

آزمون‌های مبحثی و جامع + پاسخ‌های تشریحی

موج آزمون ریاضه

ویراست دوم

كاظم اجلالی، ارشك حمیدی



رشته
تجربی

انتگرالگو

پیشگفتار

سال‌هاست که در کشور ما اصلی‌ترین راه ورود به دانشگاه، قبولی در کنکور سراسری است. آزمون‌هایی که ویژگی اصلی‌اش چهارگزینه‌ای بودن پرسش‌هاست، و البته دشواری‌اش بیشتر به دلیل کوتاه بودن زمان پاسخ‌گویی است تا دشواری سؤال‌ها. از این‌رو، رویکرد آموزشی بسیاری از معلمان، به ویژه در سال‌های پایانی دوره متوسطه، تدریس مطالب درسی بر پایه پرسش‌های چهارگزینه‌ای است. با این همه، هر چند که بعید است شما پیش از سال دوازدهم تحصیل‌تان با پرسش‌های چهارگزینه‌ای دست و پنجه نرم نکرده باشید، اگر قصد ورود به دانشگاه را دارید، گریزی از آن نیست!

نشر الگو، برای دانش‌آموزان دوره دوم متوسطه، در هر پایه و برای هر درس ریاضی، کتاب **سه‌بعدی** شامل درسنامه مفصل، تمرین‌های تشریحی و پرسش‌های چهارگزینه‌ای و کتاب **تست** شامل درسنامه خلاصه و پرسش‌های چهارگزینه‌ای منتشر کرده است. معلوم است که تعداد پرسش‌های چهارگزینه‌ای کتاب‌های تست، نسبت به کتاب‌های سه‌بعدی بسیار بیشتر است. همچنین دانش‌آموزانی که مایل‌اند همزمان با یادگیری مباحث درس ریاضی ۳ سال دوازدهم، مطالب دروس ریاضی ۱ و ریاضی ۲ را مرور کنند، می‌توانند از کتاب **ریاضی جامع رشته تجربی** استفاده کنند. این کتاب شامل درسنامه کامل و تست‌های جامع و متنوع هر سه درس است.

کتاب‌های **موج آزمون** ویژه آمادگی برای کنکور سراسری است. کتابی که در دست دارید، مربوط به درس‌های ریاضی ۱ سال دهم، ریاضی ۲ سال یازدهم و ریاضی ۳ سال دوازدهم است. در این کتاب همه مباحث این درس‌ها را در چهارده فصل تنظیم کرده‌ایم. در هر آزمون، ده پرسش مربوط به همان مبحث را آورده‌ایم. توجه کنید که ممکن است تعداد آزمون‌های یک مبحث، بیش از یکی باشد. در انتهای هر فصل، به جز فصل‌های (۱) و (۳)، یک یا چند آزمون جامع مربوط به مباحث همان فصل را آورده‌ایم. فصل پانزدهم را به آزمون‌هایی برای آمادگی آزمون‌های آزمایشی (قلم‌چی) اختصاص داده‌ایم. در هر آزمون این فصل متناسب با مباحث مشخص شده آن، پرسش‌های چهارگزینه‌ای آورده‌ایم. اگر می‌خواهید برای هر یک از این آزمون‌ها بیشتر تمرین کنید، می‌توانید به آزمون‌های مرتبط با مباحث آن که در جدول زیر مشخص شده‌اند مراجعه کنید.

آزمون‌های مرتبط	
۱ - ۲ - ۳ - ۴ - ۵ - ۶ - ۷ - ۸ - ۳۳ - ۳۴ - ۳۵ - ۴۹ - ۵۰ - ۵۳ - ۵۴ - ۶۲ - ۶۳	آزمون اول قلم‌چی
۱۶ - ۲۱ - ۲۲ - ۲۳ - ۲۴ - ۲۵ - ۲۶ - ۳۰ - ۳۱ - ۳۳ - ۳۴ - ۳۵ - ۴۹ - ۵۰ - ۵۳ - ۵۴ - ۵۵ - ۵۶ - ۵۷ - ۵۸ - ۵۹ - ۶۰ - ۶۲ - ۶۳	آزمون دوم قلم‌چی
۱۶ - ۱۷ - ۱۸ - ۱۹ - ۲۰ - ۴۹ - ۵۰ - ۵۱ - ۵۲ - ۵۳ - ۵۴ - ۵۵ - ۵۶ - ۵۷ - ۵۸ - ۵۹ - ۶۰ - ۶۱ - ۶۲ - ۶۳ - ۶۴ - ۶۵ - ۶۶ - ۶۷	آزمون سوم قلم‌چی
۱ - ۲ - ۳ - ۴ - ۵ - ۶ - ۷ - ۸ - ۹ - ۱۰ - ۱۱ - ۱۲ - ۱۳ - ۱۴ - ۱۶ - ۱۷ - ۱۸ - ۱۹ - ۲۰ - ۲۱ - ۲۲ - ۲۳ - ۲۴ - ۲۵ - ۲۶ - ۲۷ - ۲۸ - ۵۱ - ۵۲ - ۶۸ - ۶۹ - ۷۰ - ۷۱ - ۷۲ - ۷۳ - ۷۴ - ۷۷ - ۷۸	آزمون چهارم قلم‌چی
۴۹ - ۵۰ - ۵۱ - ۵۲ - ۵۳ - ۵۴ - ۵۵ - ۵۶ - ۵۷ - ۵۸ - ۵۹ - ۶۰ - ۶۱ - ۶۲ - ۶۳ - ۶۴ - ۶۵ - ۶۶ - ۶۷ - ۶۸ - ۶۹ - ۷۰ - ۷۱ - ۷۲ - ۷۳ - ۷۴ - ۷۵ - ۷۶ - ۷۷ - ۷۸ - ۷۹ - ۸۰ - ۸۱ - ۸۲ - ۸۳ - ۱۵۰ - ۱۵۱	آزمون پنجم قلم‌چی
۱۵ - ۸۴ - ۸۵ - ۸۶ - ۸۷ - ۸۸ - ۸۹ - ۹۰ - ۹۱ - ۹۲ - ۹۳ - ۹۴	آزمون ششم قلم‌چی
۴۹ - ۵۰ - ۵۱ - ۵۲ - ۵۳ - ۵۴ - ۵۵ - ۵۶ - ۵۷ - ۵۸ - ۵۹ - ۶۰ - ۶۱ - ۶۲ - ۶۳ - ۶۴ - ۶۵ - ۶۶ - ۶۷ - ۶۸ - ۶۹ - ۷۰ - ۷۱ - ۷۲ - ۷۳ - ۷۴ - ۷۵ - ۷۶ - ۷۷ - ۷۸ - ۷۹ - ۸۰ - ۸۱ - ۸۲ - ۸۳ - ۸۴ - ۸۵ - ۸۶ - ۸۷ - ۸۸ - ۸۹ - ۹۰ - ۹۱ - ۹۲ - ۹۳ - ۹۴ - ۹۵ - ۹۶	آزمون هفتم قلم‌چی
۱ - ۲ - ۳ - ۴ - ۵ - ۶ - ۷ - ۸ - ۹ - ۱۰ - ۱۱ - ۱۲ - ۱۳ - ۱۴ - ۱۶ - ۱۷ - ۱۸ - ۱۹ - ۲۰ - ۲۱ - ۲۲ - ۲۳ - ۲۴ - ۲۵ - ۲۶ - ۲۷ - ۲۸ - ۱۵۰ - ۱۵۱	آزمون هشتم قلم‌چی
۹۷ - ۹۸ - ۹۹ - ۱۰۰ - ۱۰۱ - ۱۰۲ - ۱۰۳ - ۱۰۴ - ۱۰۵ - ۱۰۶ - ۱۰۷ - ۱۳۷ - ۱۳۸ - ۱۳۹ - ۱۴۰ - ۱۴۱ - ۱۴۲	آزمون نهم قلم‌چی
۱۰۸ - ۱۰۹ - ۱۱۰ - ۱۱۱ - ۱۱۲ - ۱۱۳ - ۱۱۴ - ۱۲۸ - ۱۲۹ - ۱۳۰ - ۱۳۱ - ۱۳۲ - ۱۳۳ - ۱۳۴ - ۱۳۵ - ۱۳۶	آزمون دهم قلم‌چی

آزمون‌های مرتبط	
۳۷ - ۳۸ - ۳۹ - ۴۰ - ۴۱ - ۴۲ - ۴۳ - ۴۴ - ۴۵ - ۴۶ - ۴۷ - ۴۸ - ۹۵ - ۹۶ - ۹۷ - ۹۸ - ۹۹ - ۱۰۰ - ۱۰۱ - ۱۰۲ - ۱۰۳ - ۱۰۴ - ۱۰۵ - ۱۰۶ - ۱۰۷ - ۱۰۸ - ۱۰۹ - ۱۱۰ - ۱۱۱ - ۱۱۲ - ۱۱۳ - ۱۱۴ - ۱۱۵ - ۱۱۶ - ۱۱۷ - ۱۱۸	آزمون یازدهم قلم‌چی
۳۷ - ۳۸ - ۳۹ - ۴۰ - ۴۱ - ۴۲ - ۴۳ - ۴۴ - ۴۵ - ۴۶ - ۴۷ - ۴۸ - ۱۲۸ - ۱۲۹ - ۱۳۰ - ۱۳۱ - ۱۳۲ - ۱۳۳ - ۱۳۴ - ۱۳۵ - ۱۳۶ - ۱۳۷ - ۱۳۸ - ۱۳۹ - ۱۴۰ - ۱۴۱ - ۱۴۲	آزمون دوازدهم قلم‌چی
۴۹ - ۵۰ - ۵۱ - ۵۲ - ۵۳ - ۵۴ - ۵۵ - ۵۶ - ۵۷ - ۵۸ - ۵۹ - ۶۰ - ۶۱ - ۶۲ - ۶۳ - ۶۴ - ۶۵ - ۶۶ - ۶۷ - ۶۸ - ۶۹ - ۷۰ - ۷۱ - ۷۲ - ۷۳ - ۷۴ - ۷۵ - ۷۶ - ۷۷ - ۷۸ - ۷۹ - ۸۰ - ۸۱ - ۸۲ - ۸۳ - ۸۴ - ۸۵ - ۸۶ - ۸۷ - ۸۸ - ۸۹ - ۹۰ - ۹۱ - ۹۲ - ۹۳ - ۹۴ - ۹۵ - ۹۶	آزمون سیزدهم قلم‌چی
۱۱۹ - ۱۲۰ - ۱۲۱ - ۱۲۲ - ۱۲۳ - ۱۲۴ - ۱۲۵ - ۱۲۶ - ۱۲۷	آزمون چهاردهم قلم‌چی
۱۴۳ - ۱۴۴ - ۱۴۵ - ۱۴۶ - ۱۴۷ - ۱۴۸ - ۱۴۹	آزمون پانزدهم قلم‌چی
۹۵ - ۹۶ - ۹۷ - ۹۸ - ۹۹ - ۱۰۰ - ۱۰۱ - ۱۰۲ - ۱۰۳ - ۱۰۴ - ۱۰۵ - ۱۰۶ - ۱۰۷ - ۱۰۸ - ۱۰۹ - ۱۱۰ - ۱۱۱ - ۱۱۲ - ۱۱۳ - ۱۱۴ - ۱۱۵ - ۱۱۶ - ۱۱۷ - ۱۱۸ - ۱۲۰ - ۱۲۱ - ۱۲۲ - ۱۲۳ - ۱۲۴ - ۱۲۵ - ۱۲۶ - ۱۲۷ - ۱۴۸ - ۱۴۹	آزمون شانزدهم قلم‌چی

در جدول زیر آزمون‌های مرتبط با مباحث آزمون‌های آزمایشی گزینه دو را آورده‌ایم.

