$ باشد، آن‌گاه $f+f^{-1}$ شامل کدام زوج مرتب نیست؟

۱) $(1,2)$ ۲) $(-1,1)$ ۳) $(0,0)$ ۴) $(2,0)$

۲۸- اگر $f=\{(x,\frac{4+x}{x})\mid x\in\mathbb{N}\}$ و $f-g=\{(1,2),(2,4)\}$، آن‌گاه $g(1)+g(2)$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۹- اگر داشته باشیم: $f=\{(1,3),(4,m),(-3,1)\}$، $g=\{(4,1-n),(-2,1),(-3,n+2)\}$ و $\frac{f}{g}=\{(4,5)\}$، آن‌گاه حاصل n کدام است؟

۱) -1 ۲) -2 ۳) -3 ۴) -4

اعمال جبری با داشتن ضابطهٔ توابع

۳۰- اگر $f(x)=\sqrt{1-x^2}$ و $g=\{(2,-1),(-1,2),(0,1)\}$، مجموع مقادیر برد تابع $(g-f).g$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۸

۳۱- اگر $f(x)=\begin{cases}x+1 & x>0\\ x-1 & x\le 0\end{cases}$ و $g(x)=\begin{cases}x & x\ge -2\\ x-2 & x<-2\end{cases}$، حاصل $(f+2g)(-1)$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) -4 ۳) -6 ۴) ۳

۳۲- اگر $g=\{(1,-3),(2,5),(3,4)\}$ و $(\frac{f}{g})(x)=2x+1$، آن‌گاه $f(3)$ کدام است؟

۱) ۱۸ ۲) ۲۲ ۳) ۲۴ ۴) ۲۸

۳۳- f و g دو تابع چندجمله‌ای هستند. اگر $(f+g)(x)=3x^2+5$ و $(f-g)(x)=x^2+2x+1$، آن‌گاه $g(2)$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۰

۳۴- اگر f و g دو تابع خطی باشند به طوری که $(f+g)(x)=2x-1$ و $(f-g)(x)=4x$، آن‌گاه برد تابع $f\cdot g$ کدام است؟ (مثل کنکور)

۱) $(-\infty,\frac{1}{3}]$ ۲) $[\frac{1}{3},+\infty)$ ۳) $(-\infty,\frac{2}{3}]$ ۴) $[\frac{2}{3},+\infty)$

۳۵- f تابعی خطی و g تابعی درجه‌دوم است، به طوری که $(f\cdot g)(x)=1-8x^3$. اگر $f(1)=1$، آن‌گاه حاصل $(\frac{g}{f})(1/5)$ کدام است؟

۱) $-6/5$ ۲) -7 ۳) $-7/5$ ۴) -8