آزمون‌های مرتبط	
۱۶ - ۱۷ - ۱۸ - ۱۹ - ۲۰ - ۲۱ - ۲۲ - ۲۳ - ۲۴ - ۲۵ - ۲۶ - ۲۷ - ۲۸ - ۴۹ - ۵۱ - ۵۲ - ۵۸ - ۶۲ - ۶۳	آزمون اول گزینه دو
۱ - ۲ - ۳ - ۴ - ۵ - ۶ - ۷ - ۸ - ۵۰ - ۵۳ - ۵۴ - ۵۵ - ۵۶ - ۵۷ - ۵۸ - ۵۹ - ۶۰ - ۶۱ - ۶۲ - ۶۳ - ۶۴ - ۶۵ - ۶۶ - ۶۷	آزمون دوم گزینه دو
۵۹ - ۶۰ - ۶۴ - ۶۵ - ۶۸ - ۶۹ - ۷۰ - ۷۱ - ۷۲ - ۷۳ - ۷۴ - ۷۷ - ۷۸	آزمون سوم گزینه دو
۹ - ۱۰ - ۱۱ - ۱۲ - ۱۳ - ۱۴ - ۱۵ - ۷۵ - ۷۶ - ۷۷ - ۷۸ - ۷۹ - ۸۰ - ۸۱ - ۸۴ - ۸۵ - ۸۶ - ۸۷ - ۸۸ - ۸۹ - ۹۰	آزمون چهارم گزینه دو
۱۵ - ۵۶ - ۵۷ - ۵۸ - ۵۹ - ۶۰ - ۶۲ - ۶۳ - ۶۴ - ۶۵ - ۷۵ - ۷۶ - ۷۷ - ۷۸ - ۷۹ - ۸۰ - ۸۱ - ۸۹ - ۹۰	آزمون پنجم گزینه دو
۳۷ - ۳۸ - ۳۹ - ۴۰ - ۴۱ - ۴۲ - ۴۳ - ۴۴ - ۴۵ - ۴۶ - ۴۷ - ۴۸ - ۹۱ - ۹۲ - ۹۵ - ۹۶ - ۹۷ - ۹۸	آزمون ششم گزینه دو
۹۵ - ۹۶ - ۹۷ - ۹۸ - ۹۹ - ۱۰۰ - ۱۰۱ - ۱۰۲ - ۱۰۳ - ۱۰۴ - ۱۰۵ - ۱۰۶ - ۱۰۷ - ۱۱۹ - ۱۲۰ - ۱۲۱ - ۱۲۲ - ۱۲۳ - ۱۲۴ - ۱۲۵ - ۱۲۶ - ۱۲۷	آزمون هفتم گزینه دو
۹۹ - ۱۰۰ - ۱۰۱ - ۱۰۲ - ۱۰۳ - ۱۰۴ - ۱۰۵ - ۱۰۶ - ۱۰۷ - ۱۰۸ - ۱۰۹ - ۱۱۰ - ۱۱۱ - ۱۱۲ - ۱۱۳ - ۱۱۴ - ۱۳۷ - ۱۳۸ - ۱۳۹ - ۱۴۰ - ۱۴۱ - ۱۴۲ - ۱۴۳ - ۱۴۴ - ۱۴۵ - ۱۴۶ - ۱۴۷	آزمون هشتم گزینه دو
۱ - ۲ - ۳ - ۴ - ۵ - ۶ - ۷ - ۸ - ۹ - ۱۰ - ۱۱ - ۱۲ - ۱۳ - ۱۴ - ۱۶ - ۱۷ - ۱۸ - ۱۹ - ۲۰ - ۲۱ - ۲۲ - ۲۳ - ۲۴ - ۲۵ - ۲۶ - ۲۷ - ۲۸ - ۲۹ - ۳۰ - ۳۱ - ۳۲ - ۳۳ - ۳۴ - ۳۵ - ۳۶ - ۳۷ - ۳۸ - ۳۹ - ۴۰ - ۴۱ - ۴۲ - ۴۳ - ۴۴ - ۴۵ - ۴۶ - ۴۷ - ۴۸ - ۴۹ - ۵۰ - ۵۱ - ۵۲ - ۵۳ - ۵۴ - ۵۵ - ۶۱ - ۶۸ - ۶۹ - ۷۰ - ۷۱ - ۷۲ - ۷۳ - ۷۴ - ۸۴ - ۸۵ - ۸۶ - ۸۷ - ۸۸ - ۱۱۹ - ۱۲۸ - ۱۲۹ - ۱۳۰ - ۱۳۱ - ۱۳۲ - ۱۳۳ - ۱۳۴ - ۱۳۵ - ۱۳۶ - ۱۳۷ - ۱۳۸ - ۱۳۹ - ۱۴۰ - ۱۴۱ - ۱۴۲ - ۱۴۳ - ۱۴۴ - ۱۴۵ - ۱۴۶ - ۱۴۷ - ۱۵۰ - ۱۵۱	آزمون نهم گزینه دو
۱ - ۲ - ۳ - ۴ - ۵ - ۶ - ۷ - ۸ - ۹ - ۱۰ - ۱۱ - ۱۲ - ۱۳ - ۱۴ - ۱۵ - ۱۶ - ۲۳ - ۲۴ - ۲۹ - ۳۰ - ۳۱ - ۳۲ - ۴۹ - ۵۱ - ۵۴ - ۵۶ - ۵۷ - ۵۸ - ۵۹ - ۶۰ - ۶۲ - ۶۳ - ۶۴ - ۶۵ - ۶۸ - ۶۹ - ۷۰ - ۷۱ - ۷۵ - ۷۶ - ۷۷ - ۷۸ - ۷۹ - ۸۰ - ۸۱ - ۸۶ - ۸۷ - ۸۹ - ۹۰ - ۱۳۷ - ۱۳۸ - ۱۳۹ - ۱۴۰ - ۱۴۱ - ۱۴۲ - ۱۴۳ - ۱۴۴ - ۱۴۵	آزمون دهم گزینه دو
۱۷ - ۱۸ - ۱۹ - ۲۰ - ۲۱ - ۲۲ - ۲۵ - ۲۶ - ۳۳ - ۳۵ - ۳۷ - ۳۸ - ۳۹ - ۴۰ - ۴۱ - ۴۲ - ۴۳ - ۴۴ - ۴۵ - ۴۶ - ۴۷ - ۴۸ - ۵۰ - ۵۱ - ۵۲ - ۵۳ - ۵۵ - ۶۱ - ۷۲ - ۷۳ - ۷۴ - ۸۴ - ۸۵ - ۸۸ - ۹۱ - ۹۲ - ۹۵ - ۹۶ - ۹۷ - ۹۸ - ۹۹ - ۱۰۰ - ۱۰۱ - ۱۰۲ - ۱۰۳ - ۱۰۴ - ۱۰۵ - ۱۰۶ - ۱۰۷ - ۱۰۸ - ۱۰۹ - ۱۱۰ - ۱۱۱ - ۱۱۲ - ۱۱۳ - ۱۱۴ - ۱۱۵ - ۱۱۶ - ۱۱۷ - ۱۱۸ - ۱۱۹ - ۱۲۰ - ۱۲۱ - ۱۲۲ - ۱۲۳ - ۱۲۴ - ۱۲۵ - ۱۲۶ - ۱۲۷ - ۱۲۸ - ۱۲۹ - ۱۳۰ - ۱۳۱ - ۱۳۲ - ۱۳۳ - ۱۳۴ - ۱۳۵ - ۱۳۶ - ۱۴۶ - ۱۴۷ - ۱۴۸ - ۱۴۹ - ۱۵۰ - ۱۵۱	آزمون یازدهم گزینه دو
۱۵ - ۵۶ - ۵۷ - ۵۸ - ۵۹ - ۶۰ - ۶۲ - ۶۳ - ۶۴ - ۶۵ - ۷۵ - ۷۶ - ۷۷ - ۷۸ - ۷۹ - ۸۰ - ۸۱ - ۸۶ - ۸۷ - ۸۹ - ۹۰ - ۹۱ - ۹۲ - ۹۵ - ۹۶ - ۹۷ - ۹۸ - ۹۹ - ۱۰۰ - ۱۰۱ - ۱۰۲ - ۱۰۳ - ۱۰۴ - ۱۰۵ - ۱۰۶ - ۱۰۷ - ۱۰۸ - ۱۰۹ - ۱۱۰ - ۱۱۱ - ۱۱۲ - ۱۱۳ - ۱۱۴ - ۱۱۵ - ۱۱۶ - ۱۱۷ - ۱۱۸ - ۱۲۰ - ۱۲۱ - ۱۲۲ - ۱۲۳ - ۱۲۴ - ۱۲۵ - ۱۲۶ - ۱۲۷ - ۱۴۸ - ۱۴۹	آزمون دوازدهم گزینه دو

وظیفه خود می‌دانیم از همکاران عزیزمان در نشر الگو، خانم‌ها هاله ایمانی، فهیمه گودرزی و عاطفه ربیعی برای مطالعه و ویرایش کتاب، خانم‌ها لیلا پرهیزکاری و راضیه صالحی برای صفحه‌آرایی و خانم سکینه مختار مسئول واحد ویراستاری و حروفچینی انتشارات الگو تشکر و قدردانی کنیم. همچنین از آقای آریس آفانیانس برای کمک به ویرایش کتاب سپاسگزاریم.

مؤلفان

فهرست

● فصل اول: بازه و مجموعه

- آزمون ۱: مجموعه‌های اعداد ۲
- آزمون ۲: مجموعه‌ها ۳

● فصل دوم: الگو و دنباله

- آزمون ۳: الگو و دنباله ۴
- آزمون ۴: دنباله حسابی (۱) ۵
- آزمون ۵: دنباله حسابی (۲) ۶
- آزمون ۶: دنباله هندسی (۱) ۷
- آزمون ۷: دنباله هندسی (۲) ۸
- آزمون ۸: آزمون فصل دوم (برگزیده کنکورهای سراسری) ۹

● فصل سوم: توان، ریشه، اتحاد، تجزیه و تقسیم

- آزمون ۹: توان و ریشه ۱۰
- آزمون ۱۰: اتحاد (۱) ۱۱
- آزمون ۱۱: اتحاد (۲) ۱۲
- آزمون ۱۲: تجزیه (۱) ۱۳
- آزمون ۱۳: تجزیه (۲) ۱۴
- آزمون ۱۴: گویا کردن مخرج‌های گنگ ۱۵
- آزمون ۱۵: بخش‌پذیری و تقسیم ۱۶

● فصل چهارم: معادله، تعیین علامت و نامعادله

- آزمون ۱۶: حل معادله درجه دوم ۱۷
- آزمون ۱۷: روابط بین ضرایب و جواب‌های معادله درجه دوم (۱) ۱۸
- آزمون ۱۸: روابط بین ضرایب و جواب‌های معادله درجه دوم (۲) ۱۹
- آزمون ۱۹: رابطه بین ضرایب و علامت جواب‌های معادله درجه دوم ۲۰

- آزمون ۲۰: معادله‌های درجه سوم و درجه چهارم خاص ۲۱
- آزمون ۲۱: معادله‌های گویا (۱) ۲۲
- آزمون ۲۲: معادله‌های گویا (۲) ۲۳
- آزمون ۲۳: تعیین علامت و نامعادله (۱) ۲۴
- آزمون ۲۴: تعیین علامت و نامعادله (۲) ۲۵
- آزمون ۲۵: معادله‌های گنگ (۱) ۲۶
- آزمون ۲۶: معادله‌های گنگ (۲) ۲۷
- آزمون ۲۷: آزمون فصل چهارم (۱) (برگزیده کنکورهای سراسری) ۲۸
- آزمون ۲۸: آزمون فصل چهارم (۲) (برگزیده کنکورهای سراسری) ۲۹

● فصل پنجم: قدرمطلق و جزء صحیح

- آزمون ۲۹: قدرمطلق و ویژگی‌های آن ۳۰
- آزمون ۳۰: معادلات و نامعادلات قدرمطلق (۱) ۳۱
- آزمون ۳۱: معادلات و نامعادلات قدرمطلق (۲) ۳۲
- آزمون ۳۲: توابع شامل قدرمطلق ۳۳
- آزمون ۳۳: جزء صحیح و ویژگی‌های آن (۱) ۳۴
- آزمون ۳۴: جزء صحیح و ویژگی‌های آن (۲) ۳۵
- آزمون ۳۵: تابع جزء صحیح ۳۶
- آزمون ۳۶: آزمون فصل پنجم (برگزیده کنکورهای سراسری) ۳۷

● فصل ششم: توابع نمایی و لگاریتمی

- آزمون ۳۷: تابع نمایی (۱) ۳۸
- آزمون ۳۸: تابع نمایی (۲) ۳۹
- آزمون ۳۹: معادلات و نامعادلات نمایی (۱) ۴۰
- آزمون ۴۰: معادلات و نامعادلات نمایی (۲) ۴۱
- آزمون ۴۱: لگاریتم (۱) ۴۲
- آزمون ۴۲: لگاریتم (۲) ۴۳

- آزمون ۴۳: توابع لگاریتمی (۱) ۴۴
- آزمون ۴۴: توابع لگاریتمی (۲) ۴۵
- آزمون ۴۵: معادلات و نامعادلات لگاریتمی (۱) ۴۶
- آزمون ۴۶: معادلات و نامعادلات لگاریتمی (۲) ۴۷
- آزمون ۴۷: آزمون فصل ششم (۱) (برگزیدهٔ کنکورهای سراسری) ۴۸
- آزمون ۴۸: آزمون فصل ششم (۲) (برگزیدهٔ کنکورهای سراسری) ۴۹

● فصل هفتم: تابع

- آزمون ۴۹: مفاهیم اولیه ۵۰
- آزمون ۵۰: توابع معروف ۵۱
- آزمون ۵۱: سهمی و تابع درجهٔ دوم (۱) ۵۲
- آزمون ۵۲: سهمی و تابع درجهٔ دوم (۲) ۵۳
- آزمون ۵۳: دامنه و برد تابع و تساوی توابع ۵۴
- آزمون ۵۴: مدل‌سازی با توابع ۵۵
- آزمون ۵۵: جبر توابع ۵۷
- آزمون ۵۶: ترکیب توابع (۱) ۵۸
- آزمون ۵۷: ترکیب توابع (۲) ۵۹
- آزمون ۵۸: ترکیب توابع (۳) ۶۰
- آزمون ۵۹: تبدیل نمودار توابع (۱) ۶۱
- آزمون ۶۰: تبدیل نمودار توابع (۲) ۶۳
- آزمون ۶۱: توابع یک‌به‌یک ۶۵
- آزمون ۶۲: توابع یکنوا (۱) ۶۶
- آزمون ۶۳: توابع یکنوا (۲) ۶۷
- آزمون ۶۴: تابع وارون (۱) ۶۸
- آزمون ۶۵: تابع وارون (۲) ۶۹
- آزمون ۶۶: آزمون فصل هفتم (۱) (برگزیدهٔ کنکورهای سراسری) ۷۰
- آزمون ۶۷: آزمون فصل هفتم (۲) (برگزیدهٔ کنکورهای سراسری) ۷۱

● فصل هشتم: مثلثات

- آزمون ۶۸: نسبت‌های مثلثاتی در مثلث قائم‌الزاویه ۷۲
- آزمون ۶۹: نسبت‌های مثلثاتی در دایرهٔ مثلثاتی ۷۳
- آزمون ۷۰: اتحادهای مثلثاتی (۱) ۷۴
- آزمون ۷۱: اتحادهای مثلثاتی (۲) ۷۵

- آزمون ۷۲: واحدهای اندازه‌گیری زاویه ۷۶
- آزمون ۷۳: نسبت‌های مثلثاتی همهٔ زاویه‌ها (۱) ۷۷
- آزمون ۷۴: نسبت‌های مثلثاتی همهٔ زاویه‌ها (۲) ۷۸
- آزمون ۷۵: نسبت‌های مثلثاتی زاویهٔ 2α (۱) ۷۹
- آزمون ۷۶: نسبت‌های مثلثاتی زاویهٔ 2α (۲) ۸۰
- آزمون ۷۷: توابع مثلثاتی (۱) ۸۱
- آزمون ۷۸: توابع مثلثاتی (۲) ۸۲
- آزمون ۷۹: معادلات مثلثاتی (۱) ۸۳
- آزمون ۸۰: معادلات مثلثاتی (۲) ۸۴
- آزمون ۸۱: معادلات مثلثاتی (۳) ۸۵
- آزمون ۸۲: آزمون فصل هشتم (۱) (برگزیدهٔ کنکورهای سراسری) ۸۶
- آزمون ۸۳: آزمون فصل هشتم (۲) (برگزیدهٔ کنکورهای سراسری) ۸۷

● فصل نهم: حد و پیوستگی

- آزمون ۸۴: مفهوم حد و قضایای حد (۱) ۸۸
- آزمون ۸۵: مفهوم حد و قضایای حد (۲) ۸۹
- آزمون ۸۶: حالت مبهم $\frac{0}{0}$ (۱) ۹۰
- آزمون ۸۷: حالت مبهم $\frac{0}{0}$ (۲) ۹۱
- آزمون ۸۸: پیوستگی ۹۲
- آزمون ۸۹: حد بی‌نهایت (۱) ۹۳
- آزمون ۹۰: حد بی‌نهایت (۲) ۹۴
- آزمون ۹۱: حد در بی‌نهایت (۱) ۹۵
- آزمون ۹۲: حد در بی‌نهایت (۲) ۹۶
- آزمون ۹۳: آزمون فصل نهم (۱) (برگزیدهٔ کنکورهای سراسری) ۹۷
- آزمون ۹۳: آزمون فصل نهم (۲) (برگزیدهٔ کنکورهای سراسری) ۹۸

● فصل دهم: مشتق

- آزمون ۹۵: مفهوم مشتق (۱) ۹۹
- آزمون ۹۶: مفهوم مشتق (۲) ۱۰۰

- آزمون ۹۷: قواعد مشتق‌گیری (۱) ۱۰۱
- آزمون ۹۸: قواعد مشتق‌گیری (۲) ۱۰۲
- آزمون ۹۹: مشتق تابع مرکب (۱) ۱۰۳
- آزمون ۱۰۰: مشتق تابع مرکب (۲) ۱۰۴
- آزمون ۱۰۱: مشتق‌پذیری ۱۰۵
- آزمون ۱۰۲: خط مماس بر نمودار تابع ۱۰۶
- آزمون ۱۰۳: آهنگ تغییر ۱۰۷
- آزمون ۱۰۴: مشتق دوم ۱۰۸
- آزمون ۱۰۵: قاعده هویتال ۱۰۹
- آزمون ۱۰۶: آزمون فصل دهم (۱) (برگزیده کنکورهای سراسری) ۱۱۰
- آزمون ۱۰۷: آزمون فصل دهم (۲) (برگزیده کنکورهای سراسری) ۱۱۱

● فصل یازدهم: کاربردهای مشتق

- آزمون ۱۰۸: ارتباط مشتق و یکنوایی تابع (۱) ۱۱۲
- آزمون ۱۰۹: ارتباط مشتق و یکنوایی تابع (۲) ۱۱۳
- آزمون ۱۱۰: نقاط بحرانی ۱۱۴
- آزمون ۱۱۱: اکسترم‌های نسبی (۱) ۱۱۵
- آزمون ۱۱۲: اکسترم‌های نسبی (۲) ۱۱۶
- آزمون ۱۱۳: اکسترم‌های مطلق (۱) ۱۱۷
- آزمون ۱۱۴: اکسترم‌های مطلق (۲) ۱۱۸
- آزمون ۱۱۵: بهینه‌سازی (۱) ۱۱۹
- آزمون ۱۱۶: بهینه‌سازی (۲) ۱۲۰
- آزمون ۱۱۷: آزمون فصل یازدهم (۱) (برگزیده کنکورهای سراسری) ۱۲۱
- آزمون ۱۱۸: آزمون فصل یازدهم (۲) (برگزیده کنکورهای سراسری) ۱۲۲

● فصل دوازدهم: هندسه تحلیلی

- آزمون ۱۱۹: خط راست ۱۲۳
- آزمون ۱۲۰: تفکر تجسمی ۱۲۴
- آزمون ۱۲۱: بیضی (۱) ۱۲۵
- آزمون ۱۲۲: بیضی (۲) ۱۲۷
- آزمون ۱۲۳: دایره (۱) ۱۲۸
- آزمون ۱۲۴: دایره (۲) ۱۲۹
- آزمون ۱۲۵: دایره (۳) ۱۳۰

- آزمون ۱۲۶: آزمون فصل دوازدهم (۱) (برگزیده کنکورهای سراسری) ۱۳۱
- آزمون ۱۲۷: آزمون فصل دوازدهم (۲) (برگزیده کنکورهای سراسری) ۱۳۲

● فصل سیزدهم: استدلال و هندسه

- آزمون ۱۲۸: استدلال، عمودمنصف و نیمساز ۱۳۳
- آزمون ۱۲۹: نسبت و تناسب ۱۳۵
- آزمون ۱۳۰: قضیه تالس (۱) ۱۳۶
- آزمون ۱۳۱: قضیه تالس (۲) ۱۳۸
- آزمون ۱۳۲: تشابه (۱) ۱۴۰
- آزمون ۱۳۳: تشابه (۲) ۱۴۲
- آزمون ۱۳۴: روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه (۱) ۱۴۴
- آزمون ۱۳۵: روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه (۲) ۱۴۶
- آزمون ۱۳۶: آزمون فصل سیزدهم (برگزیده کنکورهای سراسری) ۱۴۸

● فصل چهاردهم: آمار و احتمال

- آزمون ۱۳۷: اصل جمع و اصل ضرب (۱) ۱۴۹
- آزمون ۱۳۸: اصل جمع و اصل ضرب (۲) ۱۵۰
- آزمون ۱۳۹: جایگشت (۱) ۱۵۱
- آزمون ۱۴۰: جایگشت (۲) ۱۵۲
- آزمون ۱۴۱: ترکیب (۱) ۱۵۳
- آزمون ۱۴۲: ترکیب (۲) ۱۵۴
- آزمون ۱۴۳: احتمال مقدماتی (۱) ۱۵۵
- آزمون ۱۴۴: احتمال مقدماتی (۲) ۱۵۶
- آزمون ۱۴۵: احتمال مقدماتی (۳) ۱۵۷
- آزمون ۱۴۶: احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل (۱) ۱۵۸
- آزمون ۱۴۷: احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل (۲) ۱۵۹
- آزمون ۱۴۸: قانون احتمال کل (۱) ۱۶۰
- آزمون ۱۴۹: قانون احتمال کل (۲) ۱۶۱
- آزمون ۱۵۰: آمار (۱) ۱۶۲
- آزمون ۱۵۱: آمار (۲) ۱۶۳
- آزمون ۱۵۲: آزمون فصل چهاردهم (۱) (برگزیده کنکورهای سراسری) ۱۶۴
- آزمون ۱۵۳: آزمون فصل چهاردهم (۲) (برگزیده کنکورهای سراسری) ۱۶۵

● فصل پانزدهم: شبیه‌ساز آزمون‌های آزمایشی

و کنکور سراسری

- آزمون ۱۵۴: متناسب با آزمون اول قلم‌چی ۱۶۶
- آزمون ۱۵۵: متناسب با آزمون دوم قلم‌چی ۱۶۸
- آزمون ۱۵۶: متناسب با آزمون سوم قلم‌چی ۱۷۰
- آزمون ۱۵۷: متناسب با آزمون چهارم قلم‌چی ۱۷۲
- آزمون ۱۵۸: متناسب با آزمون پنجم قلم‌چی ۱۷۴
- آزمون ۱۵۹: متناسب با آزمون ششم قلم‌چی ۱۷۶
- آزمون ۱۶۰: متناسب با آزمون هفتم قلم‌چی ۱۷۸
- آزمون ۱۶۱: متناسب با آزمون هشتم قلم‌چی ۱۸۰
- آزمون ۱۶۲: متناسب با آزمون نهم قلم‌چی ۱۸۲
- آزمون ۱۶۳: متناسب با آزمون دهم قلم‌چی ۱۸۴
- آزمون ۱۶۴: متناسب با آزمون یازدهم قلم‌چی ۱۸۶
- آزمون ۱۶۵: متناسب با آزمون دوازدهم قلم‌چی ۱۸۸
- آزمون ۱۶۶: متناسب با آزمون سیزدهم قلم‌چی ۱۹۰
- آزمون ۱۶۷: متناسب با آزمون چهاردهم قلم‌چی ۱۹۲
- آزمون ۱۶۸: متناسب با آزمون پانزدهم قلم‌چی ۱۹۴
- آزمون ۱۶۹: متناسب با آزمون شانزدهم قلم‌چی ۱۹۶
- آزمون ۱۷۰: آزمون جامع (۱) ۱۹۸
- آزمون ۱۷۱: آزمون جامع (۲) ۲۰۱
- آزمون ۱۷۲: آزمون جامع (۳) ۲۰۴
- آزمون ۱۷۳: آزمون جامع (۴) (کنکور رشته تجربی سال ۹۸ -
داخل کشور) ۲۰۷
- آزمون ۱۷۴: آزمون جامع (۵) (کنکور رشته تجربی سال ۹۸ -
خارج کشور) ۲۱۰

● فصل شانزدهم: پاسخ‌های تشریحی ۲۱۴

● فصل هفدهم: پاسخنامه کلیدی ۳۷۵

● فصل هجدهم: کنکور سراسری ۹۹

- آزمون ۱۷۵: آزمون جامع (۶) (کنکور رشته تجربی سال ۹۹ -
داخل کشور) ۳۸۲
- آزمون ۱۷۶: آزمون جامع (۷) (کنکور رشته تجربی سال ۹۹ -
خارج کشور) ۳۸۵
- پاسخ کنکور سراسری ۹۹ ۳۸۸

● فصل نوزدهم: کنکور سراسری ۱۴۰۰

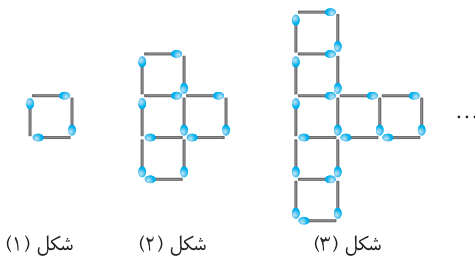
- آزمون ۱۷۷: آزمون جامع (۸) (کنکور رشته تجربی سال ۱۴۰۰ -
داخل کشور) ۳۹۸
- آزمون ۱۷۸: آزمون جامع (۹) (کنکور رشته تجربی سال ۱۴۰۰ -
خارج کشور) ۴۰۱
- پاسخنامه کلیدی کنکور ۱۴۰۰ ۴۰۴

الگو و دنباله

آزمون ۳

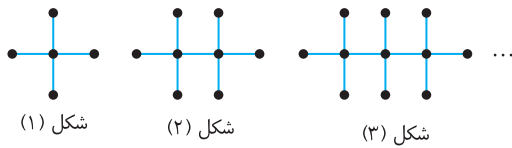
محل انجام محاسبات

۲۱- تعداد چوب کبریت‌های به کار رفته برای ساختن شکل چهاردهم در الگوی مقابل چندتا است؟



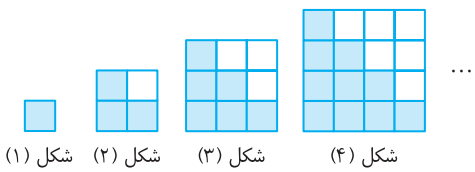
- (۱) ۱۰۳
- (۲) ۱۱۲
- (۳) ۱۲۱
- (۴) ۱۳۰

۲۲- تعداد نقاط شکل بیستم در الگوی مقابل چندتا است؟



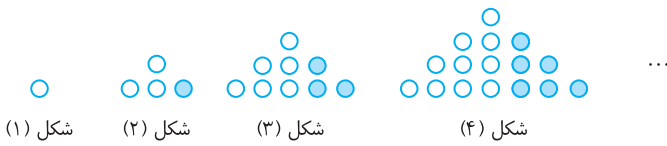
- (۱) ۶۰
- (۲) ۶۱
- (۳) ۶۲
- (۴) ۶۴

۲۳- در الگوی مقابل، اختلاف تعداد مربع‌های رنگ شده و رنگ نشده در شکل سی‌ام چندتا است؟



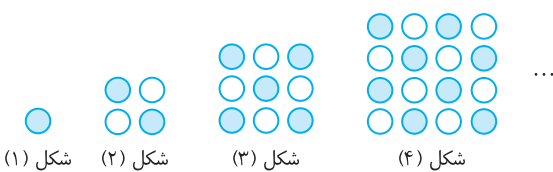
- (۱) ۱۵
- (۲) ۲۰
- (۳) ۳۰
- (۴) ۳۵

۲۴- در الگوی زیر، در چه شکلی نسبت تعداد گوی‌های رنگی به تعداد کل گوی‌ها برابر با $\frac{1}{17}$ است؟



- (۱) ۱۸
- (۲) ۱۷
- (۳) ۱۶
- (۴) ۱۵

۲۵- در الگوی زیر، در شکل چندم تعداد گوی‌های رنگی برابر با ۱۱۳ است؟



- (۱) ۱۷
- (۲) ۱۵
- (۳) ۱۶
- (۴) ۱۴

۲۶- همه جمله‌های دنباله با جمله عمومی $a_n = \frac{2n-k}{5n+3}$ با هم برابرند. مقدار k کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{5}$
- (۲) $-\frac{4}{5}$
- (۳) $-\frac{6}{5}$
- (۴) $-\frac{7}{5}$

۲۷- کدام یک می‌تواند جمله عمومی دنباله $2, 3, 10, 15, \dots$ باشد؟

- (۱) $n+1$
- (۲) $n^2 - (-1)^n$
- (۳) $3n^2 - 8n + 7$
- (۴) $2n^2 - 5n + 5$

۲۸- در یک دنباله با جمله عمومی a_n ، $a_1 = 1$ و به ازای هر $n \in \mathbb{N}$ رابطه $a_{n+1} = \frac{n}{n+1} a_n$ برقرار است. مقدار a_{100} کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{99}$
- (۲) $\frac{1}{100}$
- (۳) $\frac{1}{101}$
- (۴) $\frac{1}{102}$

۲۹- اگر بزرگ‌ترین جمله دنباله با جمله عمومی $a_n = -3n^2 + 12n + c$ برابر ۸ باشد، مقدار c کدام است؟

- (۱) ۱۲
- (۲) -۸
- (۳) ۲۰
- (۴) -۴

۳۰- چند جمله از ابتدای دنباله با جمله عمومی $a_n = \log_7 \frac{n}{n+1}$ را جمع کنیم تا حاصل برابر -۳ شود؟

- (۱) ۵
- (۲) ۶
- (۳) ۷
- (۴) ۸

دنباله حسابی (۱)

محل انجام محاسبات

۳۱- در یک دنباله، $a_1 = 3$ و برای هر $n \geq 1$ ، $a_n - a_{n+1} = 2$. در این دنباله مقدار $\frac{a_{10}}{a_5}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{3}{2}$

۳۲- اگر در دنباله‌ای حسابی $7a_4 - 4a_5 + 3a_6 = 124$ ، مقدار قدرنسبت دنباله کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۴ (۳) -۶ (۴) -۸

۳۳- در دنباله حسابی $2, -4, 3x-1, 3x-4, 4x-2, \dots$ جمله چهارم کدام است؟

- (۱) -۱۹ (۲) -۲۲ (۳) -۲۳ (۴) -۲۵

۳۴- چندمین جمله از دنباله حسابی $5, 2, -1, \dots$ برابر ۲۱۸ است؟

- (۱) هفتاد و یکم (۲) هفتاد و چهارم (۳) هفتاد و پنجم (۴) هفتاد و هشتم

۳۵- در دنباله حسابی $10, 6, 2, \dots$ چند جمله کوچک‌تر از ۵۰۰ وجود دارد؟

- (۱) ۱۲۰ (۲) ۱۲۵ (۳) ۱۲۶ (۴) ۱۲۸

۳۶- سه زاویه مثلثی دنباله‌ای حسابی تشکیل داده‌اند. میانگین اندازه بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین زاویه‌های این مثلث کدام است؟

- (۱) 45° (۲) 60° (۳) 75° (۴) 90°

۳۷- زاویه‌های یک پنج‌ضلعی دنباله‌ای حسابی تشکیل داده‌اند. اگر اندازه کوچک‌ترین زاویه برابر 86° باشد، اندازه بزرگ‌ترین زاویه کدام است؟

- (۱) 110° (۲) 115° (۳) 120° (۴) 130°

۳۸- در جدول زیر، بین دو عدد $\sqrt{3}-5$ و $\sqrt{3}+5$ ، چهار واسطه حسابی می‌نویسیم. کوچک‌ترین عددی که نوشته‌ایم کدام است؟

$\sqrt{3}-5$					$\sqrt{3}+5$
--------------	--	--	--	--	--------------

- (۱) $\sqrt{3}-4$ (۲) $\sqrt{3}-3$ (۳) $3\sqrt{3}$ (۴) $3\sqrt{3}-1$

۳۹- مجموع سه جمله متوالی دنباله‌ای حسابی برابر ۱۵ و حاصل ضرب آن‌ها برابر ۴۵ است. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

- (۱) $\pm \frac{1}{2}$ (۲) ± 2 (۳) ± 3 (۴) ± 4

۴۰- جمله نخست دنباله‌ای حسابی برابر قدرنسبت این دنباله است و حاصل ضرب نه جمله نخست این دنباله برابر $10! \times 10^8$ است. جمله دهم این دنباله کدام است؟

- (۱) ۹۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۹۰۰ (۴) ۱۰۰۰

دنباله حسابی (۲)

آزمون ۵

محل انجام محاسبات

۴۱- جمله عمومی دنباله‌ای حسابی به صورت $a_n = \frac{5-2n}{3}$ است. قدرنسبت دنباله چقدر از جمله اول کمتر است؟

- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{5}{3}$

۴۲- در دنباله‌ای حسابی $a_1 + a_3 = 16$ و $a_7 + a_8 + a_9 = 51$. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۴۳- جمله عمومی دنباله حسابی $a, 2a-1, 1-3a, \dots$ کدام است؟

- (۱) $1-\frac{n}{2}$ (۲) $n-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}-n$ (۴) $\frac{n}{2}+1$

۴۴- اگر $a+b, a+c, b+c$ سه جمله متوالی دنباله‌ای حسابی باشند، کدام گزینه دنباله‌ای حسابی را نشان می‌دهد؟

- (۱) b, a, c (۲) b, c, a (۳) a, c, b (۴) a, b, c

۴۵- در دنباله حسابی $196, 192, 188, \dots$ نخستین جمله کوچک‌تر از 10 چندمین جمله است؟

- (۱) ۴۶ (۲) ۴۷ (۳) ۴۸ (۴) ۴۹

۴۶- در دنباله‌ای حسابی، جمله دهم 32 واحد کمتر از دومین جمله است. اگر جمله چهارم دنباله برابر 15 باشد، چند جمله از دنباله مثبت هستند؟

- (۱) ۸ (۲) ۷ (۳) ۶ (۴) ۵

۴۷- اگر جواب‌های معادله $(x-a)(x^2-8x+12)=0$ جمله‌های متوالی دنباله‌ای حسابی باشند، a چند مقدار مختلف ممکن است باشد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۴۸- اضلاع مثلث قائم‌الزاویه‌ای دنباله‌ای حسابی تشکیل می‌دهند. نسبت طول ضلع بلندتر زاویه قائمه به طول ضلع کوتاه‌تر زاویه قائمه این مثلث کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{4}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۴۹- مجموع چهار جمله متوالی دنباله‌ای حسابی برابر صفر و مجموع مربعات آن‌ها برابر 80 است. حاصل ضرب بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین این اعداد کدام است؟

- (۱) -18 (۲) -27 (۳) -36 (۴) -45

۵۰- بین دو عدد m^2+3m+4 و m^2+4 ، تعداد $m-1$ عدد را طوری درج می‌کنیم که اعداد حاصل، یک دنباله حسابی تشکیل دهند. قدرنسبت دنباله حاصل کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

دنباله هندسی (۱)

محل انجام محاسبات

- ۵۱- در دنباله‌ای با جمله عمومی a_n می‌دانیم $a_{n+1} = \frac{3}{2} a_n$. اگر $a_3 = 3$ ، مقدار a_{29} کدام است؟
- (۱) $\frac{3^{27}}{2^{26}}$ (۲) $\frac{3^{28}}{2^{27}}$ (۳) $\frac{3^{29}}{2^{28}}$ (۴) $\frac{3^{30}}{2^{29}}$
- ۵۲- اگر \sqrt{a} ، $\sqrt[4]{2}$ ، $\sqrt[3]{2}$ سه جمله نخست دنباله‌ای هندسی باشند، جمله سیزدهم این دنباله کدام است؟
- (۱) $\sqrt[3]{2}$ (۲) $2\sqrt[6]{2}$ (۳) $2\sqrt[3]{2}$ (۴) $4\sqrt[6]{2}$
- ۵۳- واسطه حسابی جواب‌های معادله‌ای درجه دوم $4/5$ و واسطه هندسی جواب‌های آن $1/5$ است. این معادله کدام است؟
- (۱) $4x^2 - 36x + 9 = 0$ (۲) $4x^2 + 36x + 9 = 0$ (۳) $x^2 - 18x + 9 = 0$ (۴) $x^2 + 18x + 9 = 0$
- ۵۴- در دنباله‌ای هندسی با جملات مثبت می‌دانیم $a_1 a_6 = 27$ و $a_4 a_4 = 9$. مقدار a_5 کدام است؟
- (۱) ۳ (۲) ۹ (۳) ۲۷ (۴) ۸۱
- ۵۵- در دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت $-\frac{1}{2}$ ، مجموع جملات پنجم و هشتم چند برابر مجموع جملات هفتم و هشتم است؟
- (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۱۲
- ۵۶- حاصل ضرب پنج جمله متوالی دنباله‌ای هندسی برابر 1024 است. جمله وسط کدام است؟
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۸
- ۵۷- بین دو عدد $\sqrt{2}$ و $16\sqrt{2}$ هفت واسطه هندسی درج می‌کنیم (جمله اول $\sqrt{2}$ است). جمله سوم دنباله حاصل کدام است؟
- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) $8\sqrt{2}$ (۳) $32\sqrt{2}$ (۴) $64\sqrt{2}$
- ۵۸- جمله هشتادونهم دنباله حسابی $\dots, -\frac{95}{8}, -12, \dots$ با جمله ششم دنباله هندسی $\dots, 243, \dots$ برابر است. قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟
- (۱) -۳ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{1}{3}$
- ۵۹- اگر $a, 8, b$ سه جمله متوالی دنباله‌ای حسابی‌اند. اگر ۴ واحد به b اضافه کنیم، اعداد جدید دنباله‌ای هندسی می‌سازند. مجموع مقادیر ممکن a کدام است؟
- (۱) ۲۰ (۲) ۱۸ (۳) ۱۶ (۴) ۱۴
- ۶۰- جملات دوم، ششم و چهاردهم دنباله‌ای حسابی، سه جمله نخست دنباله‌ای هندسی هستند. قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟
- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) ۳ (۴) ۲

دنباله هندسی (۲)

آزمون ۷

محل انجام محاسبات

۶۱- در یک دنباله هندسی می‌دانیم $\frac{a_8}{a_6} = \sqrt{2}$. مقدار $\frac{a_7}{a_3}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) $\sqrt{8}$

۶۲- اگر $\dots, 8^{2-3x}, 4^{3x}, 2^{x-4}$ دنباله‌ای هندسی باشد، مقدار x کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $-\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{1}{10}$ (۴) $-\frac{1}{10}$

۶۳- اگر جمله هفتم دنباله هندسی $\log_4 a, \log_{16} a, \dots$ برابر $\frac{1}{37}$ باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۶ (۳) ۳۲ (۴) ۶۴

۶۴- در دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت بزرگ‌تر از ۱، $a_5 - a_1 = 130$ و $a_6 - a_2 = 25$. مقدار a_7 کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{24}$ (۲) $\frac{5}{24}$ (۳) $\frac{15}{24}$ (۴) $\frac{25}{24}$

۶۵- بین اعداد مثبت a و b پنج واسطه هندسی درج می‌کنیم (جمله اول a است). اگر چهار واسطه هندسی درج می‌کردیم، قدرنسبت دو برابر حالت قبل می‌شد. قدرنسبت دنباله در حالتی که پنج واسطه هندسی درج می‌کنیم، کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۶ (۳) ۳۲ (۴) ۶۴

۶۶- در دنباله‌ای هندسی، مجموع سه جمله متوالی ۱۴ و حاصل ضرب آن‌ها ۶۴ است. اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین این اعداد کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۶۷- اضلاع یک مثلث قائم‌الزاویه دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت بزرگ‌تر از ۱ تشکیل می‌دهند. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

- (۱) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ (۲) $\sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$ (۳) $\frac{1+\sqrt{10}}{2}$ (۴) $\sqrt{\frac{1+\sqrt{10}}{2}}$

۶۸- اگر اعداد $x+4$ ، $x+y$ ، $2x+y$ و $2y+x$ سه جمله متوالی دنباله‌ای حسابی و سه جمله متوالی دنباله‌ای هندسی باشند، مقدار $x+2y$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۱۲ (۴) ۸

۶۹- جملات سوم، پنجم و ششم دنباله حسابی با جمله عمومی $a_n = a - n$ سه جمله متوالی دنباله‌ای هندسی هستند. جمله دهم دنباله حسابی کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) -۳ (۳) -۲ (۴) -۱

۷۰- در یک دنباله حسابی غیرثابت، جملات سوم، پنجم و هشتم به ترتیب جملات اول تا سوم یک دنباله هندسی‌اند. نسبت جمله چهارم دنباله هندسی به جمله دوازدهم دنباله حسابی کدام است؟

- (۱) $\frac{23}{26}$ (۲) $\frac{25}{26}$ (۳) $\frac{27}{26}$ (۴) $\frac{29}{26}$

آزمون فصل دوم (برگزیدهٔ کنکورهای سراسری)

محل انجام محاسبات

- ۷۱- در یک دنبالهٔ اعداد، $a_1 = 1$ و برای هر $n \geq 2$ ، $a_n = 2a_{n-1} + 1$. جملهٔ هشتم این دنباله کدام است؟
- (۱) ۱۲۷ (۲) ۱۵۹ (۳) ۲۴۷ (۴) ۲۵۵
- ۷۲- در یک دنبالهٔ اعداد، $a_1 = 3$ و برای هر $n \geq 2$ ، $a_n = 2a_{n-1} - 2$. مقدار $a_8 - a_7$ کدام است؟
- (۱) ۳۲ (۲) ۴۸ (۳) ۵۶ (۴) ۶۴
- ۷۳- اعداد 2^a ، $4\sqrt{2}$ ، 2^b سه جملهٔ متوالی از یک دنبالهٔ هندسی‌اند. واسطهٔ حسابی a و b کدام است؟
- (۱) $2/5$ (۲) ۲ (۳) $1/5$ (۴) $\sqrt{2}$
- ۷۴- جملات دوم، پنجم و دوازدهم از یک دنبالهٔ حسابی، می‌توانند سه جملهٔ متوالی از یک دنبالهٔ هندسی باشند. قدرنسبت دنبالهٔ هندسی کدام است؟
- (۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{7}{4}$ (۳) $\frac{9}{4}$ (۴) $\frac{7}{3}$
- ۷۵- اگر جملات چهارم، ششم و دوازدهم یک دنبالهٔ حسابی به‌ترتیب سه جملهٔ متوالی از یک دنبالهٔ هندسی باشند، قدرنسبت دنبالهٔ هندسی کدام است؟
- (۱) ۳ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{4}{3}$
- ۷۶- اعداد $5p-1$ ، $3p+4$ ، $2p+3$ سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ حسابی هستند. قدرنسبت این دنباله کدام است؟
- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷
- ۷۷- در یک دنبالهٔ حسابی جملات اول، پنجم و یازدهم به‌ترتیب سه جملهٔ متوالی از دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت بزرگ‌تر از ۱ هستند. قدرنسبت دنبالهٔ هندسی کدام است؟
- (۱) $\frac{6}{5}$ (۲) $\frac{5}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$
- ۷۸- در یک دنبالهٔ حسابی، جملات سوم، هفتم و نهم، می‌توانند سه جملهٔ متوالی از دنبالهٔ هندسی باشند. چندمین جملهٔ این دنباله، صفر است؟
- (۱) ۱۲ (۲) ۱۱ (۳) ۱۰ (۴) ۹
- ۷۹- تفاضل جملهٔ دهم از جملهٔ دوازدهم یک دنبالهٔ حسابی برابر ۵ و مجموع جملهٔ دهم و دوازدهم برابر ۲۵ است. جملهٔ بیست و یکم این دنباله کدام است؟
- (۱) ۳۵ (۲) ۳۶ (۳) $37/5$ (۴) $38/5$
- ۸۰- در یک دنبالهٔ هندسی مجموع سه جملهٔ متوالی برابر ۱۹ و حاصل‌ضرب آنها برابر ۲۱۶ است. تفاضل کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین این سه عدد کدام است؟
- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

به این ترتیب $a_1 a_2 a_3 \dots a_n = 10^{\wedge} \times 10^{\wedge} \dots \Rightarrow d(2d)(3d) \dots (nd) = 10^{\wedge} \times 10^{\wedge} \dots$
 $d^{\wedge} \times 9! = 10^{\wedge} \times 9! \Rightarrow d = 10$
 بنابراین $a_1 = 10, d = 10$

۴۱ ۴ راه‌حل اول با قرار دادن $n=1$ در جمله عمومی به دست می‌آید
 $a_1 = 1$ با قرار دادن $n=2$ در جمله عمومی به دست می‌آید $a_2 = \frac{1}{3}$ بنابراین

$$d = a_2 - a_1 = -\frac{2}{3} \quad \text{پس } a_1 - d = 1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$$

راه‌حل دوم جمله عمومی دنباله حسابی با قدرنسبت d و جمله اول a_1 به صورت

$$a_n = a_1 + (n-1)d = dn + (a_1 - d) = -\frac{2}{3}n + \frac{5}{3} \quad \text{پس}$$

$$a_1 - d = \frac{5}{3}$$

۴۲ ۲ از $a_1 + a_2 = 16 \Rightarrow a_1 + d = 8$ و $a_1 + a_2 + 2d = 16 \Rightarrow a_1 + d = 8$

چون $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 51 \Rightarrow 3a_1 + 12d = 51$ پس $a_1 + 4d = 17$

$$\begin{cases} a_1 + d = 8 \\ 3a_1 + 12d = 51 \end{cases} \quad \text{از حل دستگاه به دست می‌آید } d = 3$$

۴۳ ۱ چون دنباله حسابی است، پس $ra - 1 = \frac{a+1-3a}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$

بنابراین $d = (ra - 1) - a = a - 1 = -\frac{1}{2}$ پس جمله عمومی دنباله به شکل

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}(n-1) = 1 - \frac{n}{2} \quad \text{مقابل است:}$$

۴۴ ۴ راه‌حل اول چون $a+b, a+c, b+c$ دنباله‌ای حسابی است، پس

$$a+c - (a+b) = (b+c) - (a+c) \Rightarrow c - b = b - a$$

در نتیجه a, b, c دنباله‌ای حسابی است.

راه‌حل دوم چون $a+b, a+c, b+c$ دنباله‌ای حسابی است، پس

$$a+c = \frac{a+b+b+c}{2} \Rightarrow 2(a+c) = a+2b+c \Rightarrow a+c = 2b$$

در نتیجه a, b, c دنباله‌ای حسابی است.

۴۵ ۳ جمله عمومی دنباله به صورت $a_n = 196 - 4(n-1) = 200 - 4n$

است. بنابراین $a_{10} = 0$ ، در نتیجه، چون قدرنسبت دنباله برابر -4 است، پس

$$a_{17} = 12, \quad a_{18} = 8, \quad a_{19} = 4, \quad a_{20} = 0$$

۴۶ ۲ ابتدا قدرنسبت دنباله را پیدا می‌کنیم: $d = \frac{a_1 - a_2}{10 - 2} = -\frac{32}{8} = -4$

بنابراین $a_1 = 27$ و در نتیجه $a_7 = a_1 + 3d = 27 - 12 = 15$ بنابراین جمله عمومی دنباله می‌شود $a_n = 27 - 4(n-1) = 31 - 4n$ اکنون توجه کنید که

$$a_n > 0 \Rightarrow 31 - 4n > 0 \Rightarrow n \leq 7$$

بنابراین هفت جمله نخست دنباله مثبت هستند.

۴۷ ۲ چون $x^2 - 8x + 12 = (x-6)(x-2)$ ، پس جواب‌های معادله مورد

نظر $a, 2$ و 6 هستند. حالت‌های مختلفی که این سه عدد دنباله‌ای حسابی تشکیل می‌دهند، در زیر آمده است (توجه کنید که عدد وسط میانگین حسابی دو عدد دیگر است):

$$6, 2, a \Rightarrow \frac{6+a}{2} = 2 \Rightarrow a = -2, \quad 2, 6, a \Rightarrow \frac{2+a}{2} = 6 \Rightarrow a = 10$$

$$6, a, 2 \Rightarrow \frac{6+2}{2} = a \Rightarrow a = 4, \quad 2, a, 6 \Rightarrow \frac{2+6}{2} = a \Rightarrow a = 4$$

$$a, 6, 2 \Rightarrow \frac{a+2}{2} = 6 \Rightarrow a = 10, \quad a, 2, 6 \Rightarrow \frac{a+6}{2} = 2 \Rightarrow a = -2$$

بنابراین a ممکن است سه مقدار مختلف داشته باشد.

۳۱ ۳ چون $a_{n+1} - a_n = -2$ پس دنباله مورد نظر دنباله‌ای حسابی است

که قدرنسبت آن -2 است. چون جمله اول برابر 3 است، پس

$$a_5 = a_1 + 4d = 3 + 4(-2) = -5, \quad a_9 = a_1 + 8d = 3 + 8(-2) = -13$$

$$\frac{a_{10}}{a_5} = \frac{-15}{-5} = 3 \quad \text{بنابراین}$$

۳۲ ۲ از رابطه داده شده به دست می‌آید

$$3(a_1 + 3d) + 4(a_1 + 4d) - 7(a_1 + 8d) = 124 \Rightarrow -31d = 124 \Rightarrow d = -4$$

۳۳ ۴ قدرنسبت این دنباله برابر است با

$$3x - 4 - (3x - 1) = -3$$

بنابراین $x = -5$ و جمله سوم دنباله برابر است با $4(-5) - 2 = -22$ و جمله چهارم برابر است با

$$-22 - 3 = -25$$

۳۴ ۲ چون $a_1 = -1$ و $d = 2 - (-1) = 3$ پس $a_n = -1 + 3(n-1)$ یعنی

$$a_n = 3n - 4 \quad \text{بنابراین } a_k = 3k - 4 = 218 \quad \text{پس } k = 74$$

۳۵ ۲ چون $a_1 = 2$ و $d = 4$ ، پس جمله عمومی دنباله به صورت

$$a_n = 2 + 4(n-1) = 4n - 2$$

باید $a_n < 500$ باشد. یعنی $4n - 2 < 500 \Rightarrow n < \frac{502}{4} \Rightarrow n \leq 125$

پس 125 جمله اول دنباله کمتر از 500 هستند.

۳۶ ۲ اندازه زاویه‌های مثلث را به صورت $a-d, a, a+d$ در نظر می‌گیریم.

مجموع اندازه زاویه‌های مثلث برابر 180° است. پس

$$a-d + a + a+d = 180^\circ \Rightarrow a = 60^\circ$$

میانگین اندازه بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین زاویه مثلث همان a است که برابر 60° است.

۳۷ ۴ زاویه‌های پنج ضلعی را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$a - 2d, a - d, a, a + d, a + 2d$$

در نتیجه، چون مجموع اندازه زاویه‌های پنج ضلعی برابر 540° است، پس

$$a - 2d + a - d + a + a + d + a + 2d = 540^\circ$$

بنابراین $a = 54^\circ$ و در نتیجه $a = 108^\circ$. اندازه کوچک‌ترین زاویه 86° است، پس

$$a - 2d = 86^\circ \quad \text{در نتیجه } d = 11^\circ \quad \text{پس اندازه بزرگ‌ترین زاویه یعنی } a + 2d$$

$$\text{است با } 108^\circ + 2 \times 11^\circ = 130^\circ$$

۳۸ ۲ راه‌حل اول چون $a_1 = \sqrt{3} - 5$ و $a_2 = \sqrt{3} + 5$ ، پس

$$a_2 - a_1 = 10 \Rightarrow \sqrt{3} + 5 - (\sqrt{3} - 5) = 10 \Rightarrow d = 10$$

بنابراین کوچک‌ترین عددی که نوشته‌ایم، عدد $\sqrt{3} - 5 + 2$ یا همان $\sqrt{3} - 3$ است.

راه‌حل دوم قدرنسبت دنباله حسابی مورد نظر برابر است با

$$d = \frac{(\sqrt{3} + 5) - (\sqrt{3} - 5)}{4 - 1} = \frac{10}{3} = \frac{10}{3}$$

بنابراین کوچک‌ترین عددی که نوشته‌ایم، برابر است با $(\sqrt{3} - 5) + 2 = \sqrt{3} - 3$

۳۹ ۴ سه جمله متوالی دنباله را به صورت $a-d, a, a+d$ در نظر می‌گیریم.

$$a - d + a + a + d = 15 \Rightarrow 3a = 15 \Rightarrow a = 5$$

بنابراین

$$(a-d) \times a \times (a+d) = 45 \Rightarrow a(a^2 - d^2) = 45$$

از طرف دیگر،

$$5(25 - d^2) = 45 \Rightarrow d^2 = 16 \Rightarrow d = \pm 4$$

چون $a = 5$ ، پس

۴۰ ۲ فرض کنید قدرنسبت دنباله حسابی مورد نظر برابر d باشد. در این صورت

$$a_1 = d, \quad a_n = a_1 + (n-1)d = d + (n-1)d = nd$$

۵۶ ۳ این جملات را به صورت a, ar, ar^2, a, ar, ar^2 در نظر می‌گیریم. بنابراین

$$\frac{a}{r^2} \times \frac{a}{r} \times a \times ar \times ar^2 = 10 \cdot 24 \Rightarrow a^5 = 240 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

در نتیجه جملهٔ وسط برابر ۴ است.

۵۷ ۱ **راه‌حل اول** این اعداد به شکل زیر هستند:
 $\sqrt{2}, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 16\sqrt{2}$

پس $a_1 = \sqrt{2}$ و $a_9 = 16\sqrt{2}$. بنابراین

$$a_1 r^8 = 16\sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{2} r^8 = 16\sqrt{2} \Rightarrow r^8 = 16 \Rightarrow (r^2)^4 = 2^4 \Rightarrow r^2 = 2$$

در نتیجه $a_p = a_1 r^2 = 2\sqrt{2}$.

راه‌حل دوم ابتدا قدرنسبت دنبالهٔ هندسی حاصل را به دست می‌آوریم:

$$r^{2+1} = \frac{16\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow r^3 = 16 = 2^4 \Rightarrow r = \pm \sqrt[3]{2}$$

$$a_p = a_1 r^2 = \sqrt{2} \times (\pm \sqrt[3]{2})^2 = 2\sqrt[3]{2}$$

۵۸ ۲ قدرنسبت دنبالهٔ حسابی برابر است با $\frac{1}{8} - (-12) = \frac{1}{8}$. بنابراین

جملهٔ عمومی دنبالهٔ حسابی به صورت $a_n = -12 + \frac{1}{8}(n-1)$ است.

در نتیجه جملهٔ هشتمادونهم این دنباله برابر است با $a_{89} = -12 + \frac{1}{8}(89-1) = -1$.

اگر قدرنسبت دنبالهٔ هندسی را با r نشان دهیم، آن‌گاه

$$(3r)^5 = 243r^5 \Rightarrow 243r^5 = (3r)^5$$

بنابراین $(3r)^5 = -1 \Rightarrow 3r = -1 \Rightarrow r = -\frac{1}{3}$

۵۹ ۱ چون a و b اعدادی حسابی هستند، پس

$$a + b = 16 \Rightarrow b = 16 - a$$

اگر 4 واحد به b اضافه کنیم، 8 واسطهٔ هندسی اعداد a و $b+4$ می‌شود. بنابراین

$$64 = a(b+4) = a(16-a+4) = 20a - a^2$$

پس $a^2 - 20a + 64 = 0$ و مجموع مقادیر ممکن a برابر مجموع جواب‌های این معادله، یعنی برابر 20 است (توجه کنید در این معادله $\Delta > 0$).

۶۰ ۴ جملات دوم، ششم و چهاردهم دنبالهٔ حسابی را به ترتیب به صورت

$a+d, a+5d, a+13d$ در نظر می‌گیریم. چون این اعداد دنبالهٔ هندسی تشکیل

می‌دهند، پس $(a+5d)^2 = (a+d)(a+13d) \Rightarrow 12d^2 = 4ad \Rightarrow a = 3d$

بنابراین قدرنسبت دنبالهٔ هندسی برابر است با $r = \frac{a+5d}{a+d} = \frac{3d+5d}{3d+d} = \frac{8d}{4d} = 2$

۶۱ ۲ چون $a_8 = \sqrt{2}$ ، پس $a_1 r^7 = \sqrt{2}$. در نتیجه $r^2 = \sqrt{2}$. بنابراین

$$\frac{a_9}{a_3} = \frac{a_1 r^8}{a_1 r^2} = r^6 = (\sqrt{2})^3 = 2\sqrt{2}$$

۶۲ ۳ چون 4^{2x} واسطهٔ هندسی 2^{x-4} و 8^{2-3x} است، پس

$$(4^{2x})^2 = 2^{x-4} \times 8^{2-3x} \Rightarrow 2^{4x} = 2^{x-4} \times 2^{6-9x} \Rightarrow 2^{4x} = 2^{2-8x}$$

بنابراین $12x = 2 - 8x$ ، یعنی $x = \frac{1}{10}$.

۶۳ ۲ قدرنسبت دنبالهٔ هندسی مورد نظر برابر است با

$$r = \frac{\log a}{\log_{16} a} = \frac{\log a}{\log a} = \frac{\log 4}{\log 16} = \frac{\log 4}{2 \log 4} = \frac{1}{2}$$

بنابراین $a_9 = a_1 r^8 \Rightarrow \frac{1}{32} = \log_4 a \times \frac{1}{64} \Rightarrow \log_4 a = 2 \Rightarrow a = 4^2 = 16$

۴۸ ۳ اضلاع مثلث را $a-d, a, a+d$ در نظر می‌گیریم. طبق قضیهٔ فیثاغورس،

$$(a-d)^2 + a^2 = (a+d)^2 \Rightarrow a^2 + d^2 - 2ad + a^2 = a^2 + d^2 + 2ad$$

$$a^2 = 4ad \Rightarrow a = 4d$$

چون وتر بلندترین ضلع مثلث قائم‌الزاویه است، پس طول ضلع‌های زاویه قائمه a و

$a-d$ است. در نتیجه نسبت مورد نظر برابر است با $\frac{a}{a-d} = \frac{4d}{4d-d} = \frac{4d}{3d} = \frac{4}{3}$

۴۹ ۳ چهار جملهٔ متوالی دنباله را به صورت $a-3d, a-d, a+d, a+3d$

در نظر می‌گیریم. بنابراین $a-3d+a-d+a+d+a+3d=0 \Rightarrow 4a=0 \Rightarrow a=0$ پس دنباله به صورت $-3d, -d, d, 3d$ است و

$$9d^2 + d^2 + d^2 + 9d^2 = 80 \Rightarrow d^2 = 4$$

بنابراین، حاصل ضرب بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین اعداد برابر است با

$$(3d)(-3d) = -9d^2 = -36$$

۵۰ ۳ ابتدا توجه کنید که m باید عدد طبیعی و بزرگ‌تر از 1 باشد. پس

$$m^2 + 4 < m^2 + 3m + 4$$

اگر $m-1$ عدد بین عددهای داده شده درج کنیم، آن‌گاه قدرنسبت دنبالهٔ حاصل، برابر

$$d = \frac{m^2 + 3m + 4 - m^2 - 4}{(m-1)+1} = \frac{3m}{m}$$

است با

۵۱ ۱ دنبالهٔ a_n ، دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت $\frac{3}{4}$ است. در نتیجه

$$a_p = a_1 r^2 \Rightarrow a_p = a_1 \left(\frac{3}{4}\right)^2 = 3 \Rightarrow a_1 = \frac{4}{3}$$

$$\text{بنابراین } a_{29} = a_1 \left(\frac{3}{4}\right)^{28} = \frac{4}{3} \times \left(\frac{3}{4}\right)^{28} = \frac{3^{27}}{4^{26}}$$

۵۲ ۲ ابتدا توجه کنید که $\sqrt[3]{2}$ واسطهٔ هندسی $\sqrt{2}$ و $\sqrt[4]{2}$ است. پس

$$(\sqrt[4]{2})^2 = \sqrt{2} \sqrt[3]{2} \Rightarrow \sqrt{2} = \sqrt{2} \sqrt[3]{2} \Rightarrow \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}}$$

از طرف دیگر، قدرنسبت این دنباله برابر است با $r = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}}$ ، در نتیجه

$$a_{13} = a_1 r^{12} = \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}}\right)^{12} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}} \left(\frac{2^2}{2^4}\right)^6 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}} \times 2^2 = \frac{\sqrt[3]{2^3}}{\sqrt[3]{2^3}} (2) = 2\sqrt[3]{2}$$

۵۳ ۱ فرض می‌کنیم جواب‌های معادله x_1 و x_2 باشند. در این صورت

$$\frac{x_1 + x_2}{2} = 4/5 \Rightarrow x_1 + x_2 = 9, \quad \sqrt{x_1 x_2} = 1/5 \Rightarrow x_1 x_2 = \frac{9}{4}$$

بنابراین معادلهٔ مورد نظر به شکل $x^2 - 9x + \frac{9}{4} = 0$ است که اگر طرفین آن را در 4

ضرب کنیم، می‌شود $4x^2 - 36x + 9 = 0$.

۵۴ ۳ از تساوی $a_4 a_6 = 27$ نتیجه می‌شود $a_1 r^3 a_1 r^5 = 27$

از تساوی $a_3 a_9 = 9$ به دست می‌آید $a_1 r^2 a_1 r^6 = 9$

از تقسیم طرفین دو تساوی به دست آمده نتیجه می‌شود $\frac{a_1 r^3 a_1 r^5}{a_1 r^2 a_1 r^6} = \frac{27}{9} \Rightarrow r = 3$

با جای گذاری $r = 3$ در یکی از رابطه‌ها نتیجه می‌شود $a_1 = \pm \frac{1}{3}$. چون جملات دنباله

مثبت هستند، پس $a_1 = \frac{1}{3}$ و در نتیجه $a_8 = a_1 r^7 = \frac{1}{3} \times 3^7 = 27$.

۵۵ ۲ مجموع جملات پنجم و هشتم برابر است با

$$a_5 + a_8 = a_1 r^4 + a_1 r^7 = a_1 r^4 (1 + r^3)$$

مجموع جملات هفتم و هشتم برابر است با $a_7 + a_8 = a_1 r^6 + a_1 r^7 = a_1 r^6 (1 + r)$

$$\frac{a_5 + a_8}{a_7 + a_8} = \frac{a_1 r^4 (1 + r^3)}{a_1 r^6 (1 + r)} = \frac{1 + r^3}{r^2 (1 + r)} = \frac{1 - 1}{\frac{1}{4} (1 - \frac{1}{4})} = 7$$

۴۴ ۴ توجه کنید که

$$a_5 - a_1 = 13^0 \Rightarrow a_1 r^4 - a_1 = 13^0 \Rightarrow a_1 (r^4 - 1) = 13^0$$

$$a_6 - a_4 = 25 \Rightarrow a_1 r^5 - a_1 r^3 = 25 \Rightarrow a_1 r (r^2 - 1) = 25$$

اگر این دو تساوی را بر هم تقسیم کنیم، به دست می آید

$$\frac{r^4 - 1}{r(r^2 - 1)} = \frac{13^0}{25} \Rightarrow \frac{(r^2 - 1)(r^2 + 1)}{r(r^2 - 1)} = \frac{13^0}{25} \Rightarrow \frac{r^2 + 1}{r} = \frac{13^0}{25}$$

$$\delta(r^2 + 1) = 26r \Rightarrow \delta r^2 - 26r + \delta = 0 \Rightarrow r = 5, r = \frac{1}{5} \text{ (غ.ق.)}$$

$$a_1 r (r^2 - 1) = 25 \Rightarrow a_1 \times 5 \times 24 = 25 \Rightarrow a_1 = \frac{5}{24}$$

به این ترتیب،

$$\text{در نتیجه } a_4 = a_1 r^3 = \frac{25}{24}$$

۴۵ ۳ در حالتی که پنج واسطه هندسی درج می کنیم، $r^6 = \frac{b}{a}$ در حالتی که

$$\text{چهار واسطه هندسی درج می کنیم، } r^5 = (2r)^5 = \frac{b}{a} \text{، بنابراین}$$

$$r^6 = (2r)^5 \Rightarrow r^6 = 32r^5 \Rightarrow r = 32$$

۴۶ ۳ این سه عدد را به صورت $\frac{a}{r}, a, ar$ در نظر می گیریم. پس

$$\frac{a}{r} \times a \times ar = 64 \Rightarrow a^3 = 64 \Rightarrow a = 4$$

از طرف دیگر،

$$\frac{a}{r} + a + ar = 14 \Rightarrow a \left(\frac{1}{r} + 1 + r \right) = 14$$

$$4 \left(\frac{1}{r} + 1 + r \right) = 14 \Rightarrow 2r^2 - 5r + 2 = 0 \Rightarrow r = \frac{1}{2}, r = 2$$

بنابراین سه جمله مورد نظر به ازای $r = \frac{1}{2}$ ، به صورت $8, 4, 2$ و به ازای $r = 2$ ، به صورت $2, 4, 8$ هستند. در هر دو حالت اختلاف بزرگترین و کوچکترین این اعداد برابر ۶ است.

۴۷ ۲ طول اضلاع مثلث را a, ar و ar^2 در نظر می گیریم. طبق قضیه فیثاغورس، $a^2 + (ar)^2 = (ar^2)^2$ ، بنابراین

$$a^2(1+r^2) = a^2 r^4 \Rightarrow r^4 - r^2 - 1 = 0 \Rightarrow r^2 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$$

۴۸ ۱ تنها دنباله ای که هم حسابی است و هم هندسی، دنباله ثابت است. بنابراین

$$\begin{cases} 2y + x = 2x + y \Rightarrow y = x \\ 2y + x = x + 4 \Rightarrow 2y = 4 \Rightarrow y = 2 \end{cases} \Rightarrow x = y = 2 \Rightarrow x + 2y = 6$$

۴۹ ۲ توجه کنید که $a_3 = a - 3, a_5 = a - 5, a_6 = a - 6$

بنابر فرض، $(a-5)^2 = (a-3)(a-6)$ ، بنابراین

$$a^2 - 10a + 25 = a^2 - 9a + 18 \Rightarrow a = 7$$

در نتیجه $a_1 = 7 - 10 = -3$.

۵۰ ۳ جملات سوم، پنجم و هشتم دنباله حسابی را به ترتیب $a + 2d$ ، $a + 4d$ و $a + 7d$ در نظر می گیریم. چون این جملات یک دنباله هندسی تشکیل می دهند، پس

$$(a + 4d)^2 = (a + 2d)(a + 7d) \Rightarrow 2d^2 = ad \Rightarrow a = 2d$$

بنابراین دنباله هندسی به صورت $4d, 6d, 9d, \dots$ است که جمله چهارم آن $\frac{27}{2}d$ است زیرا $r = \frac{3}{2}$ و $9d \times \frac{3}{2} = \frac{27}{2}d$. همچنین جمله عمومی دنباله حسابی به صورت

$$a_n = a + (n-1)d = 2d + (n-1)d = (n+1)d$$

مقابل است:

$$\frac{27}{2}d = (n+1)2d \Rightarrow \frac{27}{2} = 2(n+1) \Rightarrow n = \frac{27}{4} - 1 = \frac{23}{4}$$

به این ترتیب $a_{13} = 13d$ و نسبت مورد نظر برابر است با $\frac{27}{13d} = \frac{27}{26}$.

۷۱ ۴ با استفاده از رابطه $a_n = 2a_{n-1} + 1$ و جمله اول $a_1 = 1$ ، جمله هشتم را

حساب می کنیم:

$$a_2 = 2 \times 1 + 1 = 3, \quad a_3 = 2 \times 3 + 1 = 7, \quad a_4 = 2 \times 7 + 1 = 15$$

$$a_5 = 2 \times 15 + 1 = 31, \quad a_6 = 2 \times 31 + 1 = 63$$

$$a_7 = 2 \times 63 + 1 = 127, \quad a_8 = 2 \times 127 + 1 = 255$$

تجربی - ۹۵

۷۲ ۴ در این دنباله، هر جمله از دو برابر جمله قبل، دو واحد کمتر است، پس

هشت جمله اول برابر است با

$$a_1 = 3, \quad a_2 = 2 \times 3 - 2 = 4, \quad a_3 = 2 \times 4 - 2 = 6$$

$$a_4 = 2 \times 6 - 2 = 10, \quad a_5 = 2 \times 10 - 2 = 18, \quad a_6 = 2 \times 18 - 2 = 34$$

$$a_7 = 2 \times 34 - 2 = 66, \quad a_8 = 2 \times 66 - 2 = 130$$

خارج از کشور تجربی - ۹۵

بنابراین $a_8 - a_7 = 130 - 66 = 64$.

۷۳ ۱ عدد $4\sqrt{2}$ واسطه هندسی 2^a و 2^b است، پس

$$(4\sqrt{2})^2 = 2^a \times 2^b \Rightarrow 2^5 = 2^{a+b} \Rightarrow a+b=5$$

ریاضی - ۸۷

واسطه حسابی دو عدد a و b برابر $\frac{a+b}{2}$ ، یعنی $\frac{5}{2} = \frac{a+b}{2}$ است.

۷۴ ۴ جملات را به صورت $a, a+3d, a+10d$ در نظر می گیریم. در این صورت

$$(a+3d)^2 = a(a+10d) \Rightarrow a^2 + 9d^2 + 6ad = a^2 + 10ad$$

$$9d^2 = 4ad \Rightarrow d = \frac{4}{9}a$$

بنابراین جملات دنباله هندسی $a, \frac{4}{3}a, \frac{16}{9}a$ هستند و قدرنسبت این دنباله برابر

$$\text{است با } r = \frac{\frac{4}{3}a}{a} = \frac{4}{3}$$

تجربی - ۹۲

۷۵ ۱ جملات a_4, a_5, a_6 از دنباله حسابی، دنباله هندسی تشکیل می دهند، پس جمله ششم واسطه هندسی جملات چهارم و دوازدهم است:

$$a_6^2 = a_4 \times a_{12} \Rightarrow (a_1 + 5d)^2 = (a_1 + 3d)(a_1 + 11d)$$

$$a_1^2 + 10a_1 d + 25d^2 = a_1^2 + 14a_1 d + 33d^2 \Rightarrow 4a_1 d = -8d^2 \Rightarrow a_1 = -2d$$

ریاضی - ۸۱

$$\text{بنابراین } r = \frac{a_4}{a_1} = \frac{a_1 + 3d}{a_1} = \frac{-2d + 3d}{-2d + 3d} = 3$$

۷۶ ۴ شرط اینکه سه عدد a, b, c سه جمله متوالی یک دنباله حسابی باشند این است که $2b = a + c$ ، بنابراین

$$2(3p+4) = (2p+3) + (5p-1) \Rightarrow p = 6$$

$$d = 3p + 4 - 2p - 3 = p + 1 \xrightarrow{p=6} d = 7$$

ریاضی - ۸۴

۷۷ ۴ توجه کنید که

$$a_8^2 = a_1 a_{11} \Rightarrow (a_1 + 7d)^2 = a_1 (a_1 + 10d)$$

$$a_1^2 + 14a_1 d + 49d^2 = a_1^2 + 10a_1 d \Rightarrow 4d^2 = 2a_1 d \Rightarrow a_1 = 2d$$

$$a_8 = a_1 + 7d = 9d, a_{11} = a_1 + 10d = 12d \Rightarrow r = \frac{a_{11}}{a_8} = \frac{12d}{9d} = \frac{4}{3}$$

خارج از کشور ریاضی - ۸۷

۷۸ ۲ فرض کنید t_3, t_4, t_5 جملات دنباله حسابی a_1 و a_2 و a_3 جملات متوالی دنباله هندسی باشند. در این صورت

در این صورت

$$a_3^2 = a_1 a_5 \Rightarrow t_3^2 = t_4 t_5 \Rightarrow (t_1 + 2d)^2 = (t_1 + d)(t_1 + 3d)$$

$$t_1^2 + 4t_1 d + 4d^2 = t_1^2 + 4t_1 d + 3d^2 \Rightarrow t_1 d + 2d^2 = 0 \Rightarrow 2d(t_1 + d) = 0 \xrightarrow{d \neq 0} t_1 + d = 0$$

$$2t_1 d + 2d^2 = 0 \Rightarrow 2d(t_1 + d) = 0 \xrightarrow{d \neq 0} t_1 + d = 0$$

تجربی - ۸۸

بنابراین جمله یازدهم دنباله حسابی برابر صفر است